BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA.
WYDAWANA POD REDAKCYJĄ
M. A. BARANIECKIEGO
Z ZAPOMOGI KASY POMOCY DLA OSÓB, PRACUJĄCYCH NA POLU NAUKOWYM, IMIENIA JÓZEFA MIANOWSKIEGO.
SERYJA I. TOM I.

POCZĄTKI ARYTMETYKI

NAPISAŁ

MICHAŁ BERKMAN.

WARSZAWA.
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI E. WENDEGO I SP.

1884.

CENA KOP. 65.

BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA.

POCZĄTKI ARYTMETYKI.

PLAN BIBLIJOTEKI MATEMATYCZNO-FIZYCZNÉJ.

Seryja pierwsza (12-mo).

Tom I. **Początki arytmetyki** M. Berkmana. Str. X+266; z drzeworytami w tekście. W oprawie kop. 65.

Tom II. **Wiadomości początkowe z fizyki** S. Kramsztyka. Książeczka I. Str. X+77; drzew. 47. W oprawie kop. 30.

Tom III. Toż. Książeczka II. Str. VIII+132. Drzew. 56. W oprawie kop. 45.

Tom IV. **Wiadomości początkowe z gieografii fizycznéj i meteorologii** A. W. Witkowskiego. *Wkrótce wyjdzie z druku.*

Tom V. **O najprostszych figurach gieometrycznych** M. Berkmana. *W. w. z d.*

. . . .

Seryja druga (12-mo).

Tom I. **Arytmetyka** M. Berkmana. *W. w. z d.*

Tom II. **Gieometryja elementarna w wykładzie przystępnym.**

Tom III. **Krótki wykład początków algiebry.**

Tom IV. **Przystępny wykład fizyki.**

Tom V. **Kosmografija i gieografija fizyczna z meteorologiją.**

Tom VI. **Nauka rysunków technicznych.**

. . . .

Seryja trzecia (8-vo).

Tom I. **Arytmetyka,** kurs teoretyczny M. A. Baranieckiego. Str. przeszło 390, z drzeworytami w tekście. Rubel 1 kop. 60.

Tom II. **Zadania arytmetyczne.** *W. w. z d.*

Tom III. **Algiebra elementarna i Teoryja przybliżeń liczebnych.**

Tom IV. **Gieometryja elementarna.**

Tom V. **Krótki wykład syntetyczny elementarnych własności przecięć stożkowych.**

Tom VI. **Trygonometryja płaska i kulista.**

Tom VII. **Miernictwo.**

Tom VIII. **Fizyka.**

Tom XI. **Kosmografija i gieografija fizyczna z meteorologiją** J. Jędrzejewicza. *W. w. z d.*

Tom X. **Gieometryja wykréślna.**

Tom XI. **Mechanika elementarna.**

. . . .

Seryja czwarta (8-vo Lex.).

Tom I. **Wstęp do analizy** M. A. Baranieckiego. *W. w. z d.*

Tom II. **Rozwiązywanie równań liczebnych** J. Sochockiego. *W. w. z d.*

Tom III. **Teoryja równań algiebraicznych.**

Tom IV. **Gieometryja analityczna** W. Zajączkowskiego. Str. przeszło 540; drzew. 85. Rubli 3.

Tom V. **Gieometryja syntetyczna.**

Tom VI. **Rachunek różniczkowy i całkowy.**

Tom VII. **Ćwiczenia z rachunku różniczkowego i całkowego.**

Tom VIII. **Rachunek waryjacyjny.**

Tom IX. **Rachunek prawdopodobieństwa i Metoda najmniejszych kwadratów.**

Tom X. **Zasady mechaniki teoretycznéj.**

Tom XI. **Rachunki wykréślne.**

. . . .

Tom dodatkowy «Biblijoteki». **Słownik matematyczno-fizyczny**

BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA,
WYDAWANA POD REDAKCYJĄ
M. A. BARANIECKIEGO
Z ZAPOMOGI KASY POMOCY DLA OSÓB, PRACUJĄCYCH
NA POLU NAUKOWYM, IMIENIA JÓZEFA MIANOWSKIEGO.
SERYJA I. TOM I.

POCZĄTKI ARYTMETYKI

NAPISAŁ

MICHAŁ BERKMAN,
NAUCZYCIEL SZKOŁY TECHNICZNÉJ DRÓG ŻELAZNYCH WAR.-WIED. I WAR.-BYDG.
W WARSZAWIE.

WARSZAWA.
W DRUKARNI NOSKOWSKIEGO,
1884.

Дозволено Цензурою.
Варшава 1 Декабря 1883 г.

Papiér z papiérni w Pilicy.
Drzeworyty ciął W. Bojarski.

Zarody metody poglądowéj oraz światłe wskazówki co do przeprowadzenia jéj w początkowéj nauce rachunków są złożone w wywołanych przez Komisyją Edukacyjną pracach: «*Arytmetyka dla szkół narodowych*» Lhuilier'go (r. 1780) i «*Nauka rachunków*» (ks. Gawrońskiego), stanowiąca oddział czwarty znakomicie obmyślanego *Elementarza dla szkół parafijalnych narodowych* (r. 1785). Mimo uwzględniania częściowego w niektórych późniejszych naszych podręcznikach wyników rozbudzonego już w wieku bieżącym na zachodzie metodycznego uczenia początków arytmetyki, literatura nasza nie posiadała dotąd pracy, któraby przeprowadzała je systematycznie, a nie była naśladownictwem opracowań niemieckich, z powodu swéj zbytniéj pedantyczności jednostronnéj nie nadających się dla naszych dzieci.—

Zakres liczb rozważanych w téj książce nie przechodzi 10000. Błędnie bowiém wielu dotąd u nas mniema, że dziecko «dobrze rachuje», gdy mechanicznie wykonywa działania na wielkich liczbach. Nie o to idzie Potrzeba, aby dziecko ustawicznie objaśniało każdy krok w rachunku, a to możliwe przedewszystkim tylko wtedy, kiedy ono pojmuje wielkość liczby, z którą ma do czynienia. — Trafne nauczanie początków arytmetyki nie jest rzeczą łatwą. Należy cierpliwie i bardzo uważnie zacząć od utrwalenia w umyśle dzieci pojęcia o najprostszych liczbach i odpowiednich wyrażeniach, a następnie powoli dążyć do liczb większych, wybiérając z nich początkowo liczby okrągłe i liczby dające się dogodnie dzielić na części równe, utrwalać przez zręcznie urozmaicane powtarzanie już nabyte przez dzieci wiadomości, a baczyć wciąż na to, aby przy pomocy przedstawień poglądowych, a późniéj jednostek, danych w zadaniu, wyrabiało się w ich umyśle pojęcie o liczbie, niezależne od piśmiennego przedstawienia jéj zapomocą cyfr. Nadto należy szczególnie zważać odrazu na niejednakowy charakter liczb, wchodzących do mnożenia lub dzielenia, na co w téj książce we właściwych miejscach zrobiono odpowiedni nacisk. — Określenia działań mają tu drugorzędne znaczenie: uczący, biorąc je za przedmiot swych pogadanek z uczniami, miéć powinien tylko na myśli przygotowanie mimochodem podstawy do nauki dalszéj.

Dalszą zaś naukę arytmetyki, wrazie gdy dziecko otrzymuje systematyczne wychowanie średnie ogólne, przygotowywujące je do wyższych studyjów specyjalnych, prowadzić należy kierując się kursem arytmetyki seryi III «Bibl. mat.-fiz.»; we wszystkich zaś innych przypadkach według arytmetyki seryi II. —

Do tego tomu miał być dołączony dodatek, obejmujący wiadomości o najprostszych figurach gieometrycznych. Wobec jednak rozmiarów, jakie w druku dziełko to przybrało, owe wiadomości ogłoszone zostaną jako osobny tom V seryi I «Bibl. mat.-fiz.», a będą mogły być przedmiotem nauki dla tych dzieci, które już przyswoiły sobie treść piérwszych pięciu rozdziałów «Początków arytmetyki».

9 grudnia r. 1883.

Red.

SPIS RZECZY.

OMYŁKI DRUKU.

Str.	3	*wiersz* 12	*od góry*	*zamiast*	za,	*powinno być*	za-
„	76	„ 5	„	„	kropka	„	ramka
„	95	„ 10	„	„	po 3	„	po 4
„	173	„ 2	„	„	1000	„	10000
„	202	„ 14	„	„	3-ch	„	3-ch (t. j. nic od 3-ch.)

PRZEDMOWA.

Książka ta, jak sam jéj tytuł wskazuje, ma służyć za podręcznik przy udzielaniu dzieciom najpiérwszych wiadomości z nauki rachunków. Cel ten usprawiedliwia metodę wykładu, która tu jest przeprowadzona w pogadankach nauczyciela z uczniami. Wprowadzając wszakże wzory takich pogadanek, nie miałem wcale na myśli krępować swobody w nauczaniu; wystarczy, gdy nauczyciel, wniknąwszy w ich treść, w taki sposób pokieruje myśleniem ucznia, żeby wydobył z niego te wszystkie pojęcia, o które chodzi w odpowiednim ustępie. Zostawmy uczniowi swobodę w odpowiedzi na zadane pytanie; jeżeli w téj odpowiédzi nie dostrzeżemy tego, co pragniemy od ucznia usłyszéć, przez stosowne nowe pytania zniewolimy go do sformułowania odpowiedzi w myśl naszę. Głównym bowiém celem w nauczaniu początków arytmetyki jest pobudzanie do ścisłego myślenia. Uczeń, który od najpiérwszych elementów nauki matematyki przywykł wszystko sobie tłomaczyć i rozumiéć, posiądzie podstawę do łatwego pojmowania dalszych jéj części i odniesie właściwą korzyść z ich wykładu. Najczęściéj wyrażenie: «niéma zdolności do matematyki» jest synonimem tego, że przy początkach téj nauki umysł dziecka był źle kierowany; nie rozwijano w nim bowiém myślenia, lecz obarczano go jedynie nabywaniem mechanicznéj wprawy w rachowaniu, lub pamiętaniem prawideł, bez należytego ich objaśnienia.

Tym, którzy będą mieli zamiar uczyć początków rachunków według téj książki, radziłbym, żeby przed rozpoczęciem wykładu zechcieli ją całą przeczytać. Wtedy, objąwszy już całość przeprowadzić się mającéj nauki, będą mogli zrozumiéć, co pragnąłem osiągnąć w oddzielnych ustępach, a tymsamym wtedy tylko nauczanie według téj książki przyniéść będzie mogło ten pożytek, jaki, pisząc ją, miałem na myśli.

Wskutek rozpowszechnionego dziś stosowania metody poglądowéj do nauczania początkowego, i nauka rachunków posiadła rozmaite środki, uzmysławiające jéj wykład. Długoletnie doświadczenie przekonało mnie, że z tych środków najpraktyczniejszy jest ten, w którym sami uczniowie jaknajczynniejszy biorą udział. Dlatego lepiéj, gdy sami kréślą umówione znaki (kropki, ramki i t. p.), jako wizerunki liczb, niż gdy w tym celu układają sześcianiki, ziarnka zboża i t. d. Na te ostatnie patrzą bowiém, jako na zabawki, które je prędko zajmować przestają, gdy tymczasem kréślenie owych znaków czyto na tablicy, czytéż w kajetach, bardzo je zajmuje i więcéj rozbudza ich uwagę. Ma ono nadto tę wyższość, że ślad roboty pozostaje i że ono łatwiéj prowadzi do pojęcia liczby oderwanéj.

W końcu uważam sobie za miły obowiązek złożyć podziękowanie Redaktorowi Biblijoteki matematyczno-fizycznéj, p. M. A. Baranieckiemu, za łaskawie udzielane mi niektóre wskazówki, wynikające z obmyślanego przezeń planu szczegółowego całego tego wydawnictwa, z których korzystać nie omieszkałem.

Warszawa, 8 grudnia 1883 r.

M. Berkman.

POCZĄTKI ARYTMETYKI.

ROZDZIAŁ I.

LICZBY OD 1 DO 9.

§ 1. Wiele i jeden.

Nauczyciel stawia na stole kałamarz z atramentem i zapytuje uczniów:

N. Co widzicie na stole?

U. Widzimy na stole kałamarz z atramentem.

Nauczyciel zanurza w atramencie koniec białego patyczka, wyjmuje go i zapytuje:

N. Co widzicie na końcu patyczka?

U. Widzimy na końcu patyczka kroplę atramentu.

N. Skąd wziąłem tę kroplę atramentu?

U. Tę kroplę atramentu pan wziął z kałamarza.

Nauczyciel kilkakrotnie powtarza tę czynność, wycierając starannie patyczek za każdym razem i wreszcie oświadcza uczniom, że musiałby długo to robić, aby wszystkie krople atramentu wybrać z kałamarza. Stąd uczniowie, przy pomocy nauczyciela, dochodzą do następującego wniosku:

U. W kałamarzu jest *wiele* kropel atramentu.

Nauczyciel zapomocą patyczka spuszcza jednę kroplę atramentu na papiér, który pokazuje uczniom, zapytując:

N. Co widzicie na papiérze?

U. Widzimy na papiérze *jednę* kroplę atramentu.

N. Powiedzcie teraz sami: co jest w kałamarzu, a co jest na papiérze?

U. W kałamarzu jest wiele kropel atramentu, a na papiérze jest jedna kropla atramentu.

Nauczyciel powtarza kilkakrotnie podobną z uczniami pogadankę, obiérając za jéj przedmiot, zamiast kałamarza z atramentem: szklankę napełnioną ziarnami grochu, spodek z orzechami, koszyk z jabłkami i t. d.

§ 2. Dużo, mnóstwo i t. d. i jeden.

Wyraz wiele należy niekiedy w pogadankach zastępować wyrazami innymi, mającymi podobne znaczenie, naprzykład: dużo, mnóstwo, mnogość, moc, siła, masa i t. d.

N. Na jabłoni jest mnóstwo jabłek; ogrodnik zerwał jedno jabłko i dał je Stasiowi. Co więc jest na jabłoni, a co ogrodnik dał Stasiowi?

U. Na jabłoni jest mnóstwo jabłek. Ogrodnik dał Stasiowi jedno jabłko.

N. Kazio miał w sakiewce dużo groszy; spotkał ubogiego i dał mu jeden grosz. Co Kazio miał w sakiewce i co dał ubogiemu?

U. Kazio miał w sakiewce dużo groszy; Kazio dał ubogiemu jeden grosz.

N. W szkole jest wielu uczniów; Adaś jest jednym uczniem téj szkoły...

W Warszawie jest mnóstwo domów; szkoła mieści się w jednym z tych domów. W kraju naszym jest dużo miast; Warszawa jest jednym z tych miast.

Każdy z tych przykładów uczniowie powtarzają, odpowiadając na pytania, zadawane przez nauczyciela.

Następujące przykłady mogą podać materyjał do pogadanek o liczbie jeden.

Każdy z was ma: jednę głowę, jeden nos, jeden język, jednę szyję.

W klasie jest: jeden sufit, jedna podłoga, jeden piec, jedna tablica.

Rozmawia teraz z wami jeden nauczyciel.

Deklamuje bajeczkę jeden uczeń.

We dnie przyświeca jedno słońce, w nocy jeden księżyc. Bóg jest jeden.

Wyrazy: pan, łan, gaj, koń, kot, pies, wilk, lew, kos szpak, dom, płot, len, groch i t. d., są jednozgłoskowe.

§ 3. Dwa.

● ●

Nauczyciel kréśli na tablicy jednę kropkę i zapytuje: co jest na tablicy? U. Na tablicy jest jedna kropka.

Nauczyciel kréśli obok jeszcze jednę kropkę i zapytuje: co teraz jest na tablicy? U. Jedna kropka i jedna kropka.

N. Zamiast: jedna kropka i jedna kropka, krócéj się mówi: dwie kropki. Powiedzcie teraz krócéj, co jest na tablicy? U. Dwie kropki.

\+ +

Nauczyciel kréśli na tablicy dwa krzyżyki i zapytuje: co jest na tablicy? U. Jeden krzyżyk i jeden krzyżyk. N. Powiedzcie krócéj, co jest na tablicy? U. Dwa krzyżyki.

○ ○

Nauczyciel kréśli na tablicy dwa kółka i zapytuje: co jest na tablicy? U. Jedno kółko i jedno kółko. N. Powiedzcie krócéj, co jest na tablicy? U. Dwa kółka.

N. Handlarz owoców ma w koszu dużo pomarańcz; sprzedał: Stasiowi jednę pomarańczę (mówiąc to nauczyciel kréśli na tablicy kropkę) i Stefciowi jednę pomarańczę (kréśli z prawéj strony dru-

● ●

gą kropkę). Co handlarz sprzedał? U. Handlarz sprzedał jednę pomarańczę i jednę pomarańczę. N. Powiedzcie krócéj, co handlarz sprzedał? U. Handlarz sprzedał dwie pomarańcze.

N. Franuś dostał od ojca jedno jabłko i od matki jedno jabłko (nauczyciel kréśli na tablicy kropkę, mówiąc: ta kropka oznacza jabłko dane Franusiowi przez ojca; obok kréśli drugą kropkę i dodaje: a ta kropka oznacza jabłko, dane Franusiowi przez matkę). Co Franuś dostał? U. Dostał jedno jabłko i jedno jabłko. N. Powiedzcie krócéj, co Franuś dostał? U. Franuś dostał dwa jabłka.

N. Staś wypił jednę szklankę mléka i brat jego Wicuś wypił także jednę szklankę mléka. Powiédzcież krótko, co wypili obaj bracia? U. Bracia wypili dwie szklanki mléka.

N. Każdy z was ma: dwie ręce, dwie nogi, dwa policzki, dwie wargi, dwoje oczu, dwoje uszu. Ptak ma: dwa skrzydła, dwie nogi. Rzeka ma dwa brzegi. Kij ma dwa końce. Surdut ma dwie poły. Zegar ma dwie wskazówki. Łokieć ma dwie stopy. (Przy tym przykładzie należy pokazać uczniom stopę nowopolską, naturalnéj wielkości). Kopiejka ma dwa grosze i t. d.

Wyrazy: oko, ucho, ręka, noga, głowa, Polska, Litwa, Wołyń, Wisła, Niemen, Kraków, Wilno, Lublin, Poznań, Piotrków i t. d. mają po dwie zgłoski.

§ 4. Dwa razy jeden.

N. Uderzcie ręką o ławkę jeden raz i powiedzcie: raz.

Uczniowie uderzają i mówią: raz.

N. Uderzcie ręką o ławkę jeszcze jeden raz.

Uczniowie znowu uderzają i mówią: raz.

N. Coście zrobili? U. Uderzyliśmy ręką o ławkę jeden raz i jeszcze jeden raz.

N. Powiedzcie krócéj, coście zrobili? U. Uderzyliśmy ręką o ławkę dwa razy.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach kropkę jeden raz.

Uczniowie rysują kropkę.

N. Obok narysujcie kropkę jeszcze jeden raz. Coście narysowali? U. Narysowaliśmy kropkę jeden raz i jeszcze jeden raz. N. Powiedzcie krócéj, coście narysowali? U. Narysowaliśmy dwa razy jednę kropkę. N. Co macie na tabliczkach? U. Na tabliczkach mamy dwie kropki. N. Widzicie, że jeżeli na tabliczce narysujecie dwa razy po jednéj kropce, to będziecie mieli dwie kropki. Krócéj: dwa razy jedna kropka to: dwie kropki. Albo: dwie kropki jestto to samo, co dwa razy jedna kropka.

§ 5. Piérwszy, drugi.

• •

Nauczyciel kréśli na tablicy dwie kropki, przywołuje do tablicy jednego ucznia i każe mu palcem pokazywać pokolei każdą kropkę, poczynając od strony lewéj.

N. Ta kropka, którąś naprzód pokazał, nazywa się piérwszą, a ta, którąś późniéj pokazał, nazywa się drugą.

N. Czy można pokazywać te kropki, poczynając od strony prawéj? U. Można.

N. Pokaż, poczynając od strony prawéj, piérwszą i drugą kropkę. Uczeń pokazuje.

N. Widzicie, że piérwsza kropka z prawéj strony jest drugą kropką ze strony lewéj; druga z prawéj strony jest piérwszą ze strony lewéj.

N. Powiedz piérwszą zgłoskę wyrazów: ryba, krowa, okno, sufit, lampa i t. d.

Uczeń wymienia: ry, kro, o, su i t. d.

N. Wymień drugą zgłoskę wyrazów: komin, wrota, parkan, ogród, brzoza, jabłoń, rzepa, burak i t. d.

§ 6. Dwa bez jednego.

N. Idziecie ulicą i spostrzegacie dom nowobudujący się. Ściany są już na ukończeniu, lecz jeszcze nie przykryte dachem. Co widzicie? U. Widzimy dom bez dachu.

N. Przy drodze żebrze stary wojak, któremu na wojnie kula działowa urwała nogę. Kto żebrze? U. Stary wojak bez nogi.

N. Chłopakowi na ulicy wiatr zerwał czapkę z głowy; goni za nią. Kto goni ulicą? U. Chłopak bez czapki.

Nauczyciel kréśli na tablicy dwie kropki i zapytuje: co widzicie na tablicy? U. Dwie kropki.

Nauczyciel ściéra jednę kropkę i zapytuje: co zostało na tablicy? U. Została jedna kropka.

N. Powiedzcie teraz sami: co było naprzód na tablicy, co zrobiłem i co zostało? U. Były na tablicy dwie kropki, pan starł jednę kropkę, pozostała jedna kropka.

N. Widzicie, że tym dwu kropkom brakuje teraz jednéj kropki, taksamo jak domowi brakuje dachu, staremu wojakowi brakuje nogi, a chłopakowi czapki. Jak więc krócéj wyrazić to samo, coście teraz powiedzieli?

U. Dwie kropki bez jednéj kropki jest jedna kropka.

N. Franuś miał dwa jabłka i zjadł jedno jabłko. Co mu pozostało? U. Jedno jabłko. N. Dlaczego? U. Bo dwa jabłka bez jednego jabłka jest jedno jabłko.

§ 7. Połowa.

Nauczyciel bierze arkusz papiéru, pokazuje go uczniom i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy arkusz papiéru.

Nauczyciel oddziéra mniéj niż połowę arkusza, bierze po kawałku do każdéj ręki i, pokazując uczniom obadwa kawałki, zapytuje: co teraz widzicie? U. Widzimy dwa kawałki arkusza.

Nauczyciel nakłada mniejszy kawałek na większy i pokazuje, że ten kawałek, który jest na wiérzchu, nie może przykryć będącego pod spodem. Powiada: wiérzchni kawałek jest mniejszy od spodniego; albo: spodni kawałek jest większy od wiérzchniego. Teraz nauczyciel bierze po jednym z tych kawałków do każdéj ręki i zapytuje: A teraz jak powiecie? U. Jeden kawałek jest większy od drugiego.

Nauczyciel bierze inny arkusz papiéru i zapytuje uczniów: co widzicie? U. Widzimy arkusz papiéru.

Nauczyciel przecina arkusz ten na dwie części równe i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy dwa kawałki arkusza.

Nauczyciel jeden kawałek nakłada na drugi, pokazuje, że one dokładnie do siebie przystają, i powiada: jeden kawałek arkusza jest równy drugiemu kawałkowi; albo krócéj: te dwa kawałki arkusza są sobie równe.

Nauczyciel, pokazując teraz kawałki piérwszego arkusza, mówi: te dwa kawałki arkusza są nierówne.

Powyższą pogadankę o rzeczach równych i nierównych należy kilkakrotnie powtórzyć, biorąc zamiast arkusza papiéru: sznurek, tasiemkę, patyczek i t. d.

N. Kawałek jakiéjkolwiek rzeczy nazywa się częścią téj rzeczy. A rzecz sama nazywa się całością. Arkusz papiéru jest całością; kawałek arkusza jest częścią téj całości (całego arkusza). Dzban jest całością, ucho dzbana jest częścią téj całości (całego dzbana). Wszystek atrament w kałamarzu jest całością; kropla pozostała na końcu umaczanego pióra, jest częścią téj całości. Rękaw jest częścią ubrania. Głowa jest częścią ciała. Gałąź jest częścią drzewa.

Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na dwie równe części, to każda część nazywa się połową téj całości.

Każda całość ma dwie połowy.

Połowy téj saméj całości są sobie równe.

N. Matka przekroiła bułeczkę na dwie części równe i jednę część dała Zosi. Co Zosia dostała? U. Zosia dostała połowę bułeczki. N. Co tu jest całością? U. Bułeczka.

• | • Nauczyciel kréśli na tablicy dwie kropki i między nimi kréskę i zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy?

U. Widzimy kropki i pomiędzy niémi kréskę.

N. Co jest na lewo od kréski? U. Jedna kropka.

N. Co jest na prawo od kréski? U. Jedna kropka.

N. Kropka na lewo od kréski i kropka na prawo od kréski są częściami dwu kropek, nakréślonych na tablicy; te części są równe, więc: połowa dwu kropek jest jedna kropka; albo jedna kropka jest połową dwu kropek.

Jeżeli każda kropka przedstawia nam gruszkę, to co powiecie, patrząc na ten rysunek?

U. Połową dwu gruszek jest jedna gruszka.

N. Kostuś miał dwa złote; za połowę tych pieniędzy kupił książkę. Co kosztuje książka?

U. Książka kosztuje połowę dwu złotych, to jest jeden złoty.

§ 8. Trzy, trzeci.

• • • Nauczyciel kréśli na tablicy dwie kropki, obok nich jeszcze jednę kropkę i zapytuje uczniów: co jest na tablicy?

U. Dwie kropki i jedna kropka.

N. Zamiast dwie kropki i jedna kropka, krócéj się mówi: *trzy* kropki. Powiedzcie teraz sami: co jest na tablicy? U. Na tablicy są *trzy* kropki.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach *trzy* kréski, *trzy* krzyżyki, *trzy* kółka i t. d.

Uczniowie rysują, nauczyciel sprawdza ich rysunki.

N. Janek dostał na gwiazdkę od ojca, od matki i od stryja po jednéj książce. Co Janek dostał na gwiadkę?

U. Janek dostał *trzy* książki.

N. Wyrazy: Warszawa, ulica, podwórko, pokoik, kapelusz, ołówek, obsadka i t. d. mają po trzy zgłoski.

Sążeń ma trzy łokcie. Sażeń ma trzy arszyny.

(Tu nauczyciel pokazuje uczniom łokieć i arszyn w naturalnéj wielkości i każe wymierzyć naprzykład sznurek, którego długość równa się sążniowi, lub sażeni.)

Nauczyciel wskazuje piérwszą kropkę od strony lewéj i zapytuje: która to jest kropka?

U. Piérwsza kropka. Daléj nauczyciel wskazuje następną i zapytuje: która to jest kropka? U. Druga kropka.

N. Ostatnia nazywa się *trzecią* kropką. (Należy powtórzyć to samo ćwiczenie, poczynając od strony prawéj.)

N. Piérwsza kropka od ręki lewéj, którą jest od ręki prawéj?

U. Jest *trzecią* kropką.

N. Druga od ręki prawéj, którą jest od ręki lewéj?

U. Jest także drugą kropką.

N. Jaka jest druga zgłoska w wyrazach komora, obora, siermięga, pszenica, kartofel? Jaka jest trzecia zgłoska w wyrazach: Stanisław, Warszawa, Sobieski, Kopernik?

§ 9. Dwa i jeden, jeden i dwa.

• • | • Nauczyciel kréśli na tablicy trzy kropki i kréskę pomiędzy kropkami drugą i trzecią.

N. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy trzy kropki i kréskę.

N. Gdzie ta kréska jest położona? U. Między drugą i trzecią kropką.

N. Co jest po lewéj stronie kréski? U. Dwie kropki.

N. Co jest po prawéj stronie? U. Jedna kropka.

N. Trzy kropki stanowią całość, która jest kréską rozdzielona na dwie części: jedna część ma dwie kropki, a druga jednę kropkę. W obu częściach, to jest w téj całości, mamy trzy kropki; a więc: dwie kropki i jedna kropka, to trzy kropki; albo (poczynając od ręki prawéj): jedna kropka i dwie kropki, to trzy kropki. Uczniowie powtarzają:

N. Jeżeli każda kropka przedstawia grosz, to jak powiecie?

U. Dwa grosze i jeden grosz, to trzy grosze; albo: jeden grosz i dwa grosze, to trzy grosze.

N. Adaś ma: w jednéj ręce dwa orzechy, w drugiej jeden orzech. Co Adaś ma w obu rękach? U. Dwa orzechy i jeden orzech, razem trzy orzechy.

N. Piotruś za kajet zapłacił jeden złoty, a za książkę dwa złote. Co Piotruś zapłacił razem za kajet i za książkę? U. Jeden złoty i dwa złote, razem trzy złote

§ 10. Trzy bez jednego, lub bez dwu.

• • | •

N. Co pozostanie, jeżeli zakryję kropkę, która jest z prawéj strony kréski? U. Pozostaną dwie kropki. N. Zatym: trzy kropki bez jednéj kropki to dwie kropki. Uczniowie powtarzają.

N. Co pozostanie, jeżeli zakryję dwie kropki, które są z lewéj strony kréski? U. Pozostanie jedna kropka. N. A więc: Trzy kropki bez dwu kropek, to jedna kropka. Uczniowie powtarzają.

N. Marylka miała trzy bułeczki, oddała bratu jednę bułeczkę. (Te trzy kropki na tablicy oznaczają bułeczki Marylki; kropka z prawéj strony kréski oznacza bułeczkę oddaną bratu.) Co Marylce pozostało? U. Dwie bułeczki. N. Dlaczego? U. Bo trzy bułeczki bez jednéj, to dwie bułeczki.

N. Oleś miał trzy piłki, dwie podarował siostrze. (Nauczyciel dodaje: te trzy kropki na tablicy oznaczają piłki Olesia; dwie kropki z lewéj strony kréski oznaczają piłki darowane siostrze.) Co Olesiowi pozostało? U. Jedna piłka. N. Dlaczego? U. Bo trzy piłki bez dwu piłek to jedna piłka.

§ 11. Trzy razy jeden.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach kropkę jeden raz, jeszcze jeden raz i jeszcze jeden raz. Coście zrobili?

• • •

U. Narysowaliśmy trzy razy po jednéj kropce.

N. Co teraz macie na tabliczkach? U. Trzy kropki.

N. Otóż widzicie, że: trzy kropki jestto jedna kropka, powtórzona trzy razy; albo: trzy razy jedna kropka to trzy kropki.

N. Kazio kąpał się w poniedziałek jeden raz, we wtorek jeden raz i w środę jeden raz. Co Kazio zrobił w tych trzech dniach?

U. Kąpał się trzy razy.

N. Służąca potarła zapałkę jeden raz, znowu jeden raz i jeszcze jeden raz, a wtedy dopiéro zapałka się zapaliła. Co zrobiła służąca, zanim się zapałka zapaliła? U. Potarła ją trzy razy.

N. Furman poił konie: raz zrana, raz w południe i raz wieczorem. Co powiecie o tym furmanie?

U. Furman poił konie trzy razy.

§ 12. Trzecia część.

Nauczyciel bierze białą tasiemkę, podzieloną poprzednio poprzecznymi kréskami na równych części trzy, sprawdza przy uczniach, że one są równe, i prowadzi następującą pogadankę:

N. Co trzymam w ręku? U. Tasiemkę.

N. Co powiecie o téj tasiemce? U. Ona jest podzielona na trzy równe części.

N. Każda część nazywa się trzecią częścią całéj tasiemki. Pamiętajcie: jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na trzy równe części, to każda część nazywa się trzecią częścią téj całości. W tym przykładzie całością jest tasiemka. Każda całość ma trzy trzecie części.

Trzecie części téj saméj całości są sobie równe.

Nauczyciel zwija tasiemkę, odwija następnie jednę część i, pokazując ją uczniom, zapytuje: co teraz widzicie?

U. Widzimy jednę trzecią część całéj tasiemki.

Następnie nauczyciel odwija dwie części i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy dwie trzecie części całéj tasiemki.

Nakoniec rozwija całą tasiemkę i zapytuje: Co teraz widzicie? U. Widzimy trzy trzecie części całéj tasiemki. N. Jak powiecie inaczéj, co widzicie? U. Widzimy całą tasiemkę.

N. Więc cała tasiemka ma trzecich części trzy.

• | • | •

Nauczyciel kréśli na tablicy trzy kropki i pomiędzy nimi kréski.

N. Co widzicie na tablicy?

U. Widzimy trzy kropki i dwie kréski.

N. Gdzie jest piérwsza kréska? U. Między piérwszą i drugą kropką.

N. Gdzie jest druga kréska? U. Między drugą i trzecią kropką.

N. Widzicie, że te trzy kropki stanowią razem jednę całość, która kréskami jest podzielona na trzy części. Te części są równe, bo mają po jednéj kropce; więc: trzecia część trzech kropek, jest jedna kropka.

N. Jeżeli każda kropka przedstawia grosz, to jak powiecie?

U. Trzecia część trzech groszy jest jeden grosz.

N. Staś miał trzy grosze i za trzecią część swoich pieniędzy kupił piernik. Co kosztuje piernik?

U. Piernik kosztuje trzecią część trzech groszy, to jest jeden grosz.

N. W butelce są trzy szklanki mléka; matka pozwoliła Kasi wypić trzecią część mléka, będącego w butelce. Co Kasia wypiła?

U. Kasia wypiła trzecią część trzech szklanek, to jest jednę szklankę mléka.

N. Co tu jest całością, która została podzieloną na trzy równe części? U. Wszystko mléko będące w butelce.

§ 13. Cztéry, czwarty.

● ● ● ● Nauczyciel kréśli trzy kropki i obok nich jeszcze jednę kropkę. Co jest na tablicy? U. Trzy kropki i jedna kropka.

N. Zamiast trzy kropki i jedna kropka, krócéj się mówi: *cztéry* kropki. Uczniowie powtarzają: *cztéry* kropki.

N. Jeżeli każda kropka przedstawia szklankę, to co jest na tablicy? U. *Cztéry* szklanki.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach: *cztéry* kréski, *cztéry* krzyżyki, *cztéry* kółka.

Nauczyciel, zwracając się do jednego z uczniów, zapytuje: Jak narysujesz cztéry kréski?

U. Narysuję trzy kréski i obok *jednę* kréskę.

Podobnie należy zapytać, jak się narysują cztéry krzyżyki i cztery kółka.

N. Koń ma cztéry nogi. Izba ma cztéry kąty. Wóz ma cztéry koła. Rok ma cztéry pory. Godzina ma cztéry kwadranse. Garniec ma cztéry kwarty. (Tu należy uczniom pokazać kwartę).

Wyrazy: Częstochowa, Ukraina, Ciechocinek, gospodyni, kamienica, kuropatwa, koniczyna, gąsienica i t. d. mają po cztéry zgłoski.

Nauczyciel, wskazując po kolei na każdą z trzech piérwszych kropek, mówi: już wiecie, że to są piérwsza, druga i trzecia kropki; ostatnia nazywa się *czwartą* kropką. Następnie zadaje uczniom takie pytania: Trzecia kropka od ręki lewéj, którą jest kropką od ręki prawéj? Czwarta kropka od ręki prawéj, którą jest od ręki lewéj? i t. d.

N. Wymieńcie piérwszą zgłoskę w wyrazie: koniczyna, drugą w wyrazie: kuropatwa, trzecią w wyrazie: kamienica, czwartą w wyrazie: Częstochowa.

N. Policzcie litery w wyrazie: woda, i powiedzcie, które są samogłoskami, licząc od strony lewéj?

§ 14. Trzy i jeden.

● ● ● | ● Nauczyciel kréśli kréśkę między trzecią i czwartą kropką i zapytuje: co widzicie?

U. Widzimy cztéry kropki i kréskę pomiędzy trzecią i czwartą kropką.

N. Co jest po lewéj stronie kréski, a co po prawéj?

U. Po lewéj stronie kréski są trzy kropki, a po prawéj jest jedna kropka.

N. Te cztéry kropki razem stanowią jednę całość, która jest podzielona kréską na dwie części; jedna część ma trzy kropki, a druga część ma jednę kropkę. Te części razem wzięte stanowią całość, t. j. cztéry, więc *trzy* kropki i *jedna* kropka to *cztery* kropki. Albo (poczynając od części położonéj z prawéj strony kréski): *jedna* kropka i *trzy* kropki, to *cztery* kropki.

N. Pawełek kupił w poniedziałek trzy kajety, a w piątek jeden kajet. Co kupił Pawełek?

U. Trzy kajety i jeden kajet razem: cztéry kajety.

N. Widzicie, że cztéry kajety, kupione przez Pawełka, stanowią całość złożoną z dwu części: jedną częścią są trzy kajety, kupione w poniedziałek, a drugą częścią jest jeden kajet, kupiony w piątek.

N. Rózia dostała od brata jeden piernik, a od siostry trzy pierniki. Co Rózia dostała? U. Jeden piernik i trzy pierniki, razem cztéry pierniki.

N. Jakie są części, z których się składa cały podarek dla Rózi?

U. Jedną częścią jest jeden piernik, podarowany przez brata, drugą częścią są trzy pierniki, które podarowała jéj siostra.

§ 15. Cztery bez jednego i bez trzech.

● ● ● | ●

N. Jeżeli z całości, złożonéj z dwu części, zabierzemy jednę, to zostanie druga część. Macie na tablicy cztéry kropki, podzielone kréską na dwie części. Co pozostanie jeżeli weźmiemy kropkę, położoną z prawéj strony kréski.

U. Pozostaną trzy kropki.

N. To znaczy, że cztéry kropki bez jednéj kropki to trzy kropki.

N. Boleś miał zadane na święta do nauczenia się cztéry bajeczki; nauczył się już jednéj. Co mu pozostało do nauczenia się?

U. Cztéry bajeczki bez jednéj, to jest trzy bajeczki.

N. Co pozostanie, jeżeli weźmiemy trzy kropki, położone z lewéj strony kréski? U. Pozostanie jedna kropka.

N. To znaczy: że cztéry kropki bez trzech jest jedna kropka.

N. Wieśniaczka przyniosła na rynek do sprzedania cztéry séry. Trzy sprzedała. Co jéj pozostało do sprzedania? U. Jeden sér.

N. Dlaczego? U. Bo cztéry séry bez trzech sérów jest jeden sér.

§ 16. Dwa razy dwa, cztéry bez dwu.

● ● | ● ●

Nauczyciel kréśli na tablicy cztéry kropki i między drugą i trzecią kropką kréskę.

N. Co jest przed kréską, a co po krésce.

U. Przed kréską są dwie kropki i po krésce są także dwie kropki.

N. Ile jest wszystkich kropek? U. Wszystkich kropek jest cztéry.

N. A więc: raz dwie kropki i jeszcze raz dwie kropki, to razem cztéry kropki, albo: dwa razy po dwie kropki to cztéry kropki.

N. Jeżeli każda kropka wyobraża głowę cukru to jak powiecie? U. Dwa razy po dwie głowy cukru to cztéry głowy cukru.

N. W jednéj ręce mam dwie gruszki i w drugiéj dwie gruszki. Co mam w obu rękach?

U. Dwa razy po dwie gruszki, to jest cztéry gruszki.

N. Jedna stalka (pióro stalowe) kosztuje dwa grosze. Co kosztują dwie stalki?

U. Dwie stalki kosztują dwa razy po dwa grosze, to jest cztéry grosze.

N. Co pozostanie, jeżeli zmażę dwie kropki, leżące z jednéj strony kréski?

U. Pozostaną dwie kropki.

N. To oznacza, że: cztéry kropki bez dwu kropek to dwie kropki.

N. W szafie były cztéry książki. Ludwiś wziął z niéj dwie książki. Co zostało w szafie?

U. W szafie zostały dwie książki.

N. Dlaczego?

U. Bo: cztéry książki bez dwu to dwie książki.

§ 17. Połowa cztérech.

• • | • •

N. Widzicie, że kréska dzieli cztéry kropki na dwie części równe. Każda z tych części, jak wiecie, nazywa się połową całości, to jest: połową cztérech kropek. Ponieważ każda część ma dwie kropki, więc: *połowa cztérech* kropek jest *dwie* kropki.

Ignaś miał cztéry złote i za połowę tych pieniędzy kupił obrazek. Co kosztuje obrazek?

U. Obrazek kosztuje połowę cztérech złotych, to jest dwa złote.

§ 18. Czwarta część.

Nauczyciel kraje arkusz papiéru na równych części cztéry i powiada: każda część nazywa się *czwartą częścią* arkusza.

N. Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na równych części cztéry, to każda część będzie się nazywała czwartą częścią téj całości.

Każda całość ma cztéry czwarte części.

Czwarte części téj saméj całości są sobie równe.

N. Władzio dostał jabłko. Siostra mówi do Władzia: daj mi czwartą część tego jabłka. Co zrobił Władzio, żeby dać to, czego chce siostra?

U. Władzio pokrajał jabłko na cztéry części równe i jednę czwartą część dał siostrze.

N. Wyrobnik kupił bochenek chleba, pokrajał go na cztéry części równe i jednę część dał ubogiemu. Co dostał ubogi? U. Ubogi dostał czwartą część bochenka.

N. Czwarta część całości nazywa się inaczéj *ćwiercią*.

Każda całość ma cztéry ćwierci.

• | • | • | •

Nauczyciel kréśli na tablicy cztéry kropki i między każdymi dwiema kropkami po krésce.

N. Widzicie, że te cztéry kropki stanowią całość, która jest tutaj podzielona trzema kréskami na cztéry części równe. Każda część nazywa się czwartą częścią tych cztérech kropek i ma jednę kropkę, a więc: czwarta część cztérech kropek jest jedna kropka.

N. Gdyby każda kropka oznaczała rubel, jakbyście powiedzieli?

U. Czwarta część cztérech rubli jest jeden rubel.

N. Kostuś miał cztéry ołówki i czwartą ich część dał swemu koledze. Co dostał kolega Kostusia?

U. Kolega Kostusia dostał czwartą część cztérech ołówków, to jest jeden ołówek.

§ 19. Pięć.

• • • • • Nauczyciel kreśli na tablicy cztéry kropki i obok nich jeszcze jednę kropkę. Zapytuje uczniów: Co jest na tablicy? U. Cztéry kropki i jeszcze jedna kropka.

N. Zamiast: cztéry kropki i jedna kropka, krócéj się mówi: pięć kropek.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach: pięć kółek, pięć krések, pięć krzyżyków i t. d.

N. Co macie u każdej ręki?

U. Mamy pięć palców.

N. Wyrazy: Mereczowszczyzna, Konstantynopol, rzeczpospolita, uniwersytet, synogarlica i t. d. mają po pięć zgłosek.

Nauczyciel wskazuje, poczynając od strony lewéj, pokolei każdą z piérwszych cztérech kropek i mówi: piérwsza kropka, druga, trzecia, czwarta, a następnie dodaje: ostatnia nazywa się piątą kropką.

To samo powtarza, poczynając od ręki prawéj.

N. Czwarta kropka od ręki prawéj którą jest od ręki lewéj?

N. Trzecia ze strony prawéj którą jest z lewéj strony?, i t. d.

N. Powiedzcie piątą zgłoskę w wyrazach: Wniebowstąpienie, Rzeczpospolita, Jagiellonowie, nieprzyjaciele.

§ 20. Ile?

W poprzednich paragrafach unikaliśmy wyrazu: ile? gdyż, wprowadzając go, musielibyśmy dać stosowne objaśnienie, co było niemożebne dla braku potrzebnych do tego wiadomości pomocniczych. Następująca pogadanka ma teraz ku temu posłużyć.

N. Na stole stoi waza, napełniona zupą. Ojciec mówi do syna: Stasiu, nalej mi zupy do talérza. Staś zapytuje: czy mam nalać jednę łyżkę zupy? Ojciec odpowiada: nie. Staś zapytuje: czy dwie łyżki? Ojciec odpowiada: nie. Staś po raz trzeci zapytuje: czy trzy łyżki? Ojciec odpowiada: tak. Staś nalał ojcu do talérza trzy łyżki zupy.

Staś więc, nim wykonał żądanie ojca, zadał mu trzy pytania, a wystarczało jednego pytania, mianowicie: ile łyżek zupy mam nalać?

Adaś chce kupić obsadkę, ale nie wie, co ona kosztuje. Zapytuje kupca: czy ta obsadka kosztuje jeden grosz? Kupiec odpowiada: nie. Czy ona kosztuje dwa grosze? nie. Czy trzy grosze? nie. Czy cztéry grosze? nie. Czy pięć groszy? tak.

Widzicie, że Adaś zapytywał kupca kilka razy, żeby się dowiedzieć, że obsadka kosztuje pięć groszy. Otóż te kilka pytań można zastąpić jednym pytaniem: ile groszy kosztuje obsadka?

Powiedzcie teraz: ile człowiek ma rąk? ile koń ma nóg? u ręki ile jest palców? Ile jest zgłosek w wyrazach: Lwów, Kraków, Warszawa, Częstochowa?

§ 21. Cztéry i jeden, pięć bez jednego.

• • • • | • Nauczyciel kreśli na tablicy pięć kropek i kréskę pomiędzy kropkami czwartą i piątą.

N. Co jest na tablicy? U. pięć kropek i kréska.

N. Widzicie, że te pięć kropek stanowią jednę całość, która kréską jest podzielona na dwie części. Ile jest kropek przed kréską, a ile po krésce? U. Przed kréską są cztéry kropki, a po krésce jedna. N. Więc: pięć kropek to cztéry kropki i jedna kropka. Albo: poczynając od części położonéj z prawéj strony kréski, powiemy: pięć kropek to jedna kropka i cztéry kropki.

N. Jeżeli z całości, złożonéj z dwu części, odrzucimy jednę część, to co pozostanie? U. Pozostanie druga część.

N. Co pozostanie, jeżeli odrzucimy kropkę, położoną z prawéj strony kréski? U. Pozostaną cztéry kropki.

N. A jeżeli odrzucimy cztéry kropki, leżące z lewéj strony kréski? U. Pozostanie jedna kropka.

N. Więc: pięć kropek bez jednéj to cztéry kropki.

N. Portmonetka ma dwie przedziałki, w jednéj przedziałce są cztéry ruble, a w drugiéj jeden rubel. Ile rubli jest w portmonetce? U. Pięć rubli.

N. Dlaczego? Bo cztéry ruble i jeden rubel to pięć rubli.

Mieszkanie składa się z dwu pokoi, w piérwszym wisi jeden obraz, a w drugim wiszą cztéry obrazy. Ile obrazów wisi w mieszkaniu? U. Jeden obraz i cztéry obrazy, razem: pięć obrazów.

N. Wicuś w jednym dniu był wołany do tablicy cztéry razy, a w drugim jeden raz. Ile razy on był wzywany do tablicy w tych dwu dniach? U. Cztéry razy i jeden raz, to jest pięć razy.

N. W szafie było pięć szklanek; Kasia wybrała z szafy jednę szklankę. Ile szklanek zostało w szafie? U. Cztéry szklanki. N. Dlaczego? U. Bo pięć szklanek bez jednéj szklanki to cztéry szklanki.

N. W koszyku było pięć obwarzanków. Goście zjedli cztéry obwarzanki. Ile obwarzanków zostało w koszyku? U. Jeden. N. Dlaczego? U. Bo pięć obwarzanków bez cztérech to jeden obwarzanek.

§ 22. Trzy i dwa, pięć bez dwu.

● ● ● | ● ●

Nauczyciel kréśli na tablicy pięć kropek i kréskę pomiędzy kropkami trzecią i czwartą. Co jest na tablicy? U. Pięć kropek i kréska pomiędzy kropkami trzecią i czwartą.

N. Widzicie, że te pięć kropek są jedną całością, która jest podzielona kréską na dwie części. Co możecie powiedzieć, widząc ten rysunek? U. Pięć kropek są podzielone kréską na dwie części: jedna część ma trzy kropki, druga ma dwie kropki. N. Powiedzcie to krócéj. U. Pięć kropek jestto trzy kropki i dwie kropki. N. Jak powiecie, poczynając od części, położonéj z prawéj strony kréski? U. Dwie kropki i trzy kropki to razem pięć kropek.

Nauczyciel zakrywa dwie kropki z prawéj strony kréski i zapytuje: co teraz widzicie? U. Widzimy trzy kropki.

N. Wszystkich jest pięć kropek: zakrytych dwie, niezakrytych trzy. Jak to, co powiedziałem, inaczéj powiedzieć? U. Pięć kropek bez dwu kropek to trzy kropki.

Nauczyciel zakrywa trzy kropki z lewéj strony kréski. Uczniowie mówią: Pięć kropek bez trzech kropek to dwie kropki.

N. Pilny Wojtuś, wyjeżdżając na wakacyje, prosił nauczyciela o książki do czytania. Nauczyciel otworzył szafę i dał mu z jednéj półki trzy książki, a z drugiéj dwie. Ile Wojtuś dostał książek? U. Wojtuś dostał trzy i dwie książki, razem: pięć książek.

N. Karolek był z Rodzicami na wystawie obrazów w jednym miesiącu dwa razy, a w drugim trzy razy. Ile razy Karolek był na wystawie? U. Karolek był na wystawie dwa razy i trzy razy, to jest pięć razy.

N. Było w stajni pięć koni. Dwa poszły w drogę. Ile koni zostało w stajni? U. Zostały trzy konie

N. Adelcia od dwu braci dostała pięć gruszek. Jeden brat dał jéj trzy gruszki. Ile gruszek dał drugi brat? Widzicie, że gruszki Adelci złożyły się z dwu części, a jednę część, to jest trzy gruszki, dał jéj jeden brat. Żeby więc się dowiedziéć, ile gruszek dał drugi brat, trzeba znaléść drugą część pięciu gruszek. Ile więc gruszek dał Adelci drugi brat? U. Drugi brat dał: pięć bez trzech, to jest: dwie gruszki.

Na wzór powyższych zadań nauczyciel będzie układał inne, zastosowane do pojęć dziecięcych, w obszarze piérwszych pięciu liczb.

§ 23. Piąta część.

• | • | • | • | •

Nauczyciel kréśli pięć kropek i pomiędzy nimi kréski. Co jest na tablicy? U. Pięć kropek i pomiędzy nimi cztéry kréski.

N. Te pięć kropek stanowią razem jednę całość. Na ile części równych te pięć kropek, jako całość, podzieliłem tymi kréskami? U. Te pięć kropek jest podzielone na pięć części równych. N. Dlaczego one są równe? U. Bo każda część ma po jednéj kropce.

N. Jeżeli jakąkolwiek całość (jabłko, arkusz papiéru. garniec grochu i t. d.) podzielimy na równych części pięć, to każda część nazywa się piątą częścią téj całości. A więc: piąta część pięciu kropek jest jedna kropka.

N. Jeżeli każda kropka przedstawia grosz, to jak powiecie? U. Piąta część pięciu groszy jest jeden grosz.

N. Każda całość ma piątych części pięć.

N. Stolarzowi za stół, przez niego zrobiony, zapłacono pięć rubli; piątą część tych pieniędzy zaniósł on do kasy oszczędności. Ile rubli złożył on w kasie? U. On złożył w kasie piątą część pięciu rubli, to jest jeden rubel.

§ 24. Sześć.

● ● ● ● ● ●

Nauczyciel obok pięciu kropek kréśli na tablicy jeszcze jednę kropkę. Co jest na tablicy? U. Pięć kropek i jedna kropka.

N. Zamiast pięć kropek i jedna kropka, krócéj się mówi: sześć kropek.

Na wzór tych sześciu kropek uczniowie kréślą na swoich tabliczkach: sześć krések, sześć kółek i t. d.

N. Mucha ma sześć nóg. Sążeń ma sześć stóp. Wyrazy: korona, kolasa, sałata, robota, wróbel, parkan, Antoni, Józefa i t. d. mają po sześć liter.

Nauczyciel wskazuje pokolei na każdą z pięciu piérwszych kropek. Uczniowie mówią: piérwsza kropka, druga, trzecia, czwarta, piąta. Nauczyciel, wskazując na ostatnią, dodaje: ostatnia nazywa się szóstą kropką.

N. *Trzecia* kropka od początku którą jest od końca?

N. *Piąta* od końca którą jest od początku?

N. W wyrazie *korona* które litery są samogłoskami, a które spółgłoskami? U. Samogłoskami są litery: *druga*, *czwarta* i *szósta*...

Podobnie rozebrać wyrazy: wróbel, parkan i t. d.

§ 25. Pięć i jeden, sześć bez jednego.

• • • • • | •

Nauczyciel, poprowadziwszy kréskę po piątéj kropce, zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy? U. Sześć kropek i kréskę pomiędzy kropkami piątą i szóstą.

N. Te sześć kropek stanowią jednę całość, która kréską jest podzielona na dwie części. Ile jest kropek w części położonéj z lewéj strony kréski, a ile kropek w części położonéj z prawéj strony kréski? U. Część, położona z lewéj strony kréski, ma pięć kropek, a część, położona z prawéj strony, ma jednę kropkę.

N. Czego was uczy ten rysunek? U. *Sześć* kropek jestto *pięć* kropek i *jedna* kropka. Albo: *sześć* kropek jestto *jedna* kropka i *pięć* kropek.

N. Jeżeli odrzucimy część położoną z prawéj strony kréski, co zostanie? U. Zostanie część położona z lewéj strony, to jest *pięć* kropek. N. A jeżeli odrzucimy część położoną z lewéj strony kréski, co zostanie? U. Zostanie część położona z prawéj strony, to jest *jedna* kropka. N. Widzicie więc, że: *sześć* kropek *bez jednéj* kropki jest *pięć* kropek; *sześć* kropek *bez pięciu* kropek jest *jedna* kropka.

N. Myśliwy upolował w jednym tygodniu pięć zajęcy, a w drugim jednego. Ile zajęcy on upolował w obu tygodniach? U. Sześć zajęcy. N. Upolowane zające stanowią jednę całość, złożoną z dwu części; jedną częścią są zające upolowane w piérwszym tygodniu, to jest pięć zajęcy, drugą częścią jest zając upolowany w drugim tygodniu. A więc pięć zajęcy i jeden zając to sześć zajęcy. Uczniowie powtarzają to rozumowanie.

N. W pokoju na stole stoi jedna lampa, a na ścianach pięć lamp. Ile jest lamp w pokoju? U. Sześć lamp.

N. Kotlarz zrobił sześć rądli. Jeden z nich sprzedał. Ile mu rądli pozostało? U. Pięć rądli. N. Co tu jest całością? U. Sześć rądli. N. Te sześć rądli nazywamy c a ł o ś c i ą, bo one wyrażają c a ł ą robotę, wykonaną przez kotlarza. Czy on sprzedał całą swoję robotę? U. Nie, sprzedał tylko część swojéj roboty, mianowicie jeden rądel. N. A jaka jest druga część jego roboty? U. Sześć rądli bez jednego, to jest pięć rądli.

N. W pokoju na dwu ścianach wisi sześć portretów. Na jednéj wisi pięć; ile portretów wisi na drugiéj ścianie? U. Jeden portret. N. Co tu jest całością? U. Sześć portretów. N. Dlaczego te sześć portretów nazywamy c a ł o ś c i ą? U. Bo one oznaczają c a ł y zbiór portretów w pokoju. N. Na ile części ta całość jest rozłożona? U. Na dwie części. N. Co jest jedną częścią? U. Pięć portretów wiszących na jednéj ścianie N. Co jest drugą częścią? U. Sześć portretów bez pięciu, to jest jeden portret.

§ 26. Cztéry i dwa, sześć bez dwu,...

N. Wszystko, com dotąd wam mówił, jest p r a w d ą. Naprzykład: Czy prawda, że cztéry grosze to dwa razy po dwa grosze? U. Prawda. N. Czy prawda, że wyraz: k o l a s a składa się z sześciu liter? U. Prawda.

N. Od początku naszych pogadanek powiedziałem wam wiele prawd. Powiedzcie: jakie poznaliście prawdy, rozważając np. ten rysunek? U. Poznaliśmy prawdy następujące:

● ● ● ● ● | ●

Sześć kropek jestto pięć kropek i jedna kropka.
Sześć kropek jestto jedna kropka i pięć kropek.
Sześć kropek bez pięciu kropek jest jedna kropka.
Sześć kropek bez jednéj kropki jest pięć kropek.

Nauczyciel pod powyższym rysunkiem kréśli sześć kropek, prowadzi kréskę pomiędzy czwartą i piątą kropką i zapytuje uczniów: z czego te dwa rysunki są do siebie podobne? U. Każdy z nich ma po sześć kropek i po jednéj krésce. N. A jaką między tymi rysunkami widzicie różnicę? U. Tę, że na piérwszym rysunku znajduje się kréska między piątą i szóstą kropką, a na drugim między czwartą i piątą.

● ● ● ● | ● ●

N. Czy można z drugiego rysunku wyprowadzić prawdy, podobne do prawd, wyprowadzonych z piérwszego rysunku? U. Można. N. Powiedzcie je. U. Na drugim rysunku sześć kropek są podzielone kréską na dwie części: cztéry kropki i dwie kropki. Więc:

Sześć kropek jestto cztéry i dwie kropki.
Sześć kropek jestto dwie i cztéry kropki.
Sześć kropek bez dwu to cztéry kropki.
Sześć kropek bez cztérech to dwie kropki.

N. Tadzio miał sześć śliwek; koledze swemu dał cztéry; ile mu zostało śliwek? U. Dwie śliwki.

N. Któráto z powiedzianych teraz przez was prawd posłużyła do wynalezienia odpowiedzi na moje pytanie? U. Sześć kropek bez cztérech to dwie kropki. N. W jaki sposób? U. Jeżeli każda kropka oznacza śliwkę, to sześć kropek przedstawia sześć śliwek, które miał Tadzio. Cztéry kropki, położone z lewéj strony kréski, przedstawia cztéry śliwki oddane koledze, a dwie kropki z prawéj strony kréski przedstawiają dwie śliwki, które pozostały dla Tadzia.

N. Kto z was ułoży zadanie, które się rozwiązuje zapomocą prawdy, naprzód przez was wyczytanéj z ostatniego rysunku, t. j. sześć kropek jestto cztéry i dwie kropki. U. (po namyśle) Np. w jednym pokoju są cztéry okna, a w drugim dwa okna. Ile jest okien w obu pokojach? N. Dobrze. Ileż jest wszystkich okien? U. Sześć okien. N. Dlaczego? U. Wiemy, że cztéry kropki i dwie kropki jest sześć kropek. Jeżeli każda kropka oznacza okno, to cztéry okna i dwa okna jest sześć okien.

(W podobny sposób przy pomocy nauczyciela uczniowie będą układali zadania, zastosowane do pozostałych prawd, których wizerunkiem jest ostatni rysunek.)

§ 27. Dwa razy trzy, połowa sześciu.

• • • | • • •

Nauczyciel kréśli sześć kropek i kréskę między kropkami trzecią i czwartą. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy sześć kropek i kréskę pomiędzy trzecią i czwartą kropką. N. Powiedzcie prawdę, któréj wizerunkiem jest ten rysunek. U. Sześć kropek to trzy kropki i trzy kropki. N. Powiedzcie ją inaczéj. U. Dwa razy po trzy kropki to sześć kropek.

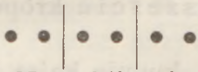
N. Wyrobnik zarabia tygodniowo po trzy ruble; ile rubli on zarobi przez dwa tygodnie? U. Przez dwa tygodnie zarobi dwa razy po trzy ruble, to jest sześć rubli. (Nauczyciel dodaje, że w tym zagadnieniu każda kropka na rysunku oznacza rubel.)

N. Na ile części kréska dzieli te sześć kropek? U. Na dwie. N. Czy te części są równe? U. Te części są równe, bo każda ma po trzy kropki. N. Ponieważ te części są równe, więc jak się każda nazywa? U. Każda nazywa się połową sześciu kropek. N. Co więc jeszcze możecie powiedzieć, widząc ten rysunek? U. Połowa sześciu kropek to trzy kropki.

N. Służąca, idąc do miasta, wzięła od pani sześć złotych i za połowę tych pieniędzy kupiła masła. Ile złotych kosztuje masło? U. Masło kosztuje połowę sześciu złotych, to jest trzy złote.

(Nauczyciel z łatwością sam dobierze więcéj zadań podobnych.)

§ 28. Trzy razy dwa, trzecia część sześciu.



N. Co powiecie o kropkach i kréskach, narysowanych na tablicy? U. Na tablicy jest sześć kropek i dwie kréski; jedna kréska jest poprowadzona między drugą i trzecią kropką, a druga między czwartą i piątą. N. Powiedzcie prawdę, którą wyraża ten rysunek. U. Trzy razy po dwie kropki jest sześć kropek.

N. Te sześć kropek stanowią razem jednę całość. Powiedzcie teraz: na ile części te sześć kropek kréskami jest podzielonych i jakie są te części? U. Te sześć kropek podzielono na trzy części, a te części są równe. N. Dlaczego one są równe? U. Bo każda ma po dwie kropki. N. Jak się nazywa każda część? U. Każda część nazywa się trzecią częścią sześciu kropek. N. Jaka więc nowa prawda wynika z naszego rysunku? U. Trzecia część sześciu kropek to dwie kropki.

N. Krzesło kosztuje dwa ruble. Ile kosztują trzy takie krzesła? U. Trzy krzesła kosztują trzy razy po dwa ruble, to jest sześć rubli.

N. Jaś ma sześć rubli i za trzecią część tych pieniędzy kupuje globus. Ile rubli kosztuje globus? U. Globus kosztuje trzecią część sześciu rubli, to jest dwa ruble.

§ 29. Szósta część.

N. Na ile części te sześć kropek jest podzielonych? U. One są podzielone kréskami na sześć części. N. Czy te części są równe? U. Te części są równe, bo każda ma po jednéj kropce. N. Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na równych części sześć, to każda część nazywa się *szóstą częścią* téj całości. Tutaj całością jest sześć kropek.

N. Powiedzcie teraz prawdę, jaką wam ten rysunek przedstawia. U. *Szósta część sześciu* kropek jest *jedna* kropka.

N. Zygmuś ma sześć złotych i kupuje kajet za szóstą część swoich pieniędzy. Ile złotych kosztuje kajet? U. Kajet kosztuje szóstą część sześciu złotych, to jest jeden złoty.

N. Każda całość ma *szóstych części sześć*. Stopa jest szóstą częścią sążnia.

§ 30. Liczba i jednostka.

Wprowadzamy do wykładu dwa nowe wyrazy: *liczba i jednostka*, podając w téj pogadance oile można elementarne ich pojęcie, zastosowane do stopnia rozwinięcia uczniów.

△ Nauczyciel kréśli na tablicy jakikolwiek znak, którego dotąd nie używał, naprzykład *trójkąt*, i powiada: widzicie na tablicy trzy kréski, końcami z sobą połączone. Ten rysunek nazywa się trójkątem.

△ △ △ △ △

△ • + ○ —

Nauczyciel kréśli na tablicy w jednym rzędzie pięć trójkątów i zapytuje: co nakréśliłem w tym rzędzie? U. Pięć trójkątów. N. Te trójkąty są jednakowe.

Nauczyciel kréśli podspodem w drugim rzędzie pięć przedmiotów rozmaitych i zapytuje: co nakréśliłem w drugim rzędzie? U. Pan nakréślił: trójkąt, kropkę, krzyżyk, kółko i kréskę. N. Czy rysunki umieszczone w tych dwu rzędach różnią się od siebie? U. Różnią się od siebie: w piérwszym rzędzie mamy pięć rzeczy jednakowych, a w drugim rzędzie mamy pięć rzeczy rozmaitych. N. Dlaczego mówicie, że w piérwszym rzędzie są rzeczy jednakowe? U. Bo każda z nich jest trójkątem. N. Otóż: zbiór rzeczy jednakowych, stanowi *liczbę*. Każda zaś jedna rzecz, z których ta liczba się składa, nazywa się *jednostką* téj liczby. Rzeczy, zebrane w piérwszym rzędzie, przedstawiają *liczbę*, któréj *jednostką* jest trójkąt. Rzeczy nagromadzone w drugim rzędzie nie stanowią liczby.

N. Mówię: Staś dostał na imieniny od Ojca cztéry ołówki; powiedzcie, co tu jest liczbą? U. Cztéry ołówki. N. Co jest jednostką téj liczby? U. *Jeden ołówek*, albo krócéj: *ołówek*.

N. Ojciec Adasia ma na stajni pięć koni. Powiedzcie, co tu jest liczbą? U. Pięć koni. N. Co jest jednostką téj liczby? U. *Jeden koń*, albo krócéj: *koń*.

N. Zosia podczas świąt przeczytała sześć powiastek. Co tu jest liczbą? U. Sześć powiastek. N. A co tu jest jednostką? U. Jedna powiastka, krócéj: powiastka.

§ 31. Siedem.

● ● ● ● ● ● ●

Nauczyciel kréśli sześć kropek i obok nich jeszcze jednę kropkę. Co jest na tablicy? U. Sześć kropek i jedna kropka. N. Zamiast: sześć kropek i jedna kropka, mówi się krócéj: siedem kropek. Uczniowie powtarzają: siedem kropek.

N. Jak nazwiecie te siedem kropek razem zebranych? U. Nazwiemy liczbą. N. Co jest jednostką téj liczby? U. Jedna kropka; krócéj: kropka.

N. Tydzień ma dni siedem. Sażeń ma stóp angielskich siedem. (Tu należy pokazać stopę angielską.)

N. Wyrazy: Katedra, Jadwiga, Kajetan, kolebka po ile mają liter?

Nauczyciel pokazuje pokolei każdą kropkę i mówi: piérwsza kropka, druga, trzecia i t. d., ostatnia nazywa się siódmą kropką. Następnie zadaje uczniom takie pytania: piąta kropka z lewéj strony którą jest z prawéj strony? czwarta od prawéj ręki którą jest kropką od ręki lewéj? i t. d.

N. Które litery są samogłoskami, a które spółgłoskami w wyrazach: Jadwiga, kolebka i t. d.?

§ 32. Sześć i jeden, siedem bez jednego.

● ● ● ● ● ● | ●

N. Co widzicie na tablicy? U. Siedem kropek i kréskę pomiędzy kropkami szóstą i siódmą. N. Widzicie, że liczba siedem kropek przedstawia jednę całość, która kréską jest podzielona na dwie części; jedna część ma sześć kropek, a druga ma jednę kropkę. Jaką stąd wyprowadzicie prawdę? U. Sześć kropek i jedna kropka jest razem siedem kropek.

N. Gdyby zamiast kropek były kółka, jakbyście powiedzieli? U. Sześć kółek i jedno kółko jest siedem kółek. N. Gdyby zamiast kropek były trójkąty, jakbyście powiedzieli? U. Sześć trójkątów i jeden trójkąt—razem jest siedem trójkątów. N. Wiecie, że kropka jest jednostką dla liczb: sześć kropek i siedem kropek, kółko jest jednostką dla liczb: sześć kółek i siedem kółek, trójkąt jest jednostką dla liczb: sześć trójkątów i siedem trójkątów; więc powiedzcie tę prawdę tak, żeby ona się zarówno stosowała do liczby kropek, kółek i trójkątów. U. Sześć jednostek i jedna jednostka jest siedem jednostek.

N. W tych przykładach jednostką była albo kropka, albo kółko, albo trójkąt; to jest jednostka miała nazwę, czyli miano. Dlatego liczby: sześć kropek, siedem kółek i t. d. nazywają się liczbami mianowanymi. Jeżeli zaś, wymawiając liczbę, niewyszczególniamy miana jéj jednostki, to wtedy liczba nazywa się liczbą niemianowaną, a jednostka jéj nazywa się jednością. Jak więc ostatnią prawdę można jeszcze wypowiedzieć? Sześć jedności i jedna jedność jest siedem jedności.

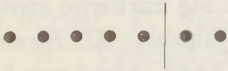
N. Czy prawdę tak powiedzianą można zastosować do liczby: książek, okien, koni, domów, drzew i t. d. U. Można. N. Powiedzcie zadanie, którego rozwiązanie byłoby zastosowaniem téj prawdy do liczby książek. U. Władzio oddał do oprawy na początku miesiąca sześć książek, a w końcu miesiąca jednę książkę. Ile książek dał Władzio do oprawy w ciągu tego miesiąca?

N. Powiedzcie inne prawdy, przedstawione na tym rysunku, używając wyrazu jedność zamiast wyrazu kropka.

U. Jedna jedność i sześć jedności jest siedem jedności. Siedem jedności bez jednéj jedności jest sześć jedności. Siedem jedności bez sześciu jedności jest jedna jedność.

(Do każdéj z wymienionych prawd nauczyciel dobierze stosowne zadania.)

§ 33. Pięć i dwa, cztéry i trzy,...



Nauczyciel kréśli na tablicy pokolei te dwie figury; uczniowie, mając na względzie, że każda z nich przedstawia liczbę *siedem jedności*, rozłożoną zapomocą kréski na dwie części, wyprowadzają odpowiednie prawdy, posługując się wszędzie wyrazem *jedność*, zamiast wyrazu *kropka*.

Przypuśćmy, że uczniowie doszli skolei do następującéj prawdy: *siedem jedności bez trzech jedności to cztéry jedności*. Nauczyciel wówczas zapytuje: kto z was powié zadanie, którego rozwiązanie polega na téj prawdzie? Uczniowie oświadczają swoją gotowość, nauczyciel jednemu z nich dozwala mówić.

U. Adaś i Staś ofiarowali na wsparcie dla pogorzelców siedem złotych. Adaś dał trzy złote; ile złotych dał Staś? N. Powiedz: ile? U. *Siedem* złotych *bez trzech*, to jest *cztéry* złote.

§ 34. Siódma część.

Nauczyciel kréśli na tablicy siedem kropek i pomiędzy każdymi dwiema kréskę. N. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy *siedem kropek*, które nam przedstawiają *siedem* jedności, i pomiędzy każdymi dwiema kropkami po jednéj krésce.

N. Te siedem jedności razem stanowią jednę całość. Na ile części te siedem jedności są podzielone? U. Na siedem części. N. Czy te części są równe? U. One są równe, bo każda ma po jedności. N. Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na części równych siedem, to każda część nazywa się siódmą częścią téj całości. Tutaj całością, podzieloną na równych części siedem, jest liczba siedem jedności; więc: siódma część siedmiu jedności jest jedność.

N. Siedmiu uczniów za staranne pisanie dostało od nauczyciela w upominku siedem obsadek. Ile obsadek dostał każdy z uczniów? U. Każdy z siedmiu uczniów dostał siódmą część siedmiu obsadek, to jest jednę obsadkę.

§ 35. Osiem.

● ● ● ● ● ● ● ●

Nauczyciel kréśli na tablicy siedem kropek i obok jeszcze jednę kropkę. Co jest na tablicy? U. Siedem kropek i jedna kropka. N. Wiecie, że kropka przedstawia nam jedność; powiedzcie więc teraz inaczéj: co jest na tablicy? U. Siedem jedności i jedna jedność. N. Zamiast: siedem jedności i jedna jedność, mówi się krócéj: osiem jedności. Ostatnia kropka w tym szeregu nazywa się ósmą kropką i przedstawia ósmą jedność.

Wyraz: karabela z ilu się składa liter? U. Z ośmiu liter. N. Które tu litery są samogłoskami, a które spółgłoskami? które tu litery są jednakowe? Uczniowie odpowiadają.

§ 36. Siedem i jeden, sześć i dwa, pięć i trzy.

● ● ● ● ● ● ● | ●

● ● ● ● ● ● | ● ●

● ● ● ● ● | ● ● ●

Nauczyciel kréśli pokolei każdą z umieszczonych tu trzech figur. Uczniowie, po nakréśleniu każdéj figury, wyszczególniają odpowiednie prawdy, stosując je jak zwykle, do rozwiązywania zadań, ułożonych przez nauczyciela lub samych uczniów pod jego kierunkiem. Ostatnia naprzykład figura poda materyjał do następującéj pogadanki.

N. Co widzicie? U. Widzimy osiem kropek, podzielone kréską na dwie części: pięć kropek i trzy kropki. N. Jeżeli my te części znowu połączymy razem, to co otrzymamy? U. Otrzymamy znowu całość, to jest osiem kropek. N. Jakie stąd wynikają prawdy? U. Pięć jedności i trzy jedności jest osiem jedności, albo: trzy jedności i pięć jedności jest osiem jedności. N. Co zostanie, jeżeli od całości, złożonéj z dwu części, oddzielimy jednę część? U. Zostanie druga część. N. Jakie stąd prawdy wypadają? U. Osiem jedności bez trzech to pięć jedności, osiem jedności bez pięciu to trzy jedności.

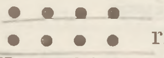
Prawdy, wyczytane z trzech ostatnich figur, dostarczą materyjału do rozwiązania dwunastu nowych zadań, których ułożenie pozostawiamy nauczycielowi lub uczniom pod jego kierunkiem.

§ 37. Dwa razy cztéry.

● ● ● ● | ● ● ● ●

Nauczyciel kréśli osiem kropek, kréskę pomiędzy czwartą i piątą kropką i zapytuje uczniów: co jest po każdéj stronie kréski? U. Cztéry kropki. N. Jaką stąd możecie wyprowadzić prawdę? U. *Dwa razy po cztéry jedności jest osiem jedności.*

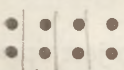
N. Jedna obsadka kosztuje cztéry grosze; ile kosztują dwie takie obsadki? U. *Dwa razy cztéry* grosze, to jest *osiem* groszy.



Nauczyciel układa osiem kropek we dwa rzędy równe i zapytuje uczniów: co widzicie? U. Widzimy dwa rzędy kropek. U. Co powiecie o tych rzędach? U. Te rzędy są równe. N. Dlaczego? U. Bo liczba kropek w jednym rzędzie jest taka sama, jak i w drugim rzędzie.

N. Te dwa rzędy będziemy nazywali *rzędami podłużnymi*, bo one się ciągną wzdłuż tablicy. Powtórzcie teraz: co widzicie? U. Widzimy dwa rzędy podłużne kropek, a w każdym rzędzie po cztéry kropki. N. Jaką prawdę wam ten rysunek przedstawia? U. *Dwa razy cztéry jedności jest osiem jedności.* N. Więc ten rysunek przedstawia wam tę samę prawdę, co i poprzedni.

§ 38. Cztéry razy dwa.



N. Którakolwiek kropka w jednym rzędzie podłużnym i odpowiednia jéj kropka w drugim rzędzie stanowią także rząd, który będziemy nazywali rzędem poprzecznym. I tak: *piérwsza kropka* piérwszego rzędu podłużnego i *piérwsza kropka* drugiego rzędu podłużnego, stanowią *piérwszy rząd poprzeczny*, *druga kropka* piérwszego rzędu podłużnego i *druga kropka* drugiego rzędu podłużnego stanowią *drugi rząd poprzeczny*, i t. d. Rzędów poprzecznych jest *cztéry*; a że w każdym są po dwie kropki, więc: *cztéry razy dwie* kropki to osiem kropek; czyli: *cztéry razy dwie jedności jest osiem jedności.*

N. Oprawa jednéj książki kosztuje dwa złote; ile kosztuje oprawa cztérech książek? U. Cztéry razy dwa złote, to jest osiem złotych.

§ 39. Połowa i czwarta część ośmiu.

● ● ● ●
● ● ● ●

N. Macie dwa równe rzędy podłużne kropek, które razem stanowią jednę całość: osiem kropek. Co powiecie o liczbie kropek, będących w jednym rzędzie podłużnym? U. Liczba kropek, będących w jednym rzędzie podłużnym, jest *połową* ośmiu kropek. N. Ponieważ w jednym rzędzie podłużnym są cztéry kropki, więc: *połowa ośmiu* kropek jest *cztéry* kropki; albo: *połowa ośmiu jedności jest cztéry jedności.*

N. Ile rzędów poprzecznych tworzy na naszym rysunku te osiem kropek? U. Cztéry rzędy. N. Liczba kropek w każdym rzędzie poprzecznym jest jednakowa; ta więc liczba kropek jaką jest częścią ośmiu kropek? U. Jest czwartą częścią. N. A więc: czwarta część ośmiu kropek jest dwie kropki; albo: *czwarta część ośmiu jedności jest dwie jedności.*

N. Antoś ma osiem książek; połowa ich jest oprawna; ile oprawnych książek ma Antoś? U. Antoś ma oprawnych połowę ośmiu książek, to jest cztéry książki

N. Frania miała osiem kokardek i czwartą ich część darowała Olesi. Ile kokardek dostała Olesia? U. Olesia dostała czwartą część ośmiu kokardek, to jest dwie kokardki.

§ 40. Mierzenie.

N. Na stole stoją próżne karafka i szklanka. Staś napełnia szklankę wodą z dzbana i wléwa ją do karafki. Co jest w karafce? U. Szklanka wody. N. Staś znowu napełnia szklankę wodą z dzbana i wléwa ją do karafki. Co teraz jest w karafce? U. Dwie szklanki wody. N. Staś czynność tę powtarza np. siedem razy, i po wlaniu siódméj szklanki postrzega, że karafka jest pełna. Ile jest szklanek w karafce? U. Siedem szklanek.

N. Czy można jeszcze wlać wody do karafki? U. Nie można, bo karafka jest pełna. N. Czego się Staś dowiedział? U. Staś dowiedział się, że w karafce mieści się siedem szklanek wody. N. Inaczéj można powiedziéć: w karafce szklanka wody mieści się siedem razy. Otóż: Staś wymierzył karafkę szklanką wody.

N. Tę karafkę można wymierzyć inaczéj. Wiecie, że karafka jest pełna. Napełniamy szklankę wodą z karafki i tę wodę wyléwamy napowrót do dzbana. Co zrobiliśmy? U. Wyleliśmy z karafki jednę szklankę wody. N. Powtórnie tę szklankę napełniamy wodą z karafki i znowu ją wyléwamy do dzbana. Co zrobiliśmy? U. Wyleliśmy z karafki drugą szklankę wody. N. Czynność tę powtarzamy dotąd, dopóki wszystka woda nie będzie wylana z karafki. Ile razy wyleliśmy szklankę wody z karafki? U. Siedem razy. N. Tyle więc razy szklanka wody w téj karafce się mieściła.

N. Mierzenie więc karafki odbyło się dwoma sposobami: zapomocą naléwania szklanek wody do próżnéj karafki i zapomocą wyléwania ich z pełnéj karafki. Gdyśmy mierzyli karafkę drugim sposobem, cośmy robili z wodą, będącą w karafce? U. Wyléwaliśmy ją wciąż do szklanki. N. To znaczy dzieliliśmy wodę będącą w karafce na części. Czy te części są równe? U. One są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda napełnia tę samę szklankę. N. Otóż widzicie, że mierzenie karafki odbyło się tutaj zapomocą dzielenia wody, w niéj będącéj, na części równe, bo każda z nich napełniła szklankę. Mierzenie więc jakiéjkolwiek całości jest dzieleniem jéj na równe części.

Nauczyciel bierze patyczek i sznurek jednakowéj długości, przykłada je tak do siebie, żeby końce ich przystawały, i mówi: widzicie że sznurek jest tak długi, jak patyczek; to jest: długość sznurka jest równa długości patyczka.

Następnie nauczyciel bierze ten sam patyczek i sznurek, dłuższy od patyczka np. cztéry razy. Koniec patyczka przykłada do końca sznurka i pokazuje, że drugi koniec patyczka nie dosięga do drugiego końca sznurka. Powiada: sznurek jest dłuższy od patyczka, albo: długość sznurka jest większa od długości patyczka. Nawzajem: długość patyczka jest mniejsza od długości sznurka.

Nauczyciel mierzy sznurek patyczkiem i mówi: długość patyczka mieści się w długości sznurka cztéry razy. Cośmy zrobili? U. Wymierzyliśmy długość sznurka długością patyczka. N. Inaczéj: sznurek podzieliliśmy na części, które są równe długości patyczka, i dowiedzieliśmy się, że tych części w długości całego sznurka jest cztéry.

§ 41. Cztéry w ośmiu, dwa w ośmiu.

● ● ● ●
● ● ● ●

Nauczyciel kréśli na tablicy osiem kropek w dwu równych podłużnych rzędach i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy osiem kropek. N. Wymierzymy teraz liczbę *osiem* kropek liczbą *cztéry* kropki; *cztéry* kropki mieszczą się w jednym rzędzie podłużnym *jeden raz*, w drugim rzędzie podłużnym także *jeden raz*; więc w obudwu rzędach podłużnych: *dwa razy*. Powiadamy: w óśmiu kropkach cztéry kropki mieszczą się dwa razy. Albo, jak powiecie inaczéj (kropka oznacza jedność)? U. *W óśmiu jednościach cztéry jedności mieszczą się dwa razy.*

N. Wymierzymy teraz *osiem* kropek *dwiema* kropkami. Liczba *dwie* kropki mieści się w piérwszym rzędzie poprzecznym jeden raz, w drugim rzędzie poprzecznym także jeden raz i t. d. Rzędów poprzecznych jest cztéry, więc: w *óśmiu* kropkach *dwie* kropki mieszczą się *cztéry razy*; albo: *w óśmiu jednościach dwie jedności mieszczą się cztéry razy.*

N. Ile kajetów kupił uczeń za osiem kopiéjek, jeżeli każdy kajet kosztuje cztéry kopiéjki? U. Uczeń kupił tyle kajetów, ile razy w óśmiu kopiéjkach mieszczą się cztéry kopiéjki. W óśmiu kopiéjkach cztéry kopiéjki mieszczą się *dwa razy*; więc uczeń kupił *dwa kajety*.

N. Ile służąca kupiła bułeczek za osiem groszy, jeżeli każda bułeczka kosztuje dwa grosze? U. Cztéry bułeczki. N. Dlaczego? U. Bo w óśmiu groszach dwa grosze mieszczą się cztéry razy.

§ 42. Powtórzenie.

Nauczyciel kréśli sześć kropek w dwu równych podłużnych rzędach i zapytuje uczniów: czy możecie z tego rysunku wyczytać prawdy podobne do tych, któreście wyczytali z rysunku poprzedniego? U. Możemy. N. Powiedzcie je. U. Mamy dwa rzędy podłużne, w każdym po trzy kropki, więc: dwa razy trzy jedności jest sześć jedności. Mamy trzy rzędy poprzeczne, w każdym po dwie kropki, więc: trzy razy dwie jedności jest sześć jedności. Trzy kropki, umieszczone w jednym rzędzie podłużnym, są połową wszystkich kropek, więc: połowa sześciu jedności jest trzy jedności, i t. d.

§ 43. Jedność w dwu, trzech,... jedność w jedności, dwa w dwu,...

N. Powiedzcie teraz bez pomocy rysunku: ile razy jedna jedność mieści się w dwu jednościach? U. Dwa razy. N. Jedna jedność w trzech jednościach? U. Trzy razy. N. Jedna jedność w cztérech jednościach? U. Cztéry razy. N. Jedna jedność w ośmiu jednościach? U. Osiem razy.

N. Jabłko kosztuje jeden grosz. Ile jabłek można kupić za pięć groszy? U. Pięć jabłek. N. Dlaczego? U. Bo w pięciu groszach jeden grosz mieści się pięć razy. N. Ile jabłek za sześć groszy? U. Sześć jabłek.

N. Ile razy jeden łokieć mieści się w jednym łokciu? U. Jeden raz. N. Jakakolwiek jednostka mieści się w takiéj saméj jednostce jeden raz. To jest: jedność w jedności mieści się jeden raz.

N. Ile razy dwa grosze mieszczą się w dwu groszach? U. Jeden raz. N. Ile razy trzy łokcie mieszczą się w trzech łokciach? U. Jeden raz. I t. d. N. Jakakolwiek liczba jednostek w téj saméj liczbie takich samych jednostek mieści się jeden raz. To jest: jaka-

kolwiek liczba jedności w téj saméj liczbie jedności mieści się jeden raz.

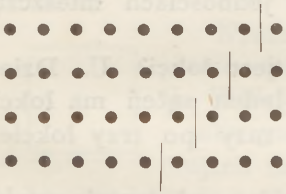
N. Kałamarz kosztuje sześć kopiéjek. Janek ma sześć kopiéjek; ile on może kupić kałamarzy za swoje piéniądze? U. Jeden kałamarz. N. Dlaczego? U. Bo liczba kopiéjek, oznaczająca cenę kałamarza, w liczbie kopiéjek, które ma Janek, mieści się jeden raz.

§ 44. Dziewięć.

• • • • • • • • • Nauczyciel kréśli na tablicy osiem kropek i obok jeszcze jednę kropkę. Co jest na tablicy? U. Osiem kropek i jedna kropka. N. Zamiast osiem kropek i jedna kropka, krócéj się mówi: *dziewięć* kropek.

N. Jak nazwiecie ostatnią kropkę? U. Ostatnią nazwiemy *dziewiątą* kropką.

N. Każda kropka przedstawia *jedność*, więc jak jeszcze powiecie: co jest na tablicy? U. *Dziewięć jedności.*



Nauczyciel, położywszy kréskę po ósméj, siódméj, szóstéj i piątéj kropce, otrzymuje cztéry figury, z których każda jest dla uczniów wizerunkiem nowych prawd. Ostatnia naprzykład figura przedstawia prawdy następujące:

Pięć jedności i cztéry jedności jest dziewięć jedności.

Cztéry jedności i pięć jedności jest dziewięć jedności.

Dziewięć jedności bez cztérech jedności jest pięć jedności.

Dziewięć jedności bez pięciu jedności jest cztéry jedności.

Nauczyciel, lub uczniowie pod jego kierunkiem układają zadania, zastosowane do tych prawd. Baczyć tylko należy, żeby te zadania były praktyczne i zajmujące dla dzieci, to jest, żeby były brane z ich otoczenia.

§ 45. Trzy razy trzy, trzecia część dziewięciu.

Nauczyciel kréśli na tablicy dziewięć kropek w porządku, wskazanym na figurze i zapytuje: Jak te dziewięć kropek są ułożone? U. One są ułożone w trzy rzędy podłużne równe, w każdym po trzy kropki. N. Ile jest rzędów poprzecznych? U. Rzędów poprzecznych jest trzy, a w każdym po trzy kropki. N. Jakie prawdy z tego rysunku możecie wyczytać?

U. Trzy razy po trzy jedności jest dziewięć jedności.

Trzecia część dziewięciu jedności jest trzy jedności.

Trzy jedności w dziewięciu jednościach mieszczą się trzy razy.

N. W trzech sążniach ile jest łokci? U. Dziewięć łokci. N. Dlaczego? U. Jeden sążeń ma łokci trzy, więc trzy sążnie mają trzy razy po trzy łokcie, to jest dziewięć łokci.

N. W ogrodzie jest dziewięć grząd; trzecią część tych grząd zajmują ogórki. Na ilu grzędach rosną ogórki? U. Na trzech grzędach. N. Dlaczego? U. Bo trzecia część dziewięciu grząd jest trzy grzędy.

N. Ilu ubogim można rozdać dziewięć groszy, jeżeli zamierzamy każdemu dać po trzy grosze? U. Trzem ubogim. N. Dlaczego? U. Bo w dziewięciu groszach trzy grosze mieszczą się trzy razy.

§ 46. Kwadrat i liczba kwadratowa.

Nauczyciel bierze książkę oprawną do ręki i pomału odkrywa jéj kartę tytułową, mówiąc: widzicie, że wierzchnia połowa oprawy *odchyla się* od karty tytułowéj. Późniéj, zamykając powoli książkę, mówi: teraz wierzchnia połowa oprawy *nachyla się* do karty tytułowéj.

Następnie otwiérając drzwi, mówi: *drzwi odchylają się* od ściany; zamykając je powiada: a teraz drzwi *nachylają się* do ściany.

Nauczyciel jednemu z uczniów daje dwa patyczki i powiada: trzymaj je tak, żeby się końcami stykały i były w jednéj linii prostéj. Uczeń to robi; nauczyciel sprawdza za pomocą linii. N. Nachylaj je powoli do siebie. Uczeń je nachyla. N. Dosyć. Trzymaj teraz te patyczki, niezmieniając ich nachylenia. Nauczyciel daje drugiemu uczniowi także dwa patyczki i mówi: nachyl swoje dwa patyczki taksamo, jak tamte są nachylone. Nauczyciel, zwracając się do innych uczniów, mówi: widzicie, że te dwa patyczki są nachylone do siebie taksamo, jak i tamte.

Nauczyciel kréśli na tablicy kwadrat i zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy? U. Widzimy cztéry linije równe, końcami z sobą połączone. N. Co jeszcze o tych linijach możecie powiedzieć? U. One są do siebie jednakowo nachylone. N. Jeżeli cztéry linije równe są końcami ze sobą połączone i jednakowo do siebie nachylone, to tworzą rysunek (albo figurę), który się nazywa *kwadratem*.

Nauczyciel pokazuje uczniom kwadrat, wycięty z papiéru; sprawdza, że brzegi są równe i ich nachylenie jest jednakowe. Późniéj zapytuje: jak ten kawałek papiéru można nazwać? U. Można go nazwać kwadratem. N. Dlaczego? U. Bo brzegi jego są równe i jednakowo do siebie nachylone.

Nauczyciel kréśli na tablicy obok siebie trzy kwadraty, podspodem znowu trzy kwadraty i nareszcie pod tymi ostatnimi jeszcze trzy kwadraty. Następnie zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy? U. Dziewięć kwadratów. N. Co o nich możecie powiedziéć? U. Z tych dziewięciu kwadratów utworzył się jeden kwadrat.

N. Otóż, liczba dziewięć jest taką liczbą, że jeżeli każda jéj jedność przedstawia kwadrat, to z tych kwadratów da się ułożyć jeden kwadrat; dlatego nazywa się ona liczbą kwadratową, albo kwadratem.

Jeszcze jedna ze znanych wam liczb jest kwadratem, mianowicie liczba cztéry, bo jeżeli każdą jéj jedność przedstawimy w postaci kwadratu, to z tych cztérech kwadratów można ułożyć jeden kwadrat, jak to widzicie na tablicy.

§ 47. Liczby równe.

N. Kostuś i Franuś mają orzechy i kładą je na stole.

Orzechy Kostusia • • • • • • •
Orzechy Franusia • • • • • • •

Ile Kostuś ma orzechów? U. Kostuś ma siedem orzechów. N. Ile Franuś ma orzechów? U. Franuś ma siedem orzechów. N. Widzicie, że Kostuś ma tyle orzechów, ile Franuś; albo: liczba orzechów Kostusia jest równa liczbie orzechów Franusia.

Można powiedzieć i odwrotnie: Franuś ma tyle orzechów, ile Kostuś; albo: liczba orzechów Franusia jest równa liczbie orzechów Kostusia.

N. Zosia i Kasia mają śliwki i kładą je na stole.

Śliwki Zosi • • • • • • • • •
Śliwki Kasi • • • • • • • • •

Po ile każda z nich ma śliwek? U. Po dziewięć śliwek. N. Co powiecie o liczbach ich śliwek. U. Liczba śliwek Zosi jest równa liczbie śliwek Kasi, albo: liczba śliwek Kasi jest równa liczbie śliwek Zosi.

N. Adaś ma osiem książek i Boleś ma osiem książek. Co powiecie o liczbach ich książek? U. Liczba książek Adasia jest równa liczbie książek Bolesia.

N. Zosia trzyma w jednéj ręce pięć róż; Jagusia trzyma w prawéj ręce dwie róże, a w lewéj trzy róże. Co powiecie o liczbach róż Zosi i Jagusi? U. Liczba róż Zosi jest równa liczbie róż Jagusi. N. Dlaczego? U. Jagusia ma trzy i dwie róże, razem pięć róż; a Zosia ma także pięć róż.

N. Kazio ma siedem gruszek; Staś miał osiem gruszek, ale zjadł jednę. Co powiecie o liczbach gruszek Kazia i Stasia, które oni teraz mają? U. Liczby ich gruszek są równe. N. Dlaczego? U. Staś ma teraz osiem gruszek bez jednéj, to jest siedem gruszek, a więc tyle, co i Kazio.

N. Oleś kupił kajet za osiem groszy; Ignaś kupił dwa ołówki i za każdy zapłacił po cztéry grosze. Co powiecie o liczbach groszy, wydanych przez Olesia i Ignasia? U. Te liczby groszy są równe. N. Dlaczego? U. Oleś wydał osiem groszy, Ignaś wydał dwa razy po cztéry grosze, to jest także osiem groszy.

§ 48. Liczby nierówne.

N. Oleś i Staś mają jabłka i kładą je na stole.

Jabłka Olesia • • • • •

Jabłka Stasia • • • • • • •

N. Ile Oleś ma jabłek? U. Oleś ma *pięć* jabłek. N. Ile Staś ma jabłek? U. Staś ma *siedem* jabłek. N. Czy Staś ma tyle jabłek, ile Oleś? U. Nie. Staś ma *tyle* jabłek, *ile* Oleś, i *nadto dwa* jabłka. N. To, coście powiedzieli, można jeszcze inaczéj tak wyrazić: Staś ma *więcéj* od Olesia o *dwa* jabłka, albo: liczba jabłek Stasia jest *większa* od liczby jabłek Olesia o *dwa* jabłka. Uczniowie powtarzają.

N. A co powiecie o jabłkach Olesia? U. Oleś ma tyle jabłek, ile ma Staś, bez dwu jabłek. N. Można to samo inaczéj tak powiedziéć: Oleś ma *mniéj* od Stasia o *dwa* jabłka, albo: *liczba* jabłek Olesia jest *mniejsza od liczby* jabłek Stasia o *dwa* jabłka.

N. Marynia i Helcia mają gruszki i kładą je na stole.

Gruszki Maryni • • • • • •

Gruszki Helci • • • • • • • • •

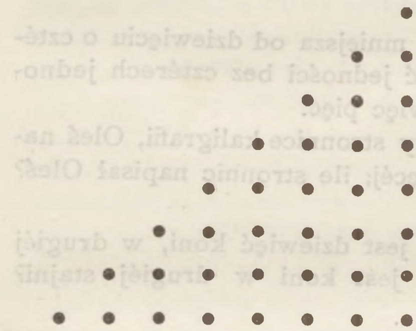
N. Co powiecie o gruszkach Helci? U. Helcia ma *tyle* gruszek, *ile* Marynia, i *jeszcze trzy* gruszki; albo: Helcia ma *więcéj* od Maryni o trzy gruszki; albo: liczba gruszek Helci *jest większa od liczby* gruszek Maryni o *trzy* gruszki.

N. A co powiecie o gruszkach Maryni? U. Marynia ma *tyle* gruszek, *ile* Helcia, *bez trzech* gruszek; albo: Marynia ma *mniéj* od Helci o *trzy* gruszki; albo: liczba gruszek Maryni jest *mniejsza od* liczby gruszek Helci o *trzy* gruszki.

N. Kapelusz kosztuje *osiem* złotych, a czapka *pięć* złotych. Porównajcie ceny kapelusza i czapki i powiedzcie, oile jedna jest większa, albo mniejsza od drugiéj. U. Cena kapelusza jest większa od ceny czapki o trzy złote. Cena czapki jest mniejsza od ceny kapelusza o trzy złote.

N. W kościele jest dziewięć obrazów, a w kaplicy są trzy obrazy. Gdzie jest więcéj i o ile więcéj? U. W kościele jest więcéj, niż w kaplicy, o sześć obrazów. N. Gdzie jest mniéj i o ile obrazów jest mniéj? U. W kaplicy jest mniéj, niż w kościele, o sześć obrazów.

§ 49. Liczby jeden, dwa,..., dziewięć, jako liczby nierówne.



Nauczyciel kréśli na tablicy jednę kropkę, podspodem w drugim rzędzie dwie kropki, w trzecim rzędzie trzy kropki, i t.d., w dziewiątym rzędzie dziewięć kropek.

N. W ilu rzędach kropki są narysowane? U. W dziewięciu rzędach. N. Wiecie, że kropka wyobraża nam jedność, więc co wam te rzędy kropek przedstawiają? U. One przedstawiają liczby.

N. Nazwijcie pokolei liczby, oznaczone kropkami. U. Jeden, dwa, trzy i t. d., dziewięć.

N. Oile liczba dwa jest większa od jedności? U. O jednę jedność. N. O ile jedności trzy jest większe od dwu? U. O jednę jedność. I t. d. N. Oile dziewięć jest większe od ósmiu? U. O jednę jedność.

N. Jakbyście to powiedzieli ogólnie? U. Każda z tych liczb jest większa od poprzedzającéj ją liczby o jednę jedność.

N. Oile osiem jest mniejsze od dziewięciu? U. O jednę jedność.

N. Oile siedem jest mniejsze od ósmiu? U. O jednę jedność. I t. d.

N. Jak to powiecie ogólnie? U. Każda z tych liczb jest mniejsza od następującéj po niéj o jednę jedność.

N. Znajdźcie liczbę, większą od sześciu o dwie jedności. U. Sześć i dwa jest osiem jedności; taką więc liczbą jest osiem.

N. Jaka liczba jest mniejsza od dziewięciu o cztéry jedności? U. Dziewięć jedności bez cztérech jedności jest pięć jedności; a więc pięć.

N. Staś napisał trzy stronnice kaligrafii, Oleś napisał o dwie stronnice więcéj; ile stronnic napisał Oleś? U. Pięć stronnic.

N. W jednéj stajni jest dziewięć koni, w drugiéj o dwa konie mniéj; ile jest koni w drugiéj stajni? U. Siedem koni.

N. Co otrzymacie, powiększywszy liczbę trzy jedności o cztéry jedności? U. Siedem jedności.

N. Co otrzymacie, zmniejszywszy liczbę osiem jedności o dwie jedności? U. Sześć jedności.

N. Znajdźcie liczbę, większą od siedmiu, ale mniejszą od dziewięciu. U. Osiem.

N. Wyliczcie liczby większe od dwu, ale mniejsze od ósmiu. U. Trzy, cztéry, pięć, sześć i siedem.

N. Wymieńcie wszystkie liczby, zawarte pomiędzy liczbami trzy i siedem.

N. Jakie liczby są zawarte między liczbami: dwa i dziewięć?

ROZDZIAŁ II.

CYFRY I ZNAKI.

§ 50. Cyfry.

N. Wojciech zobowiązał się przywieść z lasu do dworu dziewięć fur drzewa opałowego. Był niepiśmienny; więc dla pamięci, po przywiezieniu każdéj fury, znaczył krédą na ścianie drwalki jednę kropkę. A gdy nakoniec doliczył się na ścianie dziewięciu kropek, dowiedział się tym sposobem, że już ukończył robotę, któréj się podjął. Widzicie, że i my dla oznaczenia liczby używaliśmy dotąd tego samego sposobu, co nasz Wojciech niepiśmienny. Ludzie piśmienni od bardzo dawnych czasów posiadają dla oznaczenia liczb właściwe znaki, które teraz poznacie. Znaki te nazywają się cyframi.

•	1
• •	2
• • •	3
• • • •	4
• • • • •	5
• • • • • •	6
• • • • • • •	7
• • • • • • • •	8
• • • • • • • • •	9

W téj tabliczce liczby od jedności do dziewięciu są przedstawione dwoma sposobami: zapomocą kropek i zapomocą cyfr.

Jeżeli wam teraz powiém: przedstawcie liczbę osiem tak, jakeście to dotąd robili, co zrobicie? U. Narysujemy tyle kropek, ile ta liczba ma jedności. N. Jeżeli zaś wam każę napisać liczbę osiem, co zrobicie? U. Napiszemy cyfrę 8, oznaczającą tę liczbę. I t. d.

§ 51. Powtórzenie rozdziału I-go przy użyciu cyfr.

Dla wprawy w pisaniu cyfr, uczniowie powinni pod okiem nauczyciela wypisywać wszystkie prawdy, wyprowadzone z rysunków w paragrafach 7, 9, 16, 21, 22, 25, 26, 33, 36, 38, 42, 43 i 44, posługując się wszędzie cyframi dla oznaczenia liczb. Podajemy wzór tego powtórzenia na jednym z rysunków §-u 43 i na jednym §-u 42.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach 9 kropek i położcie kréskę pomiędzy kropkami 6-tą i 7-mą.

• • • • • • | • • •

Uczniowie rysują. N. Na ile części liczba 9 jest podzielona i jaką liczbą jest każda część? Uczniowie odpowiadają. N. Jeżeli wszystkie części jakiejkolwiek całości znowu ze sobą połączymy, to co otrzymamy? U. Otrzymamy całość. N. Napiszcie prawdy, które z tego rysunku wypadają. Uczniowie piszą:

6 i 3 jest 9; 3 i 6 jest 9.

N. A jeżeli od całości, rozłożonéj na dwie części, odejmiemy jednę, co zostanie? U. Zostanie druga część. N. Napiszcie więc jeszcze prawdy, z tego rysunku wypadające. Uczniowie piszą:

9 bez 3 jest 6; 9 bez 6 jest 3.

• • • •
• • • •

Na tym rysunku macie teraz 8 kropek, narysowanych w dwu równych rzędach podłużnych; każdy rząd, jak wiecie, jest częścią liczby 8. Napiszcie prawdy, które z tego rysunku wypadają. Uczniowie piszą:

2 razy 4 jest 8; połowa 8-u jest 4;
4 w 8-u mieści się 2 razy.

N. Macie tu jeszcze cztéry równe rzędy poprzeczne; każdy z nich jest częścią liczby 8. Napiszcie prawdy, które stąd wynikają. Uczniowie piszą:

4 razy 2 jest 8; czwarta część 8-u jest 2;
2 w 8-u mieści się 4 razy.

§ 52. Znaki.

Nauczyciel pisze na tablicy:

Cztéry i trzy jest siedem.

N. Ile tu jest wyrazów? U. Pięć wyrazów. N. Które wyrazy oznaczają liczby? U. Cztéry, trzy, siedem. N. Zastąpimy te wyrazy odpowiednimi cyframi. Nauczyciel pisze na tablicy:

4 i 3 jest 7.

N. Jakie tu jeszcze wyrazy pozostały? U. Pozostały dwa wyrazy: *i* i *jest*. N. W nauce rachunków i te wyrazy mają właściwe sobie znaki. Mianowicie, wyraz *i* oznacza się znakiem:

$$+$$

wyraz *jest* oznacza się znakiem:

$$=$$

Otóż, kładąc zamiast wyrazów: *i*, *jest* odpowiednie im znaki, otrzymujemy:

$$4+3=7.$$

Nauczyciel pisze na tablicy:

dziewięć bez dwu jest siedem

i dodaje: wyrazy, które oznaczają liczby, zastąpimy odpowiednimi cyframi. Pisze na tablicy:

9 bez 2 jest 7.

N. Jakie tu jeszcze pozostały wyrazy? U. *bez, jest*
N. Wyraz *bez* w rachunku zastępuje się znakiem:

—

Już wiecie, jak się oznacza wyraz *jest;* więc powyższa prawda zapomocą znaków rachunkowych tak się wyrazi:

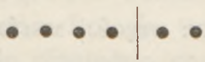
$$9 - 2 = 7.$$

N. Prawda, wyrażona za pomocą cyfr i znaków odpowiednich, nazywa się w nauce rachunków wzorem rachunkowym, albo krócéj wzorem (formułą).

§ 53. Układanie zadań poprzednich we wzory.

Podobnie, jak w paragrafie 50-ym, uczniowie kréślą na tabliczkach figury (patrz paragrafy: 7, 9, 14, 21, 22, 25, 26, 33, 36 i 43) i pod każdą piszą odpowiednie wzory.

Po nakréśleniu naprzykład figury:



należy pod nią podpisać wzory:

$$4+2=6; \quad 2+4=6; \quad 6-2=4; \quad 6-4=2.$$

Następnie nauczyciel powtarza zadania, w poprzednich paragrafach rozwiązane, lub układa nowe, na wzór tamtych, ale wymagając, aby uczniowie wyrażali odpowiedzi zapomocą stosownych wzorów. Naprzykład: N. Uczeń w jednym tygodniu nauczył się 4 bajeczki, a w drugim 5 bajeczek, to jest 9 bajeczek. N. Napiszcie wzór, któryby wam posłużył do rozwiązania tego zadania. Uczniowie piszą:

$$4+5=9.$$

N. Jeżeli ten wzór zastosujemy do poprzedniego zadania, to co w nim oznaczać będzie każda jedność liczb 4, 5 i 9? U. Każda jedność oznaczać będzie jednę bajeczkę. N. Chcąc to wyraźnie zaznaczyć w samym wzorze, napiszemy go tak:

4 bajeczki + 5 bajeczek = 9 bajeczkom,

albo: 4 b. + 5 b. = 9 b.,

gdzie, przez skrócenie, litera b., położona po cyfrach, oznacza wyraz: bajeczka.

N. A jeżeli jednością jest 1 sążeń, to jak ten wzór napiszecie: Uczniowie piszą:

4 sążnie + 5 sążni = 9 sążniom.

N. Żeby nie tracić czasu na pisanie całego wyrazu sążeń, oznaczmy go początkową literą tego wyrazu: s.; otrzymamy wzór:

4s. + 5s. = 9s.

N. Ułóżcie teraz zadanie, zastosowane do tego wzoru. U. (np.) Kopano na łące rów w ciągu dwu dni; w piérwszym dniu wykopano 4 sążnie, a w drugim 5 sążni: jaka jest długość rowu wykopanego?

§ 54. Wyrazy: więcéj, mniéj, równa się.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór:

4 + 5 = 9.

i mówi do uczniów: przeczytajcie ten wzór. Uczniowie czytają: 4 jedności i 5 jedności jest 9 jedności. N. Co należy zrobić z liczbą 4, żeby mieć 9? U. Należy ją powiększyć o 5 jedności. N. Więc wzór ten można i tak przeczytać:

Liczba 4 powiększona o liczbę 5 równa się liczbie 9; krócéj:

4 więcéj 5 równa się liczbie 9.

Widzicie, że znak + można przeczytać trzema sposobami:

i, powiększona o, więcéj.
Znak = można przeczytać dwoma sposobami:
jest, równa się;
z tego powodu znak = nazywa się **znakiem równości**.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$3+2=5$, $4+3=7$, $8+1=9$ i t. d.

Uczniowie każdy z tych wzorów czytają trzema sposobami.

N. Staś ma sakiewkę o dwu przedziałkach: w jednéj przedziałce jest 5 groszy, a w drugiéj 3 grosze. Boleś trzyma w ręku 8 groszy. Co powiecie o piéniądzach Stasia i Bolesia? U. Liczba groszy Stasia równa się liczbie groszy Bolesia. N. Napiszcie, ile groszy ma Staś, ale tak, żeby można było widziéć, że jego piéniądze składają się z dwu części. Uczniowie piszą: 5 g. + 3 g. N. Napiszcie, ile groszy ma Boleś? Uczniowie piszą: 8 g. N. Napiszcie, że Staś ma tyle groszy co Boleś. Uczniowie piszą: 5 g. + 3 g. = 8 g.

N. Coście napisali przed znakiem równości? U. Piéniądze Stasia: 5 g. + 3 g. N. Coście napisali po znaku równości? U. Piéniądze Bolesia: 8 g. N. A jak napisać, że Boleś ma tyle piénięd zy, co i Staś?

Uczniowie piszą: 8 g. = 5 g. + 3 g.

N. Otóż widzicie, że wzór: 5 g. + 3 g. = 8 g. można zastąpić przez wzór: 8 g. = 5 g. + 3 g. Obadwa te wzory przedstawiają jednę i tę samę prawdę, mianowicie, że liczba 8, jako całość, składa się z dwu części: 5 i 3. Tylko że w piérwszym wzorze dane są części: 5 i 3, a my łączymy je w całość 8; w drugim zaś wzorze dana jest całość 8, a my ją rozkładamy na części: 5 i 3.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór:

$8-5=3$

i każe go przeczytać jednemu z uczniów. U. 8 jedności **bez** 5-u jedności jest 3 jedności. N. Coście zrobili z liczbą 8 jedności, żeby mieć 3 jedności? U. Zmniejszyliśmy ją o 5 jedności. N. Więc wzór ten można tak jeszcze przeczytać:

Liczba 8 jedności, zmniejszona o 5 jedności, równa się 3 jednościom; krócéj:

8 mniéj 5 równa się 3.

Znak więc — można czytać trzema sposobami:

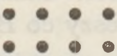
bez, zmniejszona o, mniéj.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

9—2=7, 8—6=2, 5—1=4, 7—4=3 i t. d.

Uczniowie czytają każdy z tych wzorów trzema sposobami.

§ 55. Powiększyć liczbę 2, 3 i t. d. razy.



Nauczyciel kréśli na tablicy figurę z § 38-go i zapytuje uczniów: ile widzicie rzędów podłużnych i co jest w każdym rzędzie? U. Widzimy dwa rzędy podłużne, w każdym po 4 kropki. N. Jakiéj prawdy ten rysunek jest wizerunkiem? U. Dwa razy 4 jedności jest 8 jedności. N. Widzicie, że liczba 8 jest większa od liczby 4 i zarazem liczba 8 ma dwa razy tyle jedności, co liczba 4; żeby to krócéj odrazu wyrazić, mówimy:

Liczba 8 jest dwa razy większa od liczby 4.

Mówimy podobnie:

Liczba 6 jest 2 razy większa od liczby 3,
„ 4 „ „ „ „ 2,
„ 2 „ „ „ „ 1,

Albo naodwrót, poczynając od liczby mniejszéj, powiemy:

Liczba 4 jest 2 razy mniejsza od liczby 8,
„ 3 „ „ „ „ 6,
„ 2 „ „ „ „ 4,
„ 1 „ „ „ „ 2.

Jeżeli jedna liczba ma trzy razy tyle jedności, co druga, to mówimy, że: piérwsza liczba jest trzy razy większa od drugiéj; albo naodwrót: druga liczba jest 3 razy mniejsza od piérwszéj. Naprzykład:

Liczba 3 jest 3 razy większa od liczby 1
" 6 " " " " 2
" 9 " " " " 3

Naodwrót:

Liczba 1 jest 3 razy mniejsza od liczby 3,
" 2 " " " " 6,
" 3 " " " " 9.

Powiedzcie teraz sami, ile razy jest większe: 4 od 1, 5 od 1, i t. d., 9 od 1? Ile razy jest mniejsze 1 od 4, 1 od 5, i t. d., 1 od 9?

● ● ● ●
● ● ● ●

N. Powiedzieliście, że ten rysunek jest wizerunkiem prawdy: 2 razy 4 jedności jest 8 jedności. Otóż, tę prawdę można jeszcze tak wypowiedzieć:

Liczba 4, p o w i ę k s z o n a 2 r a z y, równa się liczbie 8.

Wyrazy: p o w i ę k s z o n a jakąś liczbę r a z y (to jest 2 razy, 3 razy i t. d.) oznaczają się krzyżykiem ukośnym, lub punktem. Przed krzyżykiem lub punktem piszemy liczbę, która ma być powiększona, a po tym znaku liczbę, która wskazuje, ile razy liczba, napisana przed znakiem, ma być powiększona. Powyższą więc prawdę tak wyrazimy zapomocą wzoru:

$4 \times 2 = 8$, albo $4 . 2 = 8$.

N. Jaką jeszcze prawdę możecie wyczytać z tego rysunku, uważając jego rzędy poprzeczne? U. Liczba 2 powiększona 4 razy, równa się liczbie 8. N. Napiszcie wzór téj prawdy. Uczniowie piszą:

$2 \times 4 = 8$, albo $2 . 4 = 8$.

N. Staś ma w prawéj ręce 4 orzechy, a w lewéj 2 razy więcéj. Ile orzechów ma on w lewéj ręce? Powiedzcie i napiszcie wzór stosowny. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 4 orz. × 2 = 8 orz.

N. W jednym pokoju palą się 2 świéce, w drugim pokoju 4 razy więcéj. Ile świéc pali się w drugim pokoju? Wyraźcie odpowiédź zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: 2 s. × 4 = 8 s.

§ 56. Podzielić na równe części. Zmniejszyć pewną liczbę razy.

• • • •
• • • •

Nauczyciel znowu kréśli na tablicy 8 kropek w dwu równych podłużnych rzędach.

N. Każdy rząd podłużny jest częścią 8-u kropek, a tych części w całości jest dwie; więc: jeżeli liczbę 8 kropek podzielimy na równych części 2, to każda będzie równa liczbie 4 kropki; krócéj: liczba 8 kropek, podzielona na równych części 2, jest równa liczbie 4 kropki. Wyrazy: podzielona na równe części oznaczają się dwukropkiem. Przed tym znakiem pisze się liczba, która jako całość jest podzielona na równe części; po znaku zaś pisze się liczba, która wskazuje, na ile części równych ta całość jest podzielona. W tym przykładzie całością jest liczba 8 kropek; ona jest podzielona na 2 części równe; otrzymujemy więc wzór:

8 kr. : 2 = 4 kr.

Wzór ten można jeszcze tak przeczytać: połowa 8-u kropek jest 4 kropki.

Wiecie, że całość ma 2 razy tyle jedności, co jéj połowa, to jest całość jest 2 razy większą od swojéj połowy; więc naodwrót: połowa jest 2 razy mniejsza od swojéj całości. Liczba 4 kropki jest połową liczby 8-m kropek; więc mówimy, że liczba 4 kropki jest dwa razy mniejsza od liczby 8 kropek. A więc wzór 8kr. : 2 = 4kr. wyraża jeszcze tę prawdę: jeżeli liczbę 8kr. zmniejszymy 2 razy, to otrzymamy 4kr.; albo: liczba 8kr., zmniejszona 2 razy, równa się liczbie 4kr.

Jeżeli każda kropka oznacza grosz, to wzór ten tak napiszemy:

8g. : 2 = 4g.

Uczniowie czytają:

1) Liczba 8 groszy, podzielona na równych części 2 równa się liczbie 4 grosze.

2) Połowa 8 groszy jest 4 grosze.

3) Liczba 8 groszy, zmniejszona 2 razy, równa się liczbie 4 grosze.

N. Ułóżcie zadanie, które się zapomocą tego wzoru rozwiązuje. Uczniowie układają. (Np. Za 2 jabłka zapłacono 8 groszy, ile groszy zapłacono za jedno jabłko? i t. d.)

N. Jeżeli każda kropka oznacza: 1 arkusz, 1 pióro 1 kajet, 1 ołówek, 1 łokieć, 1 milę i t. d., to otrzymujemy wzory: 8ark. : 2 = 4ark.; 8p. : 2 = 4p.; 8k. : 2 = 4k.: 8oł. : 2 = 4oł.; 8łok. : 2 = 4łok.; 8m. : 2 = 4m. i t. d.

Uczniowie układają zadania, zastosowane do tych wzorów.

N. (wskazując na ostatni rysunek). Każdy rząd poprzeczny jest także częścią 8 kropek; tych części w całości jest 4; więc: jeżeli liczbę 8 kropek podzielimy na równych części 4, to każda część jest równa liczbie, 2 kropki; krócéj: liczba 8 kropek, podzielona na równych części 4, równa się liczbie 2 kropki. Używając znowu dwukropka zamiast wyrazów: podzielona na równe części, prawdę tę wyrazimy zapomocą następującego wzoru:

8 kr. : 4 = 2 kr.

Wzór ten da się krócéj tak przeczytać: c z w a r t a c z ę ś ć 8-u kropek j e s t 2 kropki.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

8 groszy : 4 = 2 grosze; 8 jabłek : 4 = 2 jabłka;
8 okien : 4 = 2 okna i t. d.

Uczniowie każdy z tych wzorów czytają powyższymi sposobami i układają stosowne zadania.

N. Wiecie, że jeżeli liczbę 8 kropek uważamy za jednę całość, to liczba 2 kropki jest czwartą częścią téj całości. Więc całość 8 kropek ma 4 razy tyle kropek, co czwarta jéj część. A więc: liczba 8 kropek jest 4 razy większa od swojéj czwartéj części, to jest od liczby 2 kropki; naodwrót: liczba 2 kropki jest 4 razy mniejsza od liczby 8 kropek. Wzór więc: 8 kr. : 4 = 2 kr. wyraża jeszcze tę prawdę: liczba 8 kropek, z m n i e j s z o n a 4 r a z y, równa się liczbie 2 kropki.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

8 rubli : 4 = 2 ruble; 8 funtów : 4 = 2 funty;
8 złotych : 4 = 2 złote i t. d.

Uczniowie czytają je każdym z powyższych sposobów i układają stosowne zadania.

N. Adaś ma 8 gruszek, Staś ma czwartą część tego, co ma Adaś, a Józio ma 4 razy mniéj od Adasia. Co powiecie o gruszkach Stasia i Józia? U. Staś ma tyle gruszek, co Józio. N. Dlaczego?

§ 57. Podzielić na pewne równe części. Ile razy się mieści?

N. Czy można 8 kropek podzielić na takie części równe, żeby każda miała po 4 kropki? U. Można. N. Ile tych części otrzymamy? U. Dwie.

N. Otóż widzicie, że jeżeli liczbę 8 kropek podzielimy na równe części tak, żeby każdą częścią była liczba 4 kropki, to tych części otrzymamy dwie. Używając także dwukropka zamiast wyrażenia: podzielimy na równe części tak, żeby każdą częścią była, prawdę tę wyrazimy zapomocą następującego wzoru:

8 kropek : 4 kropki = 2.

N. Rozkładając liczbę 8 kropek na części tak, że każda część ma 4 kropki, otrzymaliśmy 2 takie części. więc w 8-u kropkach mieszczą się 4 kropki 2 razy.

Jeżeli każda kropka oznacza grosz, to wzór ten tak napiszemy:

8 gr. : 4 gr. = 2.

Uczniowie czytają:

1) Jeżeli 8 groszy podzielimy na części równe tak, żeby każda miała 4 grosze, to tych części otrzymamy 2.

2) W 8 groszach mieszczą się 4 grosze 2 razy.

N. Staś ma 8 groszy; ile jabłek on kupi za te pieniądze, jeżeli każde jabłko kosztuje 4 grosze. Widzicie, że cena jabłka, czyli 4 grosze, jest częścią 8-u groszy; więc Staś kupi za 8 groszy tyle jabłek, ile takich części po 4 grosze jest w téj całości. Co więc trzeba zrobić z liczbą 8 groszy dla rozwiązania zadania? U. Trzeba 8 groszy podzielić na równe części, każda po 4 grosze, i dowiedzieć się, ile jest tych części. N. Jak to powiedzieć inaczéj? U. Trzeba się dowiedzieć, ile razy liczba 4 grosze mieści się w liczbie 8 groszy.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

8 rubli : 4 rub. = 2; 8 złot. : 4 złot. = 2;

8 sąż. : 4 sąż. = 2 i t. d.

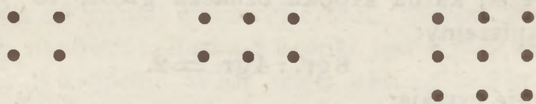
Uczniowie czytają je i układają stosowne zadania.

● ● ● ●
● ● ● ●

N. (wskazując na figurę). Czy można 8 kropek podzielić na takie części równe, żeby każda miała po 2 kropki? U. Można. N. Ile tych części otrzymamy? U. Cztéry. Nauczyciel pisze na tablicy: 8 kr. : 2 kr. = 4. Uczniowie czytają: 1) jeżeli 8 kropek podzielimy na części równe, każda po 2 kropki, to tych części otrzymamy 4; albo: 2) w 8 kropkach 2 kropki mieszczą się 4 razy.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory: 8 groszy : 2 gr. = 4; 8 łokci : 2 łok. = 4; 8 kwart : 2 kw. = 4 i t. d. Uczniowie czytają każdy wzór dwoma sposobami i układają zadania do nich zastosowane.

Nauczyciel kréśli na tablicy figury z paragrafów poprzednich:



Uczniowie z rozważania ich wyprowadzają wzory następujące:

4 kr. : 2 = 2 kr.;	4 kr. : 2 kr. = 2;
6 kr. : 2 = 3 kr.;	6 kr. : 3 kr. = 2;
6 kr. : 3 = 2 kr.;	6 kr. : 2 kr. = 3;
9 kr. : 3 = 3 kr.;	9 kr. : 3 kr. = 3.

Nadając kropkom znaczenie jakichkolwiek jednostek, uczniowie układają zadania do tych wzorów zastosowane.

ROZDZIAŁ III.

LICZBA 10 I DZIESIĄTKI OD 10 DO 90.

---

§ 58. Dziesięć jedności.

● ● ● ● ● ● ● ● ● ● Nauczyciel obok 9-u kréśli na tablicy jeszcze jednę kropkę i zapytuje uczniów: co jest na tablicy? U. 9 kropek i 1 kropka. N. Zamiast: 9 kropek i 1 kropka, krócéj się mówi: dziesięć kropek. Uczniowie powtarzają.

N. Jak nazwiecie ostatnią kropkę? U. Nazwiemy ją dziesiątą kropką.

N. Staś, idąc na lekcyją, potrzebował wziąć z sobą dużo kajetów; żeby ich w drodze nie pogubić, związał je sznurkiem i tę paczkę kajetów poniósł do szkoły. Co Staś poniósł do szkoły? U. Paczkę kajetów.

N. Adaś miał wiele książek; żeby się one nie rozrzucały, kupił półkę i na niéj ułożył swoje książki. Co ma Adaś? U. Półkę z książkami.

N. Ignaś kupił trochę śliwek; kupiec włożył je do torebki i dał Ignasiowi. Co ma Ignaś? U. Torebkę śliwek.

N. Widzicie, że mając wiele rzeczy, można je zebrać w jednę całość. Ogrodnik zbiéra owoce do jednego kosza; człowiek, mając piéniądze, chowa je do jednéj sakiewki; pastérz zamyka swoję trzodę w jednéj oborze, i t. d.

N. Franuś dostał od brata dziesięć guziczków; żeby się nie rozsypały, wyciął z papiéru pasek i do niego przypiął swoje guziczki. Co ma Franuś? U. Franuś ma dziesięć guziczków, przypiętych do paska z papiéru.

N. Mamy dziesięć kropek; zrobimy z nimi to samo, co zrobił Franuś z guziczkami, to jest umieścimy je w jednéj ramce. (Tu nauczyciel kréśli na tablicy ramkę podłużną, w któréj umieszcza jedne pod drugimi dziesięć kropek.)

N. Dziesięć kropek, zamknięte w jednéj podłużnéj ramce, będziemy często nazywali dziesiątkiem kropek. Ponieważ każda kropka wyobraża nam jedność, więc ramka podłużna, którą widzicie na tablicy, przedstawia nam dziesięć czyli dziesiątek jedności, albo krócéj dziesiątek. Taką ramkę będziemy także kréślić bez kropek wewnątrz.

§ 59. Liczba 10.

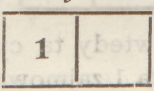
N. Staś ma teczkę o dwu przedziałkach do chowania obrazków. Podarowane mu pojedyńcze obrazki składa on do jednéj przedziałki, którą nazywa piérwszą przedziałką. Skoro się zbierze dziesięć obrazków, zabiéra je z téj piérwszéj przedziałki, zawija w papiér i tę paczkę chowa do drugiéj przedziałki. Takim sposobem w piérwszéj przedziałce leżą pojedyńcze obrazki, których jest zawsze mniéj niż dziesięć, a w drugiéj są same tylko paczki, każda po dziesięć obrazków.

N. Boleś zbiéra piéniądze na kasy rzemieślnicze i składa je do skrzyneczki o dwu przedziałkach. Do piérwszéj przedziałki kładzie tylko miedziane monety, lecz gdy się z nich zbierze dziesięć groszy, zmienia je na jednę monetę, zwaną «dziesiątką» i chowa ją w drugiéj przedziałce swojéj skrzyneczki. W piérwszéj więc przedziałce skrzyneczki Bolesiowéj są same tylko monety miedziane, które razem wynoszą mniéj niż dziesięć groszy, a w drugiéj przedziałce leżą same tylko monety dziesięciogroszowe.

Widzicie, że Staś i Boleś używają podobnego sposobu do przechowywania swoich zbiorów. Zastosujemy ten sposób do napisania liczby dziesięć.

Nauczyciel rysuje na tablicy dwie kratki.

N. Macie na tablicy obok siebie dwie kratki, będziemy je nazywali miejscami. Zamiast: kratka prawa, mówić będziemy: miejsce piérwsze, a zamiast: kratka lewa, mówić będziemy: miejsce drugie. Dopóki liczba, którą mamy napisać, ma mniéj niż dziesięć jedności, dopóty odpowiednią cyfrę umieszczamy na miejscu piérwszym. Lecz, gdy liczba składa się już z dziesięciu jedności, zastępujemy te jedności przez jeden dziesiątek (jeżeli jedności są oznaczone kropkami, to zamykamy je w podłużnéj ramce) i ten dziesiątek oznaczamy cyfrą 1 tak, aby ta cyfra zajęła miejsce drugie, to jest piszemy ją w drugiéj kratce, licząc od strony prawéj.



Nauczyciel pisze cyfrę 1 w drugiéj kratce od ręki prawéj.

N. Co macie na tablicy? U. Dwie kratki i cyfrę 1. N. Które miejsce zajmuje cyfra 1? U. Drugie. N. Co ta cyfra oznacza? U. Oznacza jeden dziesiątek.

1

Nauczyciel ściéra kratki.

N. Widzicie, że starłem kratki; co pozostało na tablicy? U. Cyfra 1. N. Czy teraz widać, że cyfra 1 oznacza jeden dziesiątek? U. Nie widać. N. Otóż, musimy cyfrę 1, oznaczającą dziesiątek, tak napisać, żeby i bez kratek było widać, że to jest jeden dziesiątek.

Nauczyciel bierze do jednéj ręki pióro, a do drugiéj kajet.

N. Co mam w każdéj ręce? U. W jednéj ręce pióro, a w drugiéj kajet. N. Napiszcie, co mam w obu ręku.

Uczniowie piszą: 1 pióro, 1 kajet.

N. Napiszcie to krócéj. Uczniowie piszą: 1 p., 1 k.

N. Jak odróżniliście, że jedna cyfra 1 oznacza pióro, a druga cyfra 1 oznacza kajet? U. Położyliśmy po piérwszéj cyfrze 1 literę *p*, która jest piérwszą literą wyrazu pióro, po drugiéj cyfrze 1 położyliśmy literę *k*, to jest piérwszą literę wyrazu kajet. N. Otóż, chcąc napisać: jeden dziesiątek bez pomocy kratek, potrzeba po cyfrze 1 położyć wyraz dziesiątek.

Nauczyciel pisze na tablicy: 1 dziesiątek.

N. Krócéj (nauczyciel pisze): 1 dz.

N. Jeszcze jest jeden sposób napisania liczby dziesięć.

Nauczyciel znowu kréśli na tablicy dwie kratki i umieszcza cyfrę 1 w kratce drugiéj od ręki prawéj.

1	

N. Cyfra 1 zajmuje miejsce drugie; wtedy ta cyfra 1 oznacza dziesiątek. Aby zaś ta cyfra 1 zajmowała miejsce drugie, trzeba zająć miejsce piérwsze. Zajmiemy je, kładąc znak, różny od znaków, wyrażających poznane przez was liczby. Znakiem tym jest kółko podłużne, które się nazywa zero.

1	0

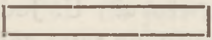
Nauczyciel, napisawszy zero w kratce piérwszéj od ręki prawéj, ściéra kratki. Pozostaje:

10.

N. Oto jest *liczba dziesięć napisana*. Widzicie, że ona zajmuje dwa miejsca: cyfra 1, zajmująca miejsce drugie, wskazuje, że liczba ma 1 dziesiątek; znak 0, który także nazywa się *cyfrą*, jest napisany tylko dlatego, aby zająć miejsce piérwsze. Cyfra więc 0 sama niczego nie oznacza; służy ona tylko do zajęcia próżnego miejsca.

N. Ilu tedy sposobami możecie przedstawić liczbę *dziesięć* jedności? U. Cztérema sposobami:

● ● ● ● ● ● ● ● ● ● 1) W postaci dziesięciu kropek, oznaczających jedności.



2) W postaci jednego dziesiątka, to jest ramki podłużnéj zamkniętéj o dziesięciu kropkach domyślnych wewnątrz.

N. Te dwa sposoby są *rysunkowymi*, albo *poglądowymi*. A jak inaczéj można tę liczbę przedstawić?

U. 3) Pisząc 1 dz. i

4) Pisząc cyfrę 1 z zerem po prawéj stronie:

10.

N. Dziesięć, przedstawione każdym z dwu ostatnich sposobów, nazywa się *liczbą 10 napisaną*. Zwykle używamy ostatniego sposobu.

§ 60. Rozkład liczby 10 na części nierówne.

Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę *otwartą* (o 10-u kropkach wewnątrz) i prowadzi kréskę między kropkami 9-ą i 10-ą. Uczniowie wypowiadają odpowiednie prawdy, pisząc ich wzory:

$9+1=10$, $1+9=10$, $10-1=9$, $10-9=1$.

i układają stosowne zadania. Naprzykład:

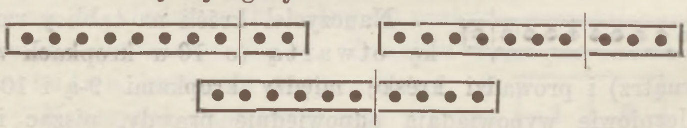
N. Pewną osoba wzięła sukna w magazynie za 10 rubli. 9 rubli zaraz zapłaciła, a resztę należności obiecała oddać nazajutrz. Ile oddała nazajutrz?

Powiedzcie, z ilu części składa się 10 rubli, należne za sukno? U. Z dwu części: części, zapłaconéj zaraz, i z części, która nazajutrz była wypłacona. N. Więc co trzeba zrobić, aby znaléść część, wypłaconą nazajutrz? U. Trzeba od całéj należności odjąć część, zaraz zapłaconą. N. Który z wypisanych cztérech wzorów służy do rozwiązania zadania? U. Wzór $10-9=1$. N. Co w tym przypadku jest jednostką liczb: 10, 9, 1, wchodzących w skład wzoru? U. Jeden rubel. N. Napiszcie wzór, zastosowany do tego zadania. Uczniowie piszą: 10 r. — 9 r. = 1 r.

N. Jednę gałąź drzewa obsiadło 9 wron, a na drugiéj siedzi 1 wrona. Ile wron siedzi na obu gałęziach? U. 10 wron. N. Który z napisanych tu wzorów posłużył wam do rozwiązania tego zadania? U. Wzór piérwszy, to jest $9+1=10$. N. Wytłomaczcie, jakeście zastosowali ten wzór do rozwiązania zadania? U. Pomyśleliśmy, że jednostką liczb 9, 1, 10 jest **wrona**, a więc:

9 wr. + 1 wr. = 10 wr.

Nauczyciel stopniowo posuwa kréskę wlewo coraz o jednę kropkę i zatrzymuje się na 6-éj kropce; tym sposobem utworzą się figury:

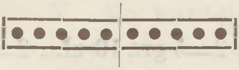


pod którymi uczniowie podpiszą wzory następujące:

$8+2=10$	$7+3=10$	$6+4=10$
$2+8=10$	$3+7=10$	$4+6=10$
$10-2=8$	$10-3=7$	$10-4=6$
$10-8=2$	$10-7=3$	$10-6=4.$

Należy te wzory zastosować do rozwiązywania zadań odpowiednio dobranych.

§ 61. Rozkład liczby 10 na części równe.

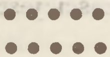


Nauczyciel kreśli na tablicy ramkę o 10-u kropkach i kładzie kréskę pomiędzy kropkami 5-ą i 6-ą. N. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy w ramce 10 kropek i kréskę między 5-ą i 6-ą kropką.

N. Ile jest kropek przed kréską, a ile po krésce? U. Przed kréską i po krésce jest po 5 kropek.

N. Wyjmiemy je z ramki i ułożymy w dwa równe rzędy podłużne.

Nauczyciel ściéra ramkę z kropkami i natomiast tak kreśli te 10 kropek w dwu rzędach:



N. Co teraz mamy na tablicy? U. Mamy dwa rzędy podłużne równe, każdy po 5 kropek.

N. Jakie stąd wypadają prawdy? Uczniowie mówią: 2 razy 5 jedności jest 10 jedności.

N. Powiedzcie tę prawdę innymi słowami. U. 5 jedności powiększone 2 razy równa się 10-u jednościom.

N. Napiszcie wzór, wyrażający powiedzianą przez was prawdę. Uczniowie piszą.

$$5 \times 2 = 10, \text{ albo } 5.2 = 10.$$

N. Ułóżcie zadanie, które się rozwiązuje za pomocą tego wzoru. U. W klasie przy każdéj z dwu ścian jest po 5 ławek. Ile jest ławek w klasie?

N. Napiszcie wzór, zastosowany do tego zadania. Uczniowie piszą: 5 ław. $\times$ 2 $=$ 10 ław.

N. Jakie jeszcze prawdy możecie wyczytać z tego rysunku? U. Jeżeli 10 jedności podzielimy na 2 równe części, to każda część ma po 5 jedności.

N. Powiedzcie to krócéj. U. Połowa 10 jedności jest 5 jedności.

N. Powiedzcie tę prawdę jeszcze inaczéj. U. 10 zmniejszone 2 razy, równa się 5-u.

N. Napiszcie wzór, który wyraża tę prawdę. Uczniowie piszą:

$$10 : 2 = 5.$$

Nauczyciel pisze na tablicy: 10 gr. : 2 = 5 gr., 10 zł. : 2 = 5 zł., 10 f. : 2 = 5 f., 10 m. : 2 = 5 m., 10 godz. : 2 = 5 godz., i t. d. i mówi: Tu gr., zł., f., m., godz., i t. d. oznaczają przez skrócenie wyrazy: grosz, złoty, funt, mila, godzina i t. d.

Uczniowie czytają te wzory i układają stosowne zadania.

N. Jeżeli każda kropka oznacza grosz, to co wyobraża ten rysunek? U. 10 groszy. N. Podzielcie te 10 groszy na części równe, każda po 5 groszy, i powiedzcie, ile jest tych części? U. Tych części jest 2.

Nauczyciel pisze na tablicy:

10 gr. : 5 gr. = 2.

N. Przeczytajcie ten wzór. U. Liczbę 10 groszy dzieląc na części równe tak, żeby każda miała po 5 groszy, otrzymujemy tych części 2-e.

N. Powiedzcie to krócéj. U. W liczbie 10 groszy liczba 5 groszy mieści się 2 razy.

N. Ułóżcie zadanie według tego wzoru. U. Ile można kupić obsadek za 10 groszy, jeżeli każda kosztuje 5 groszy?

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

10 zł. : 5 zł. = 2, 10 rub. : 5 rub. = 2, 10 f. : 5 f. = 2, i t. d.

Uczniowie czytają je i układają stosowne zadania.

N. Ile jest na tym rysunku rzędów poprzecznych i co jest w każdym? U. Rzędów poprzecznych jest 5, w każdym po 2 kropki. N. Wy-

● ● ● ● ●
● ● ● ● ●

prowadźcie odpowiednie stąd prawdy i napiszcie ich wzory. Uczniowie mówią i piszą:

1) 5 razy po 2 jedności jest 10 jedności; $2 \times 5 = 10$.

2) 5-ta część 10-u jedności jest 2 jedności; $10 : 5 = 2$.

3) W 10-u jednościach 2 jedności mieszczą się 5 razy; $10 : 2 = 5$.

N. Po każdéj stronie ulicy pali się 5 latarń. Ile latarń pali się na téj ulicy? U. 10 latarń. N. Dlaczego? U. Ulica ma 2 strony, więc liczba latarń, palących się na ulicy, składa się z 2-u równych części, każda po 5 latarń, i t. d.

N. Staś, za wiedzą rodziców, składał miesięcznie na szpital dziecinny po 2 złote. Ile złotych złożył on w ciągu 5-u miesięcy? U. 5 razy po 2 złote, to jest 10 złotych.

N. Krawiec kupił 10 łokci sukna i z połowy tego sukna uszył mundury dla uczniów. Ile łokci sukna użył on na mundury? U. Połowę 10-u łokci, to jest 5 łokci.

N. Boleś kupił 10 pierników i 5-tą ich część dał synowi sąsiada. Ile pierników syn sąsiada dostał od Bolesia? U. 5-tą część 10-u pierników, to jest 2 pierniki.

N. Ile uczeń kupił kajetów za 10 kopiéjek, jeżeli kajet kosztuje 5 kopiéjek? U. Tyle kajetów ile razy liczba 5 kop. mieści się w liczbie 10 kop., to jest 2 kajety.

N. Ile Kasia kupiła bułeczek za 10 groszy, jeżeli bułeczka kosztuje 2 grosze? U. Tyle bułeczek, ile razy liczba 2 grosze mieści się w 10 gr., to jest 5 bułeczek.

§ 62. Zadania proste i złożone.

Każde z dotychczasowych zadań zwykle się rozwiązywało zapomocą jednego któregokolwiek z powyższych wzorów. Zadanie naprzykład §-u 38-go doprowadziło do wzoru: $2 \times 4 = 8$; wzory: $8 : 2 = 4$, $8 : 4 = 2$ posłużyły do rozwiązania dwu piérwszych zadań § 39-go, i t. d. Zadania tego rodzaju nazywamy z a d a n i a m i p r o s t y m i dla odróżnienia od z a d a ń z ł o ż o n y c h, których rozwiązanie polega na uprzednim rozwiązaniu dwu, albo kilku z a d a ń p r o s t y c h p o m o c n i c z y c h.

Przy wprowadzeniu zadań złożonych do wykładu, radzimy nauczycielowi trzymać się z początku metody następującéj: należy zacząć od podania uczniom zadań prostych pomocniczych, a po rozwiązaniu każdego z nich zosobna, złączyć je dopiéro w jedno zadanie złożone. Objaśnimy to na przykładach. Przypuśćmy, że nauczyciel chce rozwiązać z uczniami następujące zadanie złożone:

Oleś miał 10 groszy; kupił papiéru za 4 grosze, atramentu za 3 grosze, a za pozostałe piéniądze kupił stalek. 2 stalki kosztują 1 grosz. Ile Oleś kupił stalek?

Otóż nauczyciel prowadzi naprzód z uczniami taką przygotowawczą pogadankę.

1) N. Oleś kupił papiéru za 4 grosze i atramentu za 3 grosze. Ile groszy Oleś wydał na papiér i atrament? U. Oleś wydał 4 grosze i 3 grosze, to jest 7 groszy. N. Napiszcie wzór, który wskaże, ile razem groszy Oleś wydał na papiér i atrament? Uczniowie piszą: 4gr. + 3gr. = 7gr.

2) N. Oleś miał 10 groszy, wydał 7 groszy. Ile mu groszy pozostało? U. 10 groszy bez 7-u groszy, to jest 3 grosze. N. Napiszcie wzór, który pokazuje, ile groszy Olesiowi pozostało po wydaniu 7-u groszy. Uczniowie piszą: 10 gr. — 7 gr. = 3 gr.

N. Dwie stalki kosztują 1 grosz. Ile Oleś kupił stalek za 3 grosze? U. 3 razy po 2 stalki, to jest 6 stalek. N. Napiszcie wzór, z którego można się dowiedzieć, ile Oleś kupił stalek za 3 grosze. Uczniowie piszą: 2 st. $\times$ 3 $=$ 6 st.

Uczniowie rozwiązali 3 zadania proste; one są pomocniczymi względem powyższego zadania złożonego, które teraz nauczyciel uczniom podaje.

N. Oleś miał 10 groszy, kupił papiéru za 4 grosze, atramentu za 3 grosze, a za pozostałe piéniądze stalek. 2 stalki kosztują 1 grosz. Ile Oleś kupił stalek? U. 6 stalek. N. Jakeście się tego dowiedzieli? U. Znaleźliśmy naprzód, ile groszy Oleś zapłacił za papiér i atrament, następnie ile mu groszy zostało na kupienie stalek, i nakoniec, ile on kupił stalek za pozostałe piéniądze.

Rozwiążemy jeszcze jedno zadanie złożone sposobem powyższym, to jest zaczynając od zadań prostych pomocniczych.

1) N. Na spodku leży 9 sucharków; Zosia wzięła 3-cią ich część. Ile sucharków Zosia wzięła ze spodka? U. Zosia wzięła 3 sucharki.

2) N. Na spodku leży 10 sucharków, Zosia wzięła ich połowę. Ile sucharków Zosia wzięła ze spodka? U. 5 sucharków.

3) N. Zosia z jednego spodka wzięła 3 sucharki, a z drugiego spodka 5 sucharków. Ile ona wzięła z obudwu spodków? U. 8 sucharków.

4) N. Zosia z 2 spodków wzięła 8 sucharków i 4-tą ich część dała bratu. Ile sucharków dostał brat Zosi? U. Brat Zosi dostał 2 sucharki.

Nauczyciel łączy teraz te cztéry zadania proste w jedno złożone:

5) N. Są dwa spodki z sucharkami, na jednym spodku jest 9 sucharków, a na drugim 10. Zosia wzięła

z piérwszego spodka 3-ą część, a z drugiego połowę sucharków, i 4-ą część wziętych sucharków dała bratu. Ile sucharków dostał brat Zosi? U. 2 sucharki.

N. Co było na piérwszym spodku i co Zosia z niego wzięła? U. Na piérwszym spodku było 9 sucharków, Zosia wzięła ich 3-ą część, to jest 3 sucharki. N. Wyraźcie to zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: 9 s. : 3 = 3 s.

N. Co było na drugim spodku i co Zosia z niego wzięła? U. Na drugim spodku było 10 sucharków. Zosia wzięła ich połowę, to jest 5 sucharków. N. Wyraźcie to zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: 10 s. : 2=5 s.

N. Ile sucharków wzięła Zosia z obudwu spodków? Powiedzcie to i napiszcie wzór odpowiedni. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 3 s. + 5 s. = 8 s.

N. Co Zosia dała bratu? U. 4-tą część sucharków, wziętych z obu spodków, to jest 2 sucharki. N. Wyraźcie to zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: 8 s. : 4 = 2 s.

N. Macie więc na tablicy cztéry wzory, które wam posłużyły do rozwiązania całego zadania.

§ 63. Rozwiązywanie zadań złożonych.

Po rozwiązaniu kilku zadań złożonych według sposobu podanego w poprzednim paragrafie, nauczyciel może przystąpić do rozwiązywania zadań złożonych, które już sami uczniowie będą rozkładali na zadania proste pomocnicze.

N. Zygmuś dostał od ojca 10 złotych. Za połowę tych pieniędzy kupił teczkę, a za 5-tą część piórnik. O ile złotych cena teczki jest większa od ceny piórnika?

Uczniowie powtarzają zadanie, odpowiadając na pytania nauczyciela:

N. Co Zygmuś dostał od ojca? U. 10 złotych. Nauczyciel zapisuje na tablicy: *Zygmuś ma 10 złotych,*

N. Co kosztuje teczka? U. Połowę pieniędzy Zygmusia. Nauczyciel zapisuje na tablicy: *teczka kosztuje połowę pieniędzy Zygmusia.*

N. Co kosztuje piórnik? U. 5-tą część pieniędzy Zygmusia. Nauczyciel zapisuje: *piórnik kosztuje 5-ą część pieniędzy Zygmusia.*

N. Czego się trzeba dowiedzieć? U. O ile złotych cena teczki jest większa od ceny piórnika. N. To samo pytanie można jeszcze tak wyrazić: o ile złotych teczka jest droższa od piórnika? N. Powtórzcie to samo zadanie bez moich pytań. Uczniowie powtarzają.

N. Żeby się dowiedzieć, o ile złotych teczka jest droższa od piórnika, co potrzeba uprzednio wiedzieć? U. Trzeba wiedzieć, ile kosztuje teczka i ile kosztuje piórnik. N. Ile kosztuje teczka? U. Teczka kosztuje połowę pieniędzy Zygmusia. N. Ile złotych dostał Zygmuś? U. 10 złotych. N. Ile złotych kosztuje teczka? Powiedzcie i napiszcie wzór. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór:

10 zł. : 2 = 5 zł.

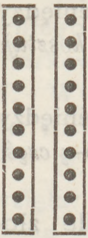
N. Ile złotych kosztuje piórnik? Powiedzcie i napiszcie wzór. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór:

10 zł. : 5 = 2 zł.

N. O ile złotych teczka jest droższa od piórnika? U. O 3 złote. N. Dlaczego? U. Bo 5 złotych bez 2 zł. jest 3 złote. N. Napiszcie wzór odpowiedni. Uczniowie piszą:

5 zł. — 2 zł. = 3 zł.

§ 64. Liczba 20.



Nauczyciel kréśli na tablicy 10 kropek w ramce i zapytuje uczniów: co jest na tablicy? U. 10 kropek umieszczonych w ramce. N. Co wyobraża każda kropka? U. Wyobraża 1 dziesiątek, to jest 10 jedności, połączonych w jednę całość.

Nauczyciel obok téj ramki kréśli na tablicy drugą ramkę i w niéj umieszcza także 10 kropek.

N. Co teraz jest na tablicy? U. 2 ramki, a w każdéj po 10 kropek. N. Każda ramka przedstawia wam 1 dziesiątek kropek; a że ramek jest 2, więc w tych 2 ramkach mamy 2 dziesiątki kropek, albo 2 razy po 10 kropek. Zamiast mówić: 2 razy po 10 kropek, krócéj się mówi: dwadzieścia kropek.

Kropka jest wizerunkiem jedności, więc ten rysunek przedstawia 2 dziesiątki jedności, czyli dwadzieścia jedności.

Jak pisaliśmy 1 dziesiątek? U. Kładliśmy cyfrę 1 na 2-m miejscu, a cyfrę 0 na 1-m. N. Ponieważ liczba dwadzieścia jedności ma dziesiątków 2, więc taksamo cyfra 2 powinna zająć miejsce drugie. Ażeby zaś miejsce, zajęte przez cyfrę 2, było 2-m, trzeba zająć miejsce 1-e; zajmiemy je pisząc 0. Liczba więc dwadzieścia jedności tak się pisze (nauczyciel pisze na tablicy): 20.

N. Marynia ma 2 igielniki, w każdym po 10 igieł; ile Marynia ma igieł? Napiszcie to. Uczniowie piszą: 20 igieł.

Nauczyciel kréśli na tablicy obok siebie 2 ramki i w jednéj z nich umieszcza 10 kropek. N. Co jest na tablicy? U. 2 ramki. N. Czy one się różnią od siebie? U. Różnią się: w jednéj ramce widać 10 kropek, a w drugiéj ich nie widać. N. Piérwszą nazwiemy *ramką otwartą*, drugą zaś *ramką zamkniętą*. W ramce zamkniętéj jest domyślne 10 kropek. Każdą ramkę zamkniętą można w razie potrzeby otworzyć, to jest narysować w niéj 10 kropek.

§ 65. Liczby 30, 40,. . ., 90.

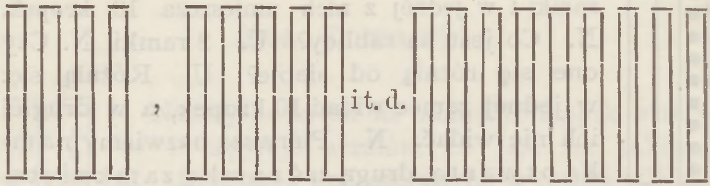
Nauczyciel kréśli na tablicy 3 ramki zamknięte i mówi: macie 3 ramki, w każdéj wyobraźcie sobie 10 kropek; więc ten rysunek wam przedstawia 3 dziesiątki kropek, albo 3 razy po 10 kropek. Ponieważ każda kropka oznacza *jedność*, więc macie tu *3 razy po 10 jedności*. Zamiast: *3 razy po 10 jedności*, krócéj się mówi: *trzydzieści* jedności.

Liczba *trzydzieści* jedności ma dziesiątków 3; a więc żeby ją napisać, kładziemy na 2-m miejscu cyfrę 3, a na 1-m cyfrę 0. Napiszemy ją więc tak: 30.

N. Staś ma 3 monety dziesięciogroszowe; ile on ma groszy? U. 3 razy po 10 groszy, to jest 30 groszy.

N. Groszy 30 stanowi 1 złoty.

Nauczyciel pokolei kréśli na tablicy 6 figur następujących:



i tłomaczy uczniom, że one są wizerunkami liczb: cztérdzieści, pięćdziesiąt, sześćdziesiąt, siedemdziesiąt, osiemdziesiąt i dziewięćdziesiąt jedności, i że te liczby tak się wyrażają piśmiennie:

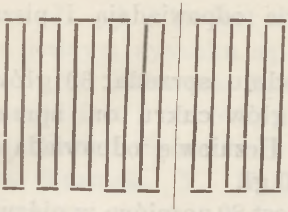
40, 50, 60, 70, 80, 90.

(Opuszczamy towarzyszące temu pogadanki, gdyż one są powtórzeniem pogadanek, mianych przy liczbach 20 i 30.) Na tych figurach należy odbywać takie same ćwiczenia, jakie się odbywały na figurach podobnych przy nauce liczb piérwszego dziesiątka. Prawdy wypowiadane winny być zawsze wyrażane zapomocą wzorów i poparte stosownymi zadaniami. Wystarczy dwu przykładów do podania nauczycielowi wskazówki, jak ma zastosować w praktyce powyższe uwagi. Przypuszczamy że nauczyciel mówi o liczbie 80.

Przykład piérwszy.

●●●●●|●●● Nauczyciel kréśli naprzód 8 kropek i kréskę, np. pomiędzy kropkami 5-ą i 6-ą.

N. Czy znacie ten rysunek i co on wam przedstawia? U. Znamy go; on nam przedstawia liczbę 8 jedności, rozłożoną na 2 części: 5 i 3 jedności. N. Napiszcie wzory prawd, wyprowadzonych z tego rysunku, Uczniowie piszą: 5 kr. + 3 kr. = 8 kr., 3 kr. + 5 kr. = 8 kr., 8 kr. — 3 kr. = 5 kr., 8 kr. — 5 kr. = 3 kr.



Nauczyciel kréśli pod poprzednim rysunkiem 8 ramek i kréskę pomiędzy ramkami 5-ą i 6-ą.

N. Macie na tablicy dwa rysunki; z czego są one do siebie podobne? U. One są do siebie z tego podobne, że na każdym jest po 8 jednakowych rzeczy i że kréska jest w obu rysunkach taksamo poprowadzona. N. A jaka, jest różnica między tymi dwoma rysunkami? U. Ta, że na jednym rysunku jednostajnymi rzeczami są kropki, a na drugim ramki.

N. Wyliczyliście już prawdy, przedstawione przez piérwszy rysunek; wyliczcież teraz prawdy, które wam drugi rysunek przedstawia. Uczniowie mówią, a następnie piszą:

5 ram. + 3 ram. = 8 ram., 3 ram. + 5 ram. = 8 ram.,
8 ram. — 3 ram. = 5 ram., 8 ram. — 5 ram. = 3 ram.

N. Wszak ramka oznacza dziesiątek; powiedzcie więc te prawdy inaczéj. Uczniowie mówią, a nauczyciel pisze na tablicy:

5 dz. + 3 dz. = 8 dz., 3 dz. + 5 dz. = 8 dz.,
8 dz. — 3 dz. = 5 dz., 8 dz. — 5 dz. = 3 dz.

N. Wiécie, że: 5 dziesiątków jestto 50 jedności,
3 dziesiątki jestto 30 jedności,
8 dziesiątków jestto 80 jedności;

powiedzcie więc te prawdy jeszcze inaczéj. U. 50 jedności i 30 jedności jest 80 jedności, i t. d. N. Napiszcie wzory tak powiedzianych prawd. Uczniowie piszą:

$$50 + 30 = 80, \quad 30 + 50 = 80,$$
$$80 - 30 = 50, \quad 80 - 50 = 30.$$

N. Wieśniak w jednym roku jeździł do miasta 50 razy, a w drugim 30 razy; ile razy jeździł on do miasta w obu latach? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 50 + 30 = 80 razy.

N. Kupiec w jednym tygodniu sprzedał 30 główcukru, a w drugim 50 główcukru; ile główcukru on sprzedał w tych dwu tygodniach? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 30 gł. + 50 gł. = 80 gł.

N. W szkole dwuklasowéj jest 80 uczniów; w piérwszéj klasie jest 30 uczniów; ile ich jest w drugiéj klasie? U. 80 ucz. — 30 ucz. = 50 ucz.

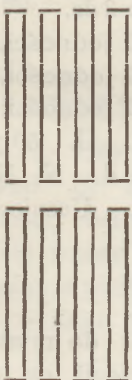
N. Staś ma w swoim księgozbiorze 80 książek; 50 książek jest oprawnych; ile jest książek nieoprawnych? U. 80 ks. — 50 ks. = 30 ks.

§ 66. Liczby 30, 40,..., 90 (ciąg dalszy).

Przykład drugi.

● ● ● ● Nauczyciel kréśli na tablicy 8 kropek w dwu
● ● ● ● równych rzędach podłużnych i przy rozważaniu tego rysunku powtarza z uczniami prawdy, których wzory są następujące:

4 kr. × 2 = 8 kr., 8 kr. : 2 = 4 kr., 8 kr. : 4 kr. = 2.
2 kr. × 4 = 8 kr., 8 kr. : 4 = 2 kr., 8 kr. : 2 kr. = 4.



Następnie pod tą figurą kréśli drugą figurę, złożoną z 8-u ramek, ułożonych także we dwa równe rzędy, i porównywając te dwie figury z sobą, upatruje ich podobieństwo i różnicę.

N. Z czego te dwa rysunki są do siebie podobne? U. One są z tego podobne, że na każdym z tych rysunków mamy po dwa rzędy rzeczy jednakowych i że ich w każdym rzędzie jest po cztéry.

N. A jaka jest między nimi różnica? U. Ta, że na jednym rysunku są kropki, a na drugim ramki.

N. Piérwsza figura was uczy, że 2 razy po 4 kropki jest 8 kropek; a czego was uczy druga figura? U. Druga figura uczy tego, że: 2 razy po 4 ramki jest 8 ramek. N. Napiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie piszą:

$$4\,\text{ram.} \times 2 = 8\,\text{ram.}$$

N. Co jeszcze wskazuje ta druga figura? Powiedzcie i napiszcie to samo. Uczniowie mówią i piszą: połowa 8-u ramek jest 4 ramki; 8 ram. : 2 = 4 ram. W liczbie 8 ramek liczba 4 ramki mieści się 2 razy; 8 ram. : 4 ram. = = 2.

N. Jakie prawdy można wyprowadzić z uważania rzędów poprzecznych téj drugiéj figury? Powiedzcie i napiszcie ich wzory. Uczniowie odpowiadają i piszą:

$$2\,\text{ram.} \times 4 = 8\,\text{ram.},$$

$$8\,\text{ram.} : 4 = 2\,\text{ram.}, \qquad 8\,\text{ram.} : 2\,\text{ram.} = 4.$$

N. Wiecie, że każda ramka wyobraża 1 dziesiątek; więc powiedzcie te prawdy inaczéj i napiszcie to, co powiecie. Uczniowie mówią i piszą:

$$4\,\text{dz.} \times 2 = 8\,\text{dz.},\ 8\,\text{dz.} : 2 = 4\,\text{dz.},\ 8\,\text{dz.} : 4\,\text{dz.} = 2,$$
$$2\,\text{dz.} \times 4 = 8\,\text{dz.},\ 8\,\text{dz.} : 4 = 2\,\text{dz.},\ 8\,\text{dz.} : 2\,\text{dz.} = 4.$$

N. Wiecie, że (nauczyciel pisze na tablicy):

$$8\,\text{dz.} = 80\ ,\ 4\,\text{dz.} = 40\ ,\ 2\,\text{dz.} = 20;$$

możecie więc te wzory jeszcze tak napisać (nauczyciel pisze na tablicy):

$$40 \times 2 = 80, \qquad 80 : 2 = 40, \qquad 80 : 40 = 2,$$
$$20 \times 4 = 80, \qquad 80 : 4 = 20, \qquad 80 : 20 = 4.$$

N. Fura drzewa kosztuje w lesie 30 kop.; za przewiezienie jéj do miasta płaci się 10 kop. Ile kopiejek będą kosztowały w mieście 2 fury drzewa? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Ile kosztuje w mieście jedna fura? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 30 kop. + 10 kop. = 40 kop.

N. Ile kosztują 2 fury? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 40 kop. × 2 = 80 kop.

N. Staś dostał od stryja 80 orzechów; połowę ich dał rodzicom, 4-tą ich część ciotce, 10 orzechów schował dla siebie, a pozostałe orzechy dał siostrze swojéj Rózi. Ile orzechów dostała Rózia?

Uczniowie powtarzają zadanie i, rozwiązując je, piszą wzory następujące:

1) Liczba orzechów, danych rodzicom jest:

80 orz. : 2 = 40 orz.

2) Liczba orzechów, danych ciotce, jest:

80 orz. : 4 = 20 orz.

3) Liczba orzechów, danych rodzicom i ciotce wraz z orzechami, które Staś schował dla siebie, jest:

40 orz. + 20 orz. + 10 orz. = 70 orz.

4) Liczba orzechów, pozostałych dla siostry Rózi jest:

80 orz. — 70 orz. = 10 orz.

N. Elementarz bez oprawy kosztuje 10 groszy, oprawa kosztuje téż 10 groszy; ile elementarzy oprawnych można kupić za 80 groszy? U Jeden elementarz w oprawie kosztuje: 10 gr. × 2 = 20 gr. Za 80 groszy można kupić tyle elementarzy oprawnych, ile razy w liczbie 80 groszy mieści się liczba 20 groszy; 80 gr. : 20 gr. = 4. Więc można kupić 4 elementarze oprawne.

N. Władzio miał 3 złote i kupił: 4 ołówki i 2 kajety; ołówek kosztuje 10 groszy, a kajet 20 groszy; ile mu pozostało pieniędzy po kupieniu ołówków i kajetów?

N. Ile Władzio miał groszy? U. 30 gr. × 3 = 90 gr.

N. Ile kosztują 4 ołówki? U. 10 gr. × 4 = 40 gr.

N. Ile kosztują 2 kajety? U. 20 gr. × 2 = 40 gr.

N. Widzicie, że ołówki kosztują tyleż, co kajety. Powiedzcie teraz, ile kosztują ołówki i kajety razem? U. 40 gr. × 2 = 80 gr.

N. Ile groszy zostało Władziowi po kupieniu ołówków i kajetów? U. 90 gr. — 80 gr. = 10 gr.

ROZDZIAŁ IV.

LICZBY POŚREDNIE MIĘDZY LICZBAMI 10 I 20. LICZBA 20.

---

§ 67. Liczby 11, 12,..., 19.

Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę i w niéj 10 kropek.

N. Co widzicie na tablicy i co ten rysunek wam przedstawia? U. Widzimy ramkę z 10-u kropkami wewnątrz; rysunek ten przedstawia 1 dzies., czyli 10 jedności. N. Wiecie (§ 48), że każda liczba jest większa od poprzedzającéj ją liczby o 1 jedność; więc jaka liczba powinna następować po liczbie 10 jedności? U. Liczba o 1 jedność większa od 10-u.

Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę otwartą (mającą wewnątrz 10 kropek) i obok z prawéj strony 1 kropkę.

N. Co ten rysunek wam przedstawia? U. Liczbę, złożoną z *jednego* dziesiątka i *jednéj* jedności. N. O ile jedności ta liczba jest większa od 10-u jedności? U. O 1 jedność. N. Więc ten rysunek jest wizerunkiem liczby, następującéj po liczbie 10.

Nauczyciel kréśli pod poprzednim rysunkiem ramkę zamkniętą (bez kropek wewnątrz) i obok z prawéj strony jednę kropkę.

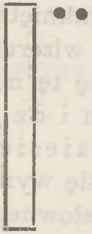
N. Jaka jest różnica tego rysunku od poprzedniego? U. Zamiast ramki otwartéj jest teraz narysowana ramka zamknięta. N. Czego się domyślamy w téj ramce zamkniętéj? U. 10-u kropek. N. Więc i ten rysunek jest wizerunkiem liczby, następującéj po liczbie 10. Liczbę tę można nazwać: dziesięć i jeden, albo: jeden i dziesięć, albo, jak mówiono dawniéj: jeden na dziesięć. Z ostatnich właśnie trzech wyrazów utworzył się wyraz jedenaście, używany obecnie do oznaczenia słownego liczby, któréj wizerunek macie tu na tablicy.

N. Wiecie, że liczba jedenaście jest o 1 większa od liczby 10, czyli liczba jedenaście jestto 10 i 1; jak więc napiszecie liczbę jedenaście? Uczniowie piszą: 10 + 1. N. Przeczytajcie, coście napisali. Uczniowie czytają: dziesięć i jeden. N. Przeczytajcie to samo krócéj. U. Jedenaście. N. Zamiast 10 mogę powiedzieć: 1 dziesiątek, więc liczbę jedenaście można jeszcze tak napisać: 1 dz. + 1. Przeczytajcie, co jest napisane na tablicy. U. Jeden dziesiątek i jedna jedność.

N. Wiecie, że 1 dziesiątek oznaczamy cyfrą 1 pisząc ją tak, aby ona zajmowała miejsce drugie; w liczbie jedenaście prócz 1 dziesiątka mamy jeszcze 1 jedność. Gdy więc liczbę jedenaście chcemy na piśmie wyrazić zapomocą cyfr, to możemy obok 1-ści na 2-m miejscu, oznaczającéj 1 dziesiątek, napisać 1 na 1-m miejscu. Nauczyciel pisze na tablicy:

i mówi: cyfra 1, zajmująca miejsce drugie, wyraża, że liczba jedenaście ma *jeden* dziesiątek; cyfra zaś 1, zajmująca miejsce piérwsze, wyraża, że ta liczba, oprócz jednego dziesiątka, ma jeszcze jednę jedność.

N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 11? U. Liczba o 1 większa od liczby 11 jedności.



Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę i obok z prawéj strony 2 kropki.

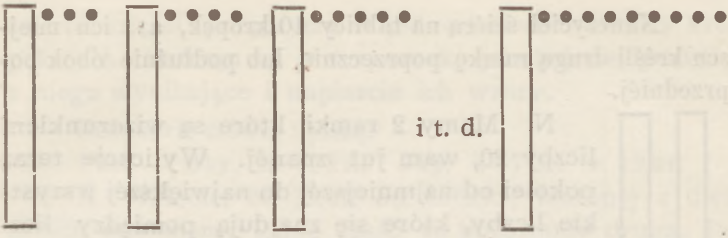
N. Co ten rysunek wam przedstawia? U. 1 dziesiątek i 2 jedności. N. O ile jedności ta liczba jest większa od liczby 11 jedności? U. O 1 jedność. N. Jestto więc wizerunek liczby następującéj po liczbie 11. Liczbę tę można nazwać: *dziesięć i dwa*, albo: *dwa i dziesięć*, albo: *dwa na dziesięć*, albo wreszcie, jak się oddawna mówi, krócéj: *dwanaście*. Ponieważ liczba ta ma 1 dziesiątek i oprócz tego 2 jedności, więc można ją tak napisać: 1 dz. + 2.

Wiecie, że dziesiątek oznacza się cyfrą 1, napisaną na 2-m miejscu. Liczbę więc *dwanaście* możemy wyrazić na piśmie zapomocą cyfr, kładąc obok cyfry 1, mającéj zająć miejsce drugie, jako oznaczającéj dziesiątek, cyfrę 2, która zajmie miejsce piérwsze. Jak więc napiszecie liczbę dwanaście? Uczniowie piszą:

12.

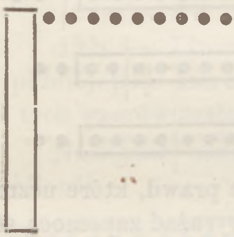
N. Które miejsce zajmuje cyfra 1 i co ona oznacza? Które miejsce jest zajęte przez cyfrę 2 i co ta cyfra oznacza? Uczniowie odpowiadają.

Powiększając pokolei każdą z poznanych liczb o 1 jedność, nauczyciel będzie otrzymywał nowe liczby, które na rysunku tak przedstawi:



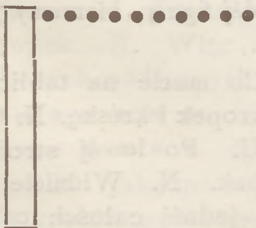
Trzymając się porządku przestrzeganego przy liczbach 11 i 12, należy w ten sam sposób dawać liczbom kréślonym odpowiednie nazwy, a pokazując stopniowo, jak się one mogą pisać, doprowadzić uczniów do tego, ażeby sami napisali na tablicy: 13, 14, 15,..., 19 i opowiedzieli, co w każdéj z tych liczb przedstawia cyfra zajmująca piérwsze, a co zajmująca drugie miejsce.

§ 68. Też liczby, jako pośrednie między 10 i 20.



Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę i obok z prawéj strony 9 kropek.

N. Co ten rysunek wam przedstawia? U. Liczbę 19 jedności. N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 19? U. Liczba o 1 większa od 19.



Nauczyciel obok 9 kropek, należących do liczby 19, kréśli jeszcze jednę kropkę i mówi: dodałem jednę kropkę; mamy więc wizerunek liczby, która następuje po liczbie 19. Ile jest kropek zewnątrz ramki? U. 10 kropek. N. Ponieważ te 10 kropek stanowią 1 dziesiątek, więc można je zamknąć w ramce.

Nauczyciel ściéra na tablicy 10 kropek, a z ich miejscu kréśli drugą ramkę poprzecznie, lub podłużnie obok poprzedniéj.

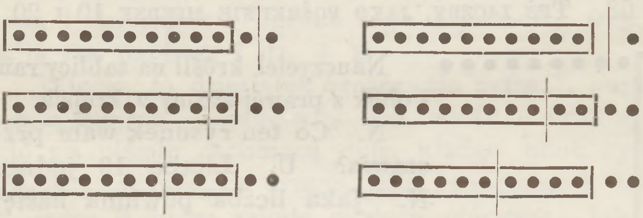
N. Mamy 2 ramki, które są wizerunkiem liczby 20, wam już znanéj. Wyliczcie teraz pokolei od najmniejszéj do największéj wszystkie liczby, które się znajdują pomiędzy liczbami 10 i 20 i napiszcie je.

Uczniowie wyliczają i piszą: 11, 12, 13,..., 19.

N. Ile ich jest? U. Jest ich 9.

§ 69. Liczba 12.

Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę z 10-u kropkami i obok niéj 2 kropki, oraz prowadzi kréskę po 11-éj, 10-éj, 9-éj, 8-éj, 7-éj, 6-éj kropce. Powstaje stąd 6 figur:



Każda z nich jest wizerunkiem cztérech prawd, które uczniowie powinni nauczyć się wypowiadać i wyrażać zapomocą stosownych wzorów. Dla pokazania, jak nauczyciel ma prowadzić pogadankę przy rozważaniu każdéj figury, bierzemy jednę z nich, naprzykład przedostatnią.

N. Co macie na tablicy? U. 12 kropek i kréskę. N. Co jest po każdéj stronie kréski? U. Po lewéj stronie jest 7 kropek, a po prawéj 5 kropek. N. Widzicie, że 7 kropek i 5 kropek są częściami jednéj całości; całością tą jest liczba 12 kropek. Co więc otrzymacie, jeżeli te części połączycie w jednę całość? U. 12 kropek. N. Patrząc na ten rysunek, powiedzcie prawdy z niego wynikające i napiszcie ich wzory.

Uczniowie mówią i piszą:

7 kr. + 5 kr. = 12 kr., 5 kr. + 7 kr. = 12 kr.

N. Wiecie, że jeżeli od całości, złożonéj z dwu części, odejmiemy jednę część, to pozostanie druga. Jakie więc jeszcze prawdy można wyprowadzić z rozważania tego rysunku?

Uczniowie odpowiadają i piszą wzory następujące:

12 kr. — 7 kr. = 5 kr., 12 kr. — 5 kr. = 7kr.

W celu zastosowania tych wzorów do rozwiązywania zadań praktycznych, nauczyciel nadaje kropkom rozmaite miana.

N. Jeżeli każda kropka oznacza bochenek chleba, to jak te wzory napiszecie?

Uczniowie piszą:

7 b. + 5 b. = 12 b , 5 b. + 7 b. = 12 b.,
12 b. — 7 b. = 5 b., 12 b. — 5 b. = 7 b.,

a późniéj pod kierunkiem nauczyciela układają zadania do tych wzorów zastosowane.

Następnie nauczyciel dochodzi do figury, obok nakreślonéj.

N. Co powiecie o częściach téj całości? U. Te części są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda z nich ma po 6 kropek. N. Więc te kropki możemy ułożyć w dwu równych podłużnych rzędach.

● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ●

Nauczyciel kreśli na tablicy dwa rzędy podłużne, w każdym po 6 kropek.

N. Jaką możecie wyprowadzić prawdę z uważania rzędów podłużnych tego rysunku? U. Dwa razy po 6 kropek jest 12 kropek. N. Powiedzcie to samo innymi słowami. U. Liczba 6 kropek, powiększona 2 razy, równa się liczbie 12 kropek. N. Napiszcie wzór téj prawdy. Uczniowie piszą: 6 kr. $\times$ 2 = 12 kr.

N. Jaką jeszcze prawdę można wyprowadzić z rozważania rzędów podłużnych tego rysunku? U. Jeżeli liczbę 12 kropek podzielimy na 2 części równe, to każda część będzie miała po 6 kropek. N. Powiedzcie tę prawdę krócéj i napiszcie jéj wzór. U. Połowa 12-u kropek jest 6 kropek. 12 kr. : 2 = 6 kr.

N. Rozważcie, czy z tego rysunku nie da się wyprowadzić jeszcze jedna prawda? U. Jeżeli liczbę 12 kropek podzielimy na równe części tak, aby w każdéj było po 6 kropek, to takich części otrzymamy dwie. N. Jak to krócéj powiecie? U. Liczba 6 kropek w liczbie 12 kropek mieści się 2 razy. N. Napiszcie wzór wypowiedzianéj prawdy. Uczniowie piszą:

12 kr. : 6 kr. = 2.

N. Powiedzcie teraz prawdy, które wynikają z uważania rzędów poprzecznych tego rysunku, i napiszcie odpowiednie wzory.

U. 6 razy po 2 kropki jest 12 kropek:

2 kr. $\times$ 6 = 12 kr.

6-ta część 12-u kropek jest 2 kropki:

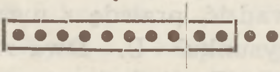
12 kr. 6 = 2 kr.

w 12-u kropkach 2 kropki mieszczą się 6 razy:

12 kr. : 2 kr. = 6.

Nauczyciel w tych wzorach nadaje każdéj kropce jakiekolwiek miano; naprzykład: grosz, złoty, kopiéjka, rubel, garniec, kwarta, mila, wiorsta, łokieć, godzina, minuta i t. d. Uczniowie układają stosowne zadania.

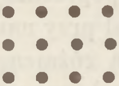
Nauczyciel kréśli na tablicy figurę obok umieszczoną



i zapytuje uczniów: ile jest kropek przed kréską? U. 8 kropek. N. Podzielimy te 8 kropek na 2 równe części.

Nauczyciel prowadzi drugą kréskę pomiędzy kropkami 4-ą i 5-ą.

N. Na ile części liczba 12 kropek jest podzielona tymi dwiema kréskami? U. Na 3 części. N. Jakie to są części? U. One są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda część ma po 4 kropki. N. Ułożymy je w trzy podłużne rzędy.



Nauczyciel kréśli na tablicy figurę obok umieszczoną. N. Ile macie rzędów podłużnych? U. Trzy. N. Co jest w każdym rzędzie? U. Po 4 kropki. N. Jakie stąd wynikają prawdy i jakie są ich wzory?

U. 3 razy po 4 kropki jest 12 kropek:

$$4\,\text{kr.} \times 3 = 12\,\text{kr.}$$

3-a część 12-u kropek jest 4 kropki:

$$12\,\text{kr.} : 3 = 4\,\text{kr.}$$

w 12-u kropkach 4 kropki mieszczą się 3 razy:

$$12\,\text{kr.} : 4\,\text{kr.} = 3.$$

N. Ile macie rzędów poprzecznych i co jest w każdym rzędzie? U. Rzędów poprzecznych jest 4, w każdym po 3 kropki. N. Powiedzcie prawdy, które można wyprowadzić z uważania tych rzędów poprzecznych, i napiszcie ich wzory.

U. 4 razy po 3 kropki jest 12 kropek:

$$3\,\text{kr.} \times 4 = 12\,\text{kr.}$$

4-a część 12-u kropek jest 3 kropki:

$$12\,\text{kr.} : 4 = 3\,\text{kr.}$$

w 12-u kropkach 3 kropki mieszczą się 4 razy:

$$12\,\text{kr.} : 3\,\text{kr.} = 4.$$

Jak zwykle, nauczyciel nadaje kropkom jakiekolwiek miano, a uczniowie do tych wzorów układają stosowne zadania. Bardzo wygodnie można tu w takich zadaniach skorzystać z tego, że 1 stopa = 12 calom, 1 rok = 12 miesiącom, 1 tuzin = 12 sztukom.

§ 70. Wzór główny i wzory z niego wynikające.

Dotychczasowe poznawanie każdéj liczby polegało na przedstawieniu téj liczby w postaci uzmysłowionéj i rozkładaniu jéj na części równe lub nierówne. Stąd powstawały wzory, z których dowiadywaliśmy się, w jaki sposób każda uważana przez nas liczba tworzy się z liczb poprzedzających. Metody téj będziemy się trzymali i nadal przy nauce liczb pośrednich między liczbami 10 i 20, z tą różnicą, że poprzestaniemy na wypisywaniu *wzorów głównych*. Objaśnimy myśl naszę.

Weźmy jednę z figur §-u 69-go. Przypominamy, że rozważanie jéj posłużyło nam do wyprowadzenia cztérech wzorów:

9 kr. + 3 kr. = 12 kr., 3 kr. + 9 kr. = 12 kr.,
12 kr. — 3 kr. = 9 kr., 12 kr. — 9 kr. = 3 kr.

Będziemy je nazywali *wzorami jednéj grupy*, gdyż one są uzmysłowione na jednym rysunku. W téj grupie wzór 9 kr. + 3 kr. = 12 kr. nazywamy *wzorem głównym*, gdyż z niego wprost wynikają trzy pozostałe. Jakoż, wzór ten uczy nas, że całość 12 kr. składa się z dwu części: 9 kr. i 3 kr.; gdy przeto połączymy je znowu w jednę całość, to otrzymamy 12 kr. Porządek, w jakim odbędziemy to połączenie, jest dowolny; biorąc więc 3 kr. za piérwszą część, a 9 kr. za drugą, otrzymujemy wzór: 3 kr. + 9 kr. = 12 kr. Z uwagi zaś, że: gdy od całości, złożonéj z dwu części, odejmiemy jednę, to pozostanie druga, mamy tu jeszcze: 12 kr. — 3 kr. = 9 kr., 12 kr. — 9 kr. = 3 kr. Trzy więc ostatnie wzory téj grupy są wynikami wzoru piérwszego: 9 kr. + 3 kr. = 12 kr., który z tego powodu nazwaliśmy *wzorem głównym* téj grupy. (Oczywiście, moglibyśmy, jako główny, przyjąć wzór 3 kr. + 9 kr. = 12 kr.)

● ● ● ●
● ● ● ●
● ● ● ●

Przypominamy teraz figurę ostatnią z § 69-go, któréj rozważanie doprowadziło nas do wzorów następujących:

4 kr. × 3 = 12 kr., 12 kr. : 3 = 4 kr., 12 kr. : 4 kr. = 3,
3 kr. × 4 = 12 kr., 12 kr. : 4 = 3 kr., 12 kr. : 3 kr. = 4.

Te sześć wzorów, jako wynikające z rozważania jednéj figury, a więc uzmysłowione na jednym rysunku, stanowią również *jednę grupę*. Piérwszy wzór téj grupy:

4 kr. × 3 = 12 kr. (wzór 1-y)

uczy, że 3 razy po 3 kropki jest 12 kropek. Przeto liczba 4 kr. jest częścią liczby 12 kr., a że tych części w całości jest 3, więc:

Liczba 4 kropki jest 3-ą częścią liczby 12 kropek:

12 kr. : 3 = 4 kr. (wzór 2-i)

Liczba 4 kropki mieści się w liczbie 12 kropek 3 razy:

12 kr. : 4 kr. = 3. (wzór 3-i)

Liczba 12 kropek, jako złożona z *trzech* równych części, dała się przedstawić w postaci trzech równych podłużnych rzędów, każdy po 4 kropki; a że wskutek takiego przedstawienia otrzymujemy *cztery* rzędy poprzeczne, w każdym po 3 kropki, więc: 4 razy po 3 kropki jest 12 kropek, czyli:

3 kr. × 4 = 12 kr. (wzór 4-y)

Liczba 3 kr. jest częścią liczby 12 kr., a że tych części w całości jest 4, więc:

Liczba 3 kr. jest 4-ą częścią liczby 12 kropek:

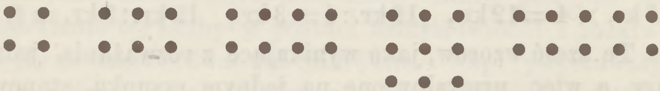
12 kr. : 4 = 3 kr. (wzór 5-y)

Liczba 3 kr. mieści się w liczbie 12 kr. 4 razy:

12 kr. : 3 kr. = 4. (wzór 6-y)

Widzi wmyięc, że ze wzorem piérwszym: 4 kr. × 3 = 12 kr. jest związanych 5 pozostałych wzorów téj grupy; z tego powodu wzór ten nazwiemy *wzorem głównym* całéj grupy.

Dla wprawy w grupowaniu wzorów i wynajdywaniu pomiędzy nimi wzorów głównych, nauczyciel kreśli pokolei na tablicy znane już uczniom figury:



Uczniowie pod każdą figurą podpisują wzór główny i zapomocą powyższego rozumowania wyprowadzają wzory, z niego wynikające.

Zadanie.

N. Stanisław, Paweł i Jan kupowali ręczniki. Stanisław kupił połowę tuzina ręczników, Paweł 3-ą część tuzina, a Jan resztę tuzina. Ile złotych Jan zapłacił za kupione ręczniki, jeżeli jeden ręcznik kosztuje 6 złotych.

Nauczyciel zapisuje na tablicy:

Stanisław kupił połowę tuzina,
Paweł „ 3-ą część „
Jan „ resztę „

Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Czego się mamy dowiedzieć? U. Ile złotych Jan zapłacił za kupione ręczniki. N. Żeby się tego dowiedzieć, co musimy uprzednio wiedzieć? U. Ile ręczników Jan kupił. N. Czy to wiecie? U. Wiemy tylko, że Jan kupił resztę tuzina. N. Czy wiecie ile jest ręczników w téj reszcie? U. Nie wiemy. N. Jakże się tego dowiedzieć? U. Trzeba od tuzina ręczników odjąć ręczniki, kupione przez Stanisława i Pawła. N. Co powiedziano w zadaniu: ile ręczników kupili Stanisław i Paweł? U. Powiedziano, że Stanisław kupił połowę tuzina, a Paweł 3-ą część tuzina. N. A ile tuzin ma sztuk? U. 12 sztuk. N. Więc ile ręczników kupił Stanisław? U. Stanisław kupił połowę 12-u, to jest 6 ręczników. N. Napiszcie to, coście powiedzieli.

Uczniowie piszą: 12 r. : 2 = 6 r.

N. Co oznacza litera r., położona we wzorze przy liczbach 12 i 6? U. Litera r. oznacza, że jednostką liczb 12 r. i 6 r. jest ręcznik. N. Powiedzcie, ile ręczników kupił Paweł, i napiszcie to. U. Paweł kupił 3-ą część tuzina, to jest 3-ą część 12-u sztuk; 3-a część 12-u jest 4; więc Paweł kupił 4 ręczniki.

Uczniowie zapisują: 12 r. : 3 = 4 r.

N. Powiedzcie, ile ręczników kupili Stanisław i Paweł razem, i napiszcie to:

Uczniowie odpowiadają i piszą: 6 r. + 4 r. = 10 r.

N. Ileż więc ręczników pozostało dla Jana?

Uczniowie odpowiadają i piszą: 12 r. — 10 r. = 2 r.

N. Wiemy więc, że Jan kupił 2 ręczniki. A czego się chcemy dowiedzieć? U. Chcemy się dowiedzieć, ile złotych Jan zapłacił za kupione ręczniki. N. Ileż więc? U. Jeden ręcznik kosztuje 6 złotych, więc 2 ręczniki kosztują 2 razy po 6 złotych, to jest 12 złotych. N. Napiszcie wzór téj prawdy, którą powiedzieliście teraz.

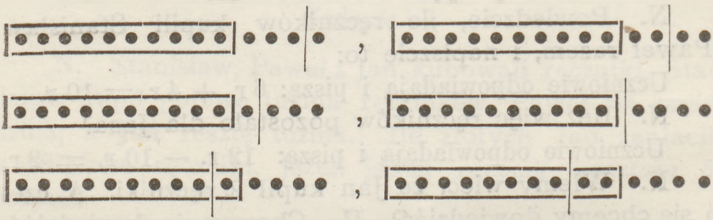
U. 6 zł. × 2 = 12 zł.

N. Ileście wzorów użyli do rozwiązania tego zadania? U. 5-u wzorów. N. Do czego potrzebny jest wzór piérwszy? U. Do dowiedzenia się, ile ręczników kupił Stanisław. N. Czegoście się dowiedzieli za pomocą wzoru drugiego? U. Ile ręczników kupił Paweł. N. Do czego służy wzór 3-i? U. Do wynalezienia, ile ręczników kupili Stanisław i Paweł razem. N. A wzór 4-y? U. Wzór 4-y jest potrzebny do dowiedzenia się, ile ręczników pozostało dla Jana z całego tuzina. N. Jaki jest wzór 5-ty i do czego on służy? U. 2 razy 6 złotych jest 12 złotych; wzór ten służy do dowiedzenia się, ile złotych zapłacił Jan za kupione ręczniki.

§ 71. Rozkładanie liczb 14, 15, 16 i 18 na części nierówne.

Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 14 i umieszcza kréskę kolejno po kropkach: 13-éj, 12-éj, 11-éj, 10-éj, 9-éj i 8-éj.

Tym sposobem powstaje 6 figur:



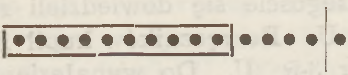
z których każda jest wizerunkiem jednego z następujących wzorów głównych.

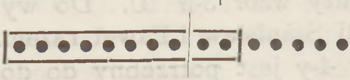
$$13+1=14,\quad 12+2=14,\quad 11+3=14,$$
$$10+4=14,\quad 9+5=14,\quad 8+6=14.$$

Figura np. 5-ta jest wizerunkiem wzoru głównego: $9+5=14$, z którego wynikają trzy wzory następujące:

$$5+9=14,\quad 14-5=9,\quad 14-9=5.$$

Liczba 15, w podobny sposób uzmysłowiona i zapomocą kréski na dwie części, nierówne rozłożona, daje 7 figur:

 , i t. d.,



będących wizerunkami 7-u następujących wzorów głównych:

$14 + 1 = 15$, $13 + 2 = 15$, i t. d., $8 + 7 = 15$.

Liczba 16 daje podobnych figur 7, a więc i 7 następujących wzorów głównych:

$15 + 1 = 16$, $14 + 2 = 16$, i t. d., $9 + 7 = 16$

Wreszcie z liczby 18, rozkładanéj na 2 części nierówne, otrzymujemy 8 figur:

, i t. d.,

z których wyczytujemy 8 wzorów głównych:

$17 + 1 = 18$, $16 + 2 = 18$, i t. d., $10 + 8 = 18$.

Widzimy, że rozkładanie liczb: 14, 15, 16 i 18 na części nierówne posłużyło do wyprowadzenia 28-u wzorów głównych. Z każdego z nich uczniowie wyprowadzą wzory z niego wynikające, a nadając jednościom liczb, wchodzącym w nie, nazwy jakichkolwiek jednostek, ułożą stosowne zadania. Takie zadania p r o s t e, ułożone przez uczniów, nauczyciel będzie przekształcał na z ł o ż o n e, jak to zobaczymy na przykładzie następującym. Przypuszczamy, że przedmiotem pogadanki jest wyprowadzenie wzorów, wynikających z roztrząsania umieszczonego obok

wizerunku liczby 18. Uczniowie, jak zwykle, wyliczają prawdy odpowiednie i piszą ich wzory. Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na wzór naprzykład:

$18 - 10 = 8$.

N. Jeżeli każda jedność tych liczb oznacza grosz, to jak ten wzór napiszecie? Uczniowie piszą:

18 gr. — 10 gr. = 8 gr.

N. Ułóżcie takie zadanie, żeby była mowa o Stasiu i żeby się ono rozwiązywało zapomocą tego wzoru.

U. Staś miał 18 groszy, wydał 10 groszy; ile mu groszy pozostało? N. Powiedzieliście, że Staś miał 18 groszy; zobaczymy jakie Staś miał monety.

Tu nauczyciel pokazuje monety miedziane: jedno-, dwu-, trzy- i pięciokopiéjkowe i dawny nasz trojak.

N. Otóż, Staś miał 3 monety dwukopiéjkowe i 2 trojaki; policzcie, ile to wynosi groszy? U. Jedna moneta dwukopiéjkowa ma 4 grosze, to 3 takie monety mają:

(Uczniowie piszą): 4 gr. $\times$ 3 = 12 gr.

Jeden trojak ma 3 grosze, więc 2 trojaki mają:

3 gr. $\times$ 2 = 6 gr., a 12 gr. + 6 gr. = 18 gr.

N. Powiedzieliście, że Staś wydał 10 groszy, ale nie wiecie, na co on wydał te pieniądze. Otóż wam powiém, że on dla swoich siostrzyczek kupił 5 bukiecików fijołków, a za każdy bukiecik płacił po 2 grosze. Powiedzcie, ile Staś zapłacił za fijołki?

Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 2 gr. $\times$ 5 = 10 gr.

N. Opowiedzcie teraz sami wszystko, co wiecie o Stasiu.

Po takiéj pogadance uczniowie z łatwością ułożą następujące zadanie złożone:

Staś miał 3 monety dwukopiéjkowe i 2 trojaki; kupił dla siostrzyczek 5 bukiecików fijołków, płacąc za każdy po 2 grosze. Ile mu pozostało groszy po kupieniu fijołków?

Figury niniejszego paragrafu podały 28 wzorów głównych, te wraz z wynikającymi z nich, tworzą razem wzorów 112, które, jak widzimy z poprzedzającego przykładu, mogłyby posłużyć za materyjał do ułożenia tyluż zadań złożonych.

§ 72. Rozkładanie liczb 14, 15, 16 i 18 na części równe

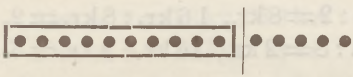
Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 14 i prowadzi kréskę pomiędzy kropkami: 7-ą i 8-ą.

N. Co jest na tablicy? U. 14 kropek i kréska pomiędzy kropkami: 7-ą i 8-ą. N. Widzicie, że kréska dzieli liczbę 14 kropek na 2 części równe; można więc te 14 kropek ułożyć we dwa równe podłużne rzędy.

Nauczyciel kréśli na tablicy figurę obok umieszczoną; uczniowie, przez rozważanie rzędów podłużnych i poprzecznych téj figury, dochodzą do wzorów:

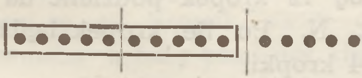
7 kr. × 2 = 14 kr., 14 kr. : 2 = 7 kr., 14 kr. : 7 = 2 kr.,
2 kr. × 7 = 14 kr., 14 kr. : 7 = 2 kr., 14 kr. : 2 = 7 kr.

Przy wyprowadzaniu tych wzorów nauczyciel będzie miał z uczniami pogadankę, podobną do téj, do jakiéj się udawał przy rozkładaniu liczby 12 na części równe; z tego powodu ją tu opuszczamy.



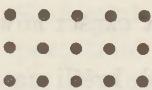
Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 15 i kładzie kréskę pomiędzy kropkami 10-ą i 11-ą.

N. Co macie na tablicy? U. Mamy liczbę 15 kropek i kréskę pomiędzy kropkami 10-ą i 11-ą. N. 10 kropek, będące z lewéj strony kréski, podzielimy na 2 równe części.



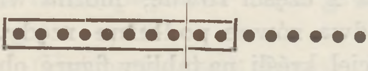
Nauczyciel prowadzi drugą kréskę pomiędzy kropkami 5-ą i 6-ą.

N. Na ile części liczba 15 kropek jest teraz podzielona? U. Na 3 części. N. Jakieto są części? U. Te części są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda ma po 5 kropek.



Nauczyciel ściéra te 15 kropek, a na ich miejscu kréśli 3 równe podłużne rzędy, w każdym po 5 kropek. Uczniowie przez rozważanie rzędów podłużnych i poprzecznych téj figury wyprowadzają wzory:

5 kr. $\times$ 3 = 15 kr., 15 kr. : 3 = 5 kr., 15 kr. : 5 kr. = 3,
3 kr. $\times$ 5 = 15 kr., 15 kr. : 5 = 3 kr., 15 kr. : 3 kr. = 5.

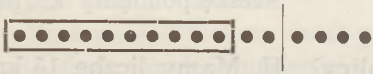


Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 16 i kréskę pomiędzy kropkami 8-ą i 9-ą.

N. Na ile części liczba 16 kropek jest podzielona i jakie są te części? U. Liczba 16 kropek jest podzielona na 2 części równe.

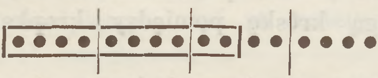
Nauczyciel ściéra tę figurę, a na jéj miejscu kréśli 16 kropek w dwu równych podłużnych rzędach. Z tego rysunku, zapomocą wiadomego już rozumowania, uczniowie wyprowadzają wzory następujące:

8 kr. $\times$ 2 = 16 kr., 16 kr. : 2 = 8 kr., 16 kr. : 8 kr. = 2,
2 kr. $\times$ 8 = 16 kr., 16 kr. : 8 = 2 kr., 16 kr. : 2 kr. = 8.



Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 16 i prowadzi kréskę po 12-éj kropce.

N. Czy można liczbę 12 kropek podzielić na 3 równe części? U. Można. N. Po ile kropek będzie w każdéj części? U. Po 4 kropki.



Nauczyciel prowadzi jeszcze 2 kréski: jednę po 4-éj, a drugą po 8-éj kropce.

N. Na ile części liczba 16 kropek jest teraz podzielona i jakie to są części? U. Na 4 równe części.

● ● ● ●
● ● ● ●
● ● ● ●
● ● ● ●

Nauczyciel kréśli na tablicy 4 rzędy podłużne, w każdym po 4 kropki. Uczniowie z tego rysunku wyprowadzają wzory:

4 kr. × 4 = 16 kr., 16 kr. : 4 = 4 kr., 16 kr. : 4 kr. = 4.

N. Jeżeli każda jedność liczby 16 jest kwadratem, tó z tych kwadratów, jak widzicie, można ułożyć jeden kwadrat; z tego powodu liczba 16 nazywa się l i c z b ą k w a d r a t o w ą, albo k w a d r a t e m.

Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 18 i kréskę po 9-éj kropce. Następnie pokazawszy uczniom, że kréska dzieli liczbę 18 kropek na 2 części równe, ściéra tę figurę, a na jéj miejscu rysuje 18 kropek w dwu równych podłużnych rzędach, w każdym po 9 kropek. Z tego rysunku uczniowie wyprowadzają wzory następujące:

● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ●

9 kr. × 2 = 18 kr., 18 kr. : 2 = 9 kr., 18 kr. : 9 kr. = 2,
2 kr. × 9 = 18 kr., 18 kr. : 9 = 2 kr., 18 kr. : 2 kr. = 9.

Nauczyciel kréśli liczbę 18, i położywszy kréskę po 12-éj kropce, zapytuje uczniów: Co jest z lewéj strony kréski? U. 12 kropek. N. Podzielimy te 12 kropek na 2 części równe. Nauczyciel prowadzi kréskę pomiędzy kropkami 6-ą i 7-ą. N. Na ile części jest podzielona liczba 18 kropek, tymi 2-a kréskami? U. Na 3 części. N. Jakie są te części? U. Te części są równe, bo każda część ma po 6 kropek. N. Więc te 18 kropek możemy ułożyć w trzech równych rzędach podłużnych.

● ● ● ● ● ● Nauczyciel kréśli na tablicy trzy
● ● ● ● ● ● rzędy podłużne, po 6 kropek w każdym.
● ● ● ● ● ● Z rozważania tego rysunku uczniowie wyprowadzają wzory:

6 kr. × 3 = 18 kr., 18 kr. : 3 = 6 kr., 18 kr. : 6 kr. = 3,
3 kr. × 6 = 18 kr., 18 kr. : 6 = 3 kr., 18 kr. : 3 kr. = 6.

Rozkładanie liczb: 14, 15, 16 i 18 na części równe doprowadziło do 33-ch nowych wzorów, które podają materyjał do tyluż zadań prostych. Uczniowie będą je układali w domu, a nauczyciel, sprawdzając w klasie te opracowania, baczyć będzie nadewszystko na ich praktyczność. Szczęśliwiéj pomyślane z takich zadań prostych można podczas lekcyi rozwinąć na złożone, jak tego przykład widzieliśmy w paragrafie poprzedzającym.

N. W spiżarni są 3 kosze z pomarańczami; w 1-m koszu jest 14 pomarańcz, w 2-m 15, a w 3-m 16. Służąca wybrała z 1-go i 3-go kosza połowę, a z 2-go 5-ą część znajdujących się w nich pomarańcz i ułożyła je dla gości na dwu tacach. Ile jest pomarańcz na każdéj tacy?

§ 73. Liczby 11, 13, 17 i 19.

Podobnie, jak dotąd, nauczyciel każdą z tych liczb nakréśli na tablicy i rozkładać ją będzie na 2 części zapomocą kréski, umieszczonéj pokolei pomiędzy kropkami ostatnią i przedostatnią, 2-ą i 3-ą od końca, 3-ą i 4-ą od końca i t. d. To posuwanie kréski dotąd się powtarza, dopóki się nie natrafi na takie dwie części, których różnica jest 1. W taki sposób z liczb: 11, 13, 17 i 19 otrzymamy: 5, 6, 8 i 9 figur; każda z nich jest uzmysłowieniem 4-ch wzorów, które uczniowie powinni wypisać i zastosować do odpowiednich zadań prostych, sprawdzanych, jak zwykle, przez nauczyciela. Z takich zadań prostych można układać na lekcyi zadania złożone, jak to już widzieliśmy w paragrafie 71-m. Weźmy jeszcze 2 przykłady takiego układania zadań złożonych.

I. Przypuśćmy, że uczniowie mają na tablicy wzór:

$$9 + 8 = 17.$$

N. Napiszcie ten wzór tak, żeby każda jedność oznaczała kopiéjkę.

Uczniowie piszą: 9 kop. + 8 kop. = 17 kop.

N. Dobierzcie do tego wzoru takie zadanie, aby była mowa o służącéj, co kupowała naftę i świéce.

U. Służąca kupiła nafty za 9 kopiéjek i świéc za 8 kopiéjek. Ile ona zapłaciła za naftę i świéce?

N. Czy w zadaniu powiedziano, ile nafty kupiła służąca? U. Nie. N. Otóż, służąca kupiła pół kwarty nafty, a kwarta kosztuje 18 kop. Czy prawda, że wtedy nafta, którą kupiła owa służąca, kosztuje 9 kop. U. Prawda. N. Dlaczego? U. Bo jeżeli kwarta nafty kosztuje 18 kop., to pół kwarty kosztuje połowę 18 kop., a wiemy, że: 18 kop. : 2 = 9 kop.

N. Czy powiedziano w zadaniu, ile świéc kupiła służąca? U. Nie. N. Służąca kupiła 2 świéce, a każda kosztuje 4 kop. Czy prawda, że świéce, które ta służąca kupiła, kosztują 8 kop.? U. Prawda. N. Dlaczego? U. Bo jeżeli jedna świéca kosztuje 4 kop., to 2 świéce kosztują 2 razy więcéj, a 4 kop. × 2 = 8 kop.

N. Powiedzcie jeszcze raz to zadanie, ale nie zapomnijcie niczego, cośmy teraz mówili.

U. Służąca kupiła pół kwarty nafty i 2 świéce; kwarta nafty kosztuje 18 kop., a jedna świéca 4 kop. Ile służąca zapłaciła za naftę i świécę?

N. Ile użyliście wzorów do rozwiązania tego zadania? U. 3 wzory. N. Jakie?

U. 1). 18 kop. : 2 = 9 kop.; 2). 4 kop. × 2 = 8 kop.; 3). 9 kop. + 8 kop. = 17 kop.

II. Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $4 + 15 = 19$.

N. Każda jedność oznacza werstę.

Tu nauczyciel da uczniom przybliżone pojęcie o werście, porównywając ją z odległością dwu znanych im przedmiotów, np. z odległością pewnego domu od jakiegoś innego, kościoła od mostu, szkoły od mieszkania któregokolwiek z uczniów i t. d. Odległości przytaczane winny w rzeczywistości mniéjwięcéj wynosić 1 werstę.

N. Jeżeli każda jedność liczb: 4, 15 i 17 oznacza 1 werstę, to jak napiszecie wzór powyższy?

Uczniowie piszą: 4 w. + 15 w. = 19 w.

N. Zastosujcie ten wzór do zadania o wieśniaku Bartoszu, który się udał na targ ze wsi do miasta i część drogi odbył pieszo, a resztę drogi jechał.

U. Bartosz udał się na targ do miasta, 4 wersty szedł, a pozostałe 15 werst jechał; ile jest werst od wsi do miasta?

N. Bartosz, aby zrobić pieszo tę część drogi, która wynosiła 4 wersty, potrzebował na to pewnego czasu. Niósł on do miasta na sprzedaż ciężki kosz z jarzynami, a droga była piaszczysta; musiał iść powoli, szedł więc 2 godziny, a na godzinę uchodził zaledwie po 2 wersty. Czy prawda, że Bartosz w te 2 godziny uszedł 4 wersty? U. Prawda, bo 2 w. $\times$ 2 = 4 w.

N. Powiedzieliście, że Bartosz pozostałe 15 werst jechał, ale nie wiemy, skąd się znalazł wóz, którym on odbył resztę drogi. Otóż, po odejściu Bartosza, sąsiad Maciéj wyjechał ze wsi do tegoż miasta, co i Bartosz, spotkał go w odległości 4-ch werst ode wsi, w któréj mieszkali, i wziął go z koszem na swój wóz. Jechali razem 3 godziny, jadąc po 5 werst na godzinę. Czy prawda, że Bartosz w ciągu tych 3-ch godzin przejechał 15 werst? U. Prawda, bo 5 w. $\times$ 3 = 15 w.

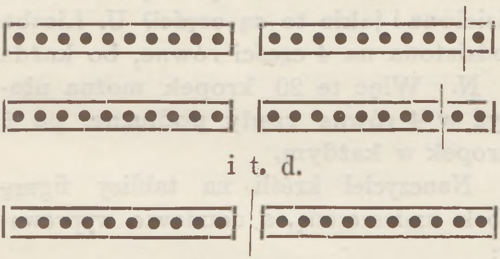
N. Powiedzcie teraz sami całe to zadanie o Bartoszu, który się udał na targ do miasta.

U. Bartosz poszedł ze wsi na targ do miasta, szedł 2 godziny, po 2 wersty na godzinę. Po 2 godzinach sąsiad Maciéj, jadący wozem, dopędził Bartosza, zabrał go ze sobą i resztę drogi do miasta jechali 3 godziny, po 5 werst na godzinę. Ile jest werst ode wsi do miasta?

N. Ile użyliście wzorów do rozwiązania tego zadania? U. 3 wzory, a mianowicie:

2 w.×2=4 w., 5 w.×3=15 w., 4 w.+15 w.=19 w.

§ 74. Liczba 20.



i t. d.

Nauczyciel kréśli na tablicy liczbę 20 i, posuwając kréskę sposobem wyżéj używanym, otrzymuje 10 figur, z których uczniowie wyczytują następujące wzory główne: 19+1=20, 18+2=20, i t. d., 10+10=20. Każdy z nich, jak wiadomo, da 3 wzory z niego wynikające, które uczniowie podpiszą pod odpowiednimi wzorami głównymi. Powstałe stąd 40 wzorów należy stosować do rozwiązywania zadań prostych i złożonych.

Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na ostatnią figurę.

N. Kréska dzieli liczbę 20 kropek na 2 części równe, więc te kropki można ułożyć we 2 równe rzędy podłużne.

Nauczyciel kréśli 2 rzędy podłużne, po 10 kropek w każdym. Uczniowie z rozważania rzędów podłużnych i poprzecznych téj figury wyprowadzają wzory:

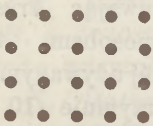
$10\ \text{kr.} \times 2 = 20\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 2 = 10\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 10 = 2$,
$2\ \text{kr.} \times 10 = 20\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 10 = 2\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 2 = 10$.

Nauczyciel kréśli na tablicy 20 kropek i poprowa-

dziwszy kréskę pomiędzy kropkami 10-ą i 11-ą, powiada: ta kréska dzieli liczbę 20 na 2 części równe; każdą z tych części podzielimy jeszcze na 2 części równe.

Nauczyciel prowadzi jeszcze 2 kréski: jednę pomiędzy kropkami: 5-ą i 6-ą, a drugą między kropkami 15-ą i 16-ą

N. Na ile części liczba 20 kropek tymi trzema kréskami jest podzielona i jakie to są części? U. Liczba 20 kropek jest podzielona na 4 części równe, bo każda ma po 5 kropek. N. Więc te 20 kropek można uło-



żyć w 4 równe rzędy podłużne, po 5 kropek w każdym.

Nauczyciel kréśli na tablicy figurę obok umieszczoną, a uczniowie wyprowadzają z niéj wzory:

$5\ \text{kr.} \times 4 = 20\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 4 = 5\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 5\ \text{kr.} = 4$,
$4\ \text{kr.} \times 5 = 20\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 5 = 4\ \text{kr.}$, $20\ \text{kr.} : 4\ \text{kr.} = 5$.

Zadania.

1. Stasia dostała od ogrodnika 20 róż, 5-ą ich część darowała siostrze, a z pozostałych zrobiła 2 jednakowe bukiety. Ile jest róż w każdym bukiecie?

2. Na stajni są konie: kare, siwe i gniade; karych jest 3 czwórki, siwych 2 pary. Ile jest gniadych, jeżeli wszystkich koni na stajni jest 20?

3. Jaś ma 2 monety cztérogroszowe i 4 trojaki; za 10-ą część tych pieniędzy kupił jabłko, a za pozo-

stałe pieniądze 6 gruszek. Po czemu on płacił za każdą gruszkę?

4. Ignaś, udając się na wakacyje do rodziców, był w drodze 20 godzin. Połowę tego czasu płynął statkiem parowym, 5-ą część jechał koleją, a resztę czasu jechał pocztą. Ile godzin jechał Ignaś pocztą?

ROZDZIAŁ V.

LICZBY POŚREDNIE MIĘDZY DZIESIĄTKAMI. LICZBA 100. CZTÉRY DZIAŁANIA.

---

§ 75. Liczby 21,..., 29, 31,..., 99.

Nauczyciel, nakréśliwszy 2 ramki zamknięte, zapytuje: co widzicie na tablicy? U. 2 ramki. N. Czego się domyślacie w każdéj ramce? U. 10-u kropek. Co ten rysunek wam przedstawia? U. 2 dziesiątki, czyli 20 jedności.

Nauczyciel kréśli 3 ramki zamknięte. Co teraz macie na tablicy? U. 3 ramki, które nam przedstawiają 3 dziesiątki, czyli 30 jedności.

N. Wiecie, że liczba, następująca po jakiéjkolwiek liczbie, jest od niéj większa o 1 jedność. Powiedzcie: czy liczba 30 jest następującą po liczbie 20? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo liczba 30 jest większa od 20 o 10 jedności. N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 20? U. Liczba większa od 20 o 1 jedność.

Nauczyciel z prawéj strony 2-u ramek kréśli kropkę i mówi: oto jest wizerunek liczby następującéj po liczbie 20. Liczba ta nazywa się: *dwadzieścia i jeden*, albo (wyraz *i* zwykle się domyśla): *dwadzieścia jeden*. Ponieważ ta liczba ma 2 dziesiątki i oprócz tego 1 jedność, więc wyrażamy ją na piśmie, kładąc na miejscu 2-m cyfrę 2, na 1-m cyfrę 1. Otrzymujemy:

21.

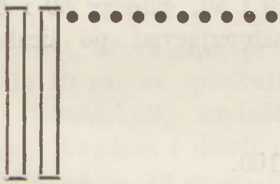
N. Jaka liczba następuje po liczbie 21? U. Liczba większa od niéj o 1 jedność.

Nauczyciel obok dwu ramek i kropki kréśli jeszcze jednę kropkę, mówiąc: jest to wizerunek liczby, następującéj po liczbie 21. Ma ona 2 dziesiątki i oprócz tego 2 jedności. Ta liczba nazywa się d w a d z i e ś c i a d w a; pisze się:

22.

W podobny sposob nauczyciel pokolei rysuje, nazywa i pisze liczby: 23, 24, 25, 26, 27, 28 i 29.

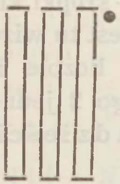
Po narysowaniu i napisaniu liczby 29, nauczyciel zapytuje uczniów: jaka liczba następuje po liczbie 29? U. Liczba większa od 29 o 1 jedność.



Nauczyciel obok wizerunku liczby 29 kréśli 1 kropkę i powiada: widzicie, że liczba, następująca po liczbie 29, ma 2 dziesiątki i 10 jedności; te 10 jedności zmienimy na jeden dziesiątek (nauczyciel ściéra 10 kropek, a na ich miejscu

kréśli ramkę zamkniętą); macie 3 ramki, które przedstawiają znaną już wam liczbę 30. Liczba więc 30 następuje po liczbie 29. Wyliczcie teraz wszystkie liczby pośrednie pomiędzy liczbami 20 i 30. Uczniowie wyliczają. N. Ile ich jest? U. Jest ich 9.

Nauczyciel pod 3-a ramkami kreśli na tablicy 4 ramki i zapytuje uczniów: czy liczba 40 jest następującą po liczbie 30? U. Nie, bo ona jest większa od 30 o 10 jedności, a liczba następująca po 30 powinna być większa od 30 tylko o 1 jedność.



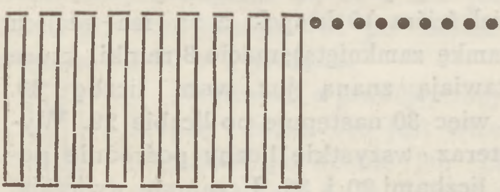
Nauczyciel ściéra 4-ą ramkę, kreśli na jéj miejscu kropkę i mówi: jest to wizerunek liczby, która następuje po liczbie 30. Nazywa się ona **trzydzieści jeden**; pisze się:

31.

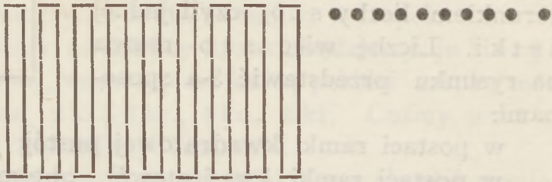
Zapomocą podobnych pogadanek nauczyciel nauczy uczniów rysować, nazywać i pisać liczby: 32, 33, i t. d., 39. Następnie nauczyciel pokaże uczniom, że po 39-u następuje liczba 40, i zaznaczy, że pomiędzy liczbami 30 i 40 jest 9 liczb pośrednich.

Takim samym sposobem nauczyciel zapozna uczniów z liczbami pośrednimi między 40 i 50, między 50 i 60 i t. d., nakoniec z 9 liczbami, następującymi po liczbie 90, t. j. 91, i t. d., 99.

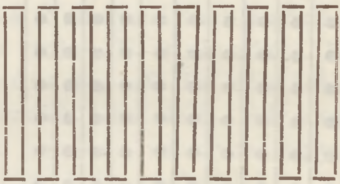
§ 76. Liczba 100.



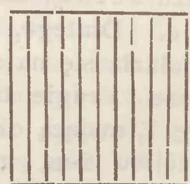
Nauczyciel kréśli na tablicy 9 ramek i obok z prawéj strony 9 kropek. Co wam ten rysunek przedstawia? U. Liczbę 99. N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 99? U. Liczba od niéj większa o 1 jedność.



Nauczyciel obok 9 kropek kréśli jeszcze jednę kropkę i powiada: macie na tablicy wizerunek liczby, która następuje po liczbie 99. Widzicie, że ona ma 9 dziesiątków i 10 jedności; te 10 jedności można zastąpić przez 1 dziesiątek (nauczyciel ściéra 10 kropek i na ich miejscu kréśli ramkę). Otrzymujemy 10 dziesiątków, czyli 10 razy po 10 jedności. Liczba ta nazywa się *sto*.



Przypominacie, że 10 kropek, przedstawiające liczbę 10 jedności, umieszczaliśmy w jednéj ramce podłużnéj, która nam przedstawiała *dziesiątek*; podobnie 10 ramek podłużnych, które przedstawiają nam 10 dziesiątków, umieścimy w jednéj ramce (nauczyciel kreśli kwadrat i dzieli go linjami podłużnymi na 10 części równych). Ponieważ ramka ta ma kształt kwadratu, więc nazywamy ją *ramką kwadratową*. Ramka więc kwadratowa jest wizerunkiem liczby *sto* i przedstawiać nam będzie *setkę*.

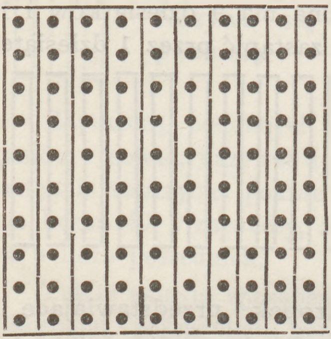


Podspodem nauczyciel rysuje kwadrat takiéj saméj wielkości bez podziałów wewnątrz i mówi: jest to

ramka kwadratowa pusta; w niéj jest domyślnych 10 ramek podłużnych; niech ona będzie również wizerunkiem liczby sto, czyli jednéj setki. Liczbę więc sto można na rysunku przedstawić 3-a sposobami:

w postaci ramki kwadratowéj pustéj;

w postaci ramki kwadratowéj, obejmującéj 10 ramek podłużnych, które nazwaliśmy zamkniętymi;



w postaci ramki kwadratowéj, obejmującéj 10 ramek podłużnych, które nazwaliśmy otwartymi.

Wiecie, że liczba jedna jedność oznacza się cyfrą 1, zajmującą miejsce piérwsze; liczba jeden dziesiątek oznacza się: 1 dz., albo cyfrą 1 zajmującą miejsce drugie. Otóż, i liczba jedna setka będzie również oznaczana 2-a sposobami: albo 1 s. (gdzie litera *s* jest skróceniem wyrazu setka), albotéż cyfrą 1 zajmującą miejsce trzecie. Dlatego, żeby cyfra 1, mająca oznaczać sto, znalazła się na miejscu 3-m, trzeba zająć miejsca piérwsze i drugie, trzeba coś na nich postawić. Gdy cyfrę 1, mającą oznaczać dziesiątek, chcemy postawić na miejscu 2-m, to zapomocą jakiéj cyfry zapełniamy miejsce piérwsze? U. Zapomocą cyfry zero. N. Otóż taksamo, aby cyfra 1, mająca oznaczać sto, znalazła się na miejscu 3-m, zapełnimy miejsca piérwsze i drugie, pisząc na nich zera, i liczbę sto tak napiszemy:

100.

§ 77. DODAWANIE.

● ● ● ● ● Nauczyciel kréśli na tablicy 5 kropek.

N. Mamy na tablicy kropki, będziemy je liczyli.

Nauczyciel, wskazując na każdą pokolei kropkę mówi: jedna kropka, 2 kr., 3 kr., 4 kr., 5 kr. Cośmy teraz robili? U. Liczyliśmy kropki.

Nauczyciel bierze niewięcéj jak 20 np. obsadek uczniowskich, i trzymając w ręce, pokazuje je uczniom. Co mam w ręce? U. Obsadki.

Nauczyciel kładzie na stole jednę z tych obsadek. Co leży na stole? U. Jedna obsadka. Nauczyciel obok kładzie 2-ą obsadkę. Co teraz leży na stole? U. 2 obsadki. Nauczyciel obok dwu obsadek kładzie 3-ą. N. Ile obsadek teraz leży na stole? U. 3 obsadki. I tak daléj. Gdy wszystkie obsadki będą już na stole położone, nauczyciel zapytuje: Coście teraz robili? U. Liczyliśmy obsadki.

N. Wszystko, co człowiek robi, nazywa się jego robotą, albo czynnością. Szewc szyje obuwie, więc szycie obuwia jest czynnością szewca. Introligator oprawia książki, więc oprawianie książek jest czynnością introligatora. Rolnik orze pole; co więc jest czynnością rolnika? U. Oranie. N. Stolarz hebluje deskę; co jest czynnością stolarza? U. Heblowanie. N. Staś czyta książkę; co jest czynnością Stasia? U. Czytanie. N. Zosia pisze, co jest czynnością Zosi? U. Pisanie. N. Liczyliśmy naprzód kropki, a późniéj obsadki; jaką więc odbywaliśmy czynność? U. Liczenie.

● ● ● ● ● | ● ● ● ● Nauczyciel po 5 kropkach prowadzi kréskę i kréśli z prawéj strony téj kréski jeszcze 4 kropki. Co macie po prawéj stronie kréski?

U. 4 kropki. N. Macie więc na tablicy 2 liczby: 5 kr. i 4 kr., oddzielone od siebie kréską.

Nauczyciel ściéra kréskę, oddzielającą te liczby. N. Będziemy liczyli teraz wszystkie kropki na tablicy. Nauczyciel kawałkiem papiéru, trzymanym w ręce, zakrywa 4 kropki, które były uprzednio po prawéj stronie kréski. Ile widzicie kropek? U. 5 kropek. Nauczyciel, odsłaniając piérwszą kropkę, będącą na tablicy z prawéj strony 5-u kropek, czyli 6-ą kropkę, zapytuje: teraz ile widzicie kropek? U. 6 kropek. N. Dlaczego? U. Bo 5 kr. i 1 kr. jest 6 kr. N. Zapiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie piszą:

$$5 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 6 \text{ kr.}$$

Nauczyciel, odsłaniając 7-ą kropkę, znowu zapytuje uczniów: a teraz ile widzicie kropek? U. 7 kropek. N. Dlaczego? U. Bo 6 kr. i 1 kr. jest 7 kr. N. Zapiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie pod napisanym wzorem piszą 2-i wzór:

$$6 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 7 \text{ kr.}$$

Daléj nauczyciel pokolei odsłania 8-ą i 9-ą kropkę; uczniowie na zapytania nauczyciela: ile widzą kropek, odpowiadają i zapisują wzory:

$$7 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 8 \text{ kr.}, \quad 8 \text{ kr.} + 1 \text{ k.} = 9 \text{ kr.}$$

N. Mieliście 2 liczby: 5 kr. i 4 kr., oddzielone od siebie kréską; po starciu kréski z tych dwu liczb powstała jedna. Żeby wiedzieć, ile ta ostatnia liczba ma kropek, nie mieliście potrzeby rozpoczynać liczenia od piérwszéj kropki, ale dostateczne było do 5-u kropek d o l i c z y ć tylko pokolei, jednę po drugiéj, wszystkie kropki liczby 4. Czynność, któréj dokonaliście, nazywa się: d o l i c z a n i e m, albo: d o d a w a n i e m. Wyraz c z y n n o ś ć zastąpimy wyrazem d z i a ł a n i e, używanym zawsze w nauce rachunków. Więc:

Dodawanie jestto działanie, zapomocą którego do jednéj danéj liczby doliczamy wszystkie jedności 2-éj liczby danéj.

Do liczby 5 kropek dodaliśmy liczbę 4 kropki: otrzymaliśmy liczbę 9 kr. Więc 5 kr. i 4 kr. razem jest 9 kropek. Nauczyciel pisze na tablicy:

5 kr. + 4 kr. = 9 kr.

N. Czy znacie ten wzór? U. Znamy. N. Przy jakiéj liczbie poznaliście go? U. Przy liczbie 9. N. Jakim sposobem wówczas ten wzór otrzymaliście? U. Nakréśliliśmy liczbę 9 kropek i położyliśmy kréskę między kropkami 5-ą i 6-ą. N. To znaczy, że wtedy liczbę 9 kr. rozłożyliście na 2 części: 5 kr. i 4 kr. Teraz zaś nakréśliłem wam 2 liczby: 5 kr. i 4 kr., oddzielone od siebie kréską; po starciu kréski te 2 liczby połączyły się w jednę liczbę: 9 kr. Widzicie, że liczby: 5 kr. i 4 kr. są częściami liczby 9 kr., które połączyliśmy w jednę całość zapomocą dodawania.

N. Liczba 9 kr., która nam wypadła po dodaniu do siebie liczb: 4 kr. i 5 kr., jest wypadkiem dodawania i nazywa się: sumą. Liczby zaś: 4 kr. i 5 kr., z których powstała suma 9 kr., są częściami sumy i nazywają się: składnikami téj sumy. Znak +, który nazwaliśmy: więcéj, albo: i, jest znakiem dodawania. Pisze się go między składnikami sumy.

§ 78. Zadanie na dodawanie.

N. W mieszkaniu na ścianach dwu pokojów wiszą portrety sławnych ludzi. W jednym pokoju jest 8 p., a w drugim 6 p. Ile portretów jest w mieszkaniu?

Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co macie znaléść? U. Liczbę portretów, będących w mieszkaniu. N. Ta liczba portretów z ilu się składa części i jakieto są części? U. Ta liczba portretów składa się z dwu części: z liczby 8 portretów, które są w jednym pokoju, i z liczby 6 portretów, będących w drugim pokoju. N. Rozumiecie sami dobrze, że, dla rozwiązania zadania, należy do portretów, będących w jednym pokoju, doliczyć jeden po drugim wszystkie portrety, które są w drugim pokoju. Jakiego więc działania macie dokonać? U. Dodawania. N. To znaczy, że macie znaléść sumę. Jakież liczby są składnikami téj sumy? U. 8 p. i 6 p.

Nauczyciel pisze na tablicy: 8 p. + 6 p. = ? p. i wskazując na znak ? dodaje: znak ten nazywa się znakiem zapytania. Wzór ten tak przeczytacie: jeżeli do liczby: 8 portretów dodamy liczbę: 6 portretów, to jaka wypadnie liczba portretów? Albo: jeżeli jeden składnik sumy jest 8 p., a 2-i składnik jest 6 p., to jaka jest suma?

Nauczyciel każe uczniom do liczby 8 p. doliczać po jednéj wszystkie jednostki liczby 6 p. i za każdym razem zapisuje odpowiednie wzory:

8 p. + 1 p. = 9 p.	11 p. + 1 p. = 12 p.
9 p. + 1 p. = 10 p.	12 p. + 1 p. = 13 p.
10 p. + 1 p. = 11 p.	13 p. + 1 p. = 14 p.

N. Co więc można napisać we wzorze: 8 p. + 6 p. = ? p., zamiast znaku zapytania? U. Liczbę 14 p.

Nauczyciel ściéra ?, a na jego miejscu pisze: 14 p.; powstaje stąd wzór:

8 p. + 6 p. = 14 p.

Nauczyciel porównywa ten wzór z odpowiednim wzorem, wyprowadzonym przy rozkładaniu liczby 14 na części nierówne, sprawdza, że one są takie same, i przypomina uczniom, jakimi drogami doszło się tu i tam do jednakowego wypadku. Wreszcie, wracając do zadania, zapytuje:

N. Ileż więc jest portretów w mieszkaniu? U. 14 portretów.

§ 78.

Uczniowie na żądanie nauczyciela powtarzają zadanie poprzedzającego paragrafu. Nauczyciel w tym zadaniu powiększa 2-gi składnik.

N. Jeżeli w 2-m pokoju, zamiast 6 p., jest np. 27 portretów, to jak rozwiążecie zadanie? U. Potrzeba do 8 p., wiszących w piérwszym pokoju, doliczyć po jednéj wszystkie jednostki liczby 27 p. N. Takie doliczanie po 1 jednostce wymagałoby wiele czasu, gdyż składnik: 27 p., który dodajemy, ma wiele jednostek. Otóż, nauczę was teraz wykonywać dodawanie tak, żebyście tracili na nie jaknajmniéj czasu.

W celu podania sposobów wykonywania pamięciowego dodawania w obszarze liczb, poznanych dotąd przez uczniów, nauczyciel rozłoży naukę tego działania na kilka przypadków, i zacznie od najprostszego z nich, mianowicie:

a) Dwa składniki jednocyfrowe, suma nie większa od 10.

Wzory.

1+1= 2	2+1= 3	3+1= 4	i t. d.	8+1= 9	9+1=10
1+2= 3	2+2= 4	3+2= 5		8+2=10	
1+3= 4	2+3= 5	i t. d.			
1+4= 5	i t. d.	3+7=10			
i t. d.	2+8=10				
1+9=10					

Dodawanie to będzie dla uczniów przypomnieniem rozkładania na części liczb piérwszego dziesiątka. Przy układaniu tych wzorów można prowadzić pogadankę w sposób następujący. Przypuśćmy, że mają być układane wzory sum, których piérwszym składnikiem jest liczba 4.

Nauczyciel pisze na tablicy: $4 + 1 = ?$

N. Przeczytajcie ten wzór. U. Znaléść sumę, któréj jeden składnik jest 4, a 2-i 1. N. Co trzeba zrobić? U. Trzeba do 4-ch jedności doliczyć 1. N. Doliczcie. U. 4 i 1 jest 5. Nauczyciel we wzorze ściéra ?, a na tym miejscu pisze cyfrę 5; otrzymuje więc wzór $4 + 1 = 5$. Nauczyciel pod tym wzorem pisze:

$$4 + 2 = ?$$

N. Ile jedności ma 2-i składnik? U. 2 składnik ma 2 jedności. N. Więc dla znalezienia sumy potrzeba do 4-ch jedności doliczyć 1, a następnie jeszcze 1.

Uczniowie doliczają: 4 i 1 jest 5, 5 i 1 jest 6. Nauczyciel w ostatnim wzorze na miejscu ? pisze cyfrę 6.

Nauczyciel pisze $4 + 3 = ?$

N. Ile jedności ma 2-i składnik? U. 3 jedności. N. Wiecie, że 3 jestto 2 i 1; jak więc znajdziecie sumę? U. 4 i 2 jest 6; 6 i 1 jest 7.

Nauczyciel w ostatnim wzorze zamiast ? pisze 7. I t. d.

Nakoniec nauczyciel pisze na tablicy $4+6=?$. Uczniowie składnik 6 rozkładają na 2 części: 5 i 1, i do liczby 4 dodają naprzód 5, a następnie 1, skąd powstaje wzór: $4 + 6 = 10$.

Przy układaniu powyższéj tablicy sum, można powoływać się na sposoby rysunkowe, używane przy nauce liczb piérwszego dziesiątka.

Nauczyciel pisze na tablicy: $4 + 5 = ?$

N. Przeczytajcie, co jest na tablicy. U. Znaléść sumę, któréj jeden składnik jest 4, a 2-i 5.

●●●●|●●●●● Nauczyciel kréśli na tablicy 4 kropki, kréskę i po krésce 5 kropek.

N. 4 kropki przed kréską są wizerunkiem piérwszego składnika, a 5 kropek po krésce przedstawiają 2-i składnik.

Nauczyciel ściéra kréskę, a uczniowie, zliczywszy kropki, dowiadują się, że 4 + 5 = 9.

§ 79. *b*. Dwa składniki są dziesiątkami, suma nie większa od 100.

Ten przypadek jest powtórzeniem przypadku poprzedzającego, z tą tylko różnicą, że tu we wszystkich wzorach każda liczba jedności jest zastąpiona przez tę samę liczbę dziesiątków.

Wzory.

1 dz. + 1 dz. = 2 dz.	2 d. + 1 d. = 3 d.	i t. d.	9 d. + 1 dz. = 10 dz.
1 dz. + 2 dz. = 3 dz.	2 d. + 2 d. = 4 d.		
1 dz. + 3 dz. = 4 dz.	i t. d.		
i t. d.	2 d. + 8 d. = 10 d.		
1 dz. + 9 dz. = 10 dz.			

Układanie tych wzorów może się odbywać przy pogadankach, jakich przykład tutaj podajemy.

Przypuśćmy, że nauczyciel ma wyprowadzić wzór: 6 dz. + 4 dz. = 10 dz. W tym celu pisze naprzód na tablicy wzór odpowiedni, wzięty z poprzedzającego przypadku, mianowicie 6 + 4 = 10.

N. Przeczytajcie ten wzór. U. 6 jedności i 4 jedności jest 10 jedności. N. Wiecie, że każda jedność tych liczb może odpowiadać jakiéjkolwiek jednostce. Jeżeli jednostką jest 1 dziesiątek, to jak ten wzór napiszecie? Uczniowie piszą:

6 dz. + 4 dz. = 10 dz.

N. Wiecie, że 10 dz. = 1 s. (litera *s* oznacza setkę), więc jak ten wzór można jeszcze napisać?

Uczniowie piszą: 6 dz. + 4 dz. = 1 s.

N. Wiecie, że:

liczba 6 dz. ma jedności 60,
„ 4 dz. „ „ 40,
„ 1 s. „ „ 100;

więc napiszcie ten wzór jeszcze inaczéj.

Uczniowie piszą: 60 + 40 = 100.

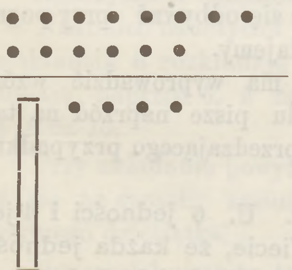
Wszystkie powyżéj przytoczone wzory uczniowie powinni przepisać, pisząc wszędzie liczby: 10, 20, 30, 40, i t. d., 100 zamiast: 1 dz., 2 dz., 3 dz., 4 dz., i t. d., 10 dz.

§ 80. *c.* Dwa składniki jednocyfrowe, suma większa od 10.

Nauczyciel pisze na tablicy np. 8 + 6 = ?

N. Przeczytajcie, co jest na tablicy? U. Znaléść sumę dwu składników: 8 i 6.

Nauczyciel kréśli na tablicy w jednym rzędzie 8 kropek, w 2-m 6 kropek i pod tymi rzędami prowadzi długą kréskę.



N. Wszystkie 8 kropek piérwszego rzędu i 2 kropki z drugiego rzędu tworzą razem 10 kropek, czyli 1 dz. Nauczyciel ściéra te 10 kropek i zamiast nich rysuje pod kréską ramkę podłużną.

N. Pozostały 4 kropki, które umieścimy obok ramki. Nauczyciel ściéra pozostałe w 2-m rzędzie 4 kropki, a zamiast nich kréśli 4 kr. obok ramki.

N. Oto jest wizerunek sumy szukanéj. Ponieważ suma ta jest liczbą 14, więc: $8 + 6 = 14$.

Ten sam przykład dodawania można zrobić pamięciowo bez pomocy rysunku sposobem następującym. Nauczyciel znowu pisze na tablicy wzór: $8 + 6 = ?$

N. Jaki jest piérwszy składnik? U. 8 jedności. N. Co trzeba dodać do liczby 8, żeby miéć 10 jedności? U. 2 jedności. N. Rozłóżcie 2-i składnik 6 na takie dwie części, żeby jedna miała 2 jedności, i powiedzcie, jaka jest każda część? U. 2 jedności i 4 jedności. N. Do składnika 8 dodajcie naprzód 2 jedności. U. 8 i 2 jest 10. N. Do tych 10-u jedności dodajcie pozostałe 4 jedności. U. 10 i 4 jest 14 jedności. N. Ile więc otrzymamy, jeżeli do 8 dodamy 6? U. 14 jedności. N. Napiszcie to. Uczniowie piszą: $8 + 6 = 14$.

Po wyprowadzeniu wszystkich wzorów, należących do tego przypadku dodawania, utworzy się z nich tablica następująca:

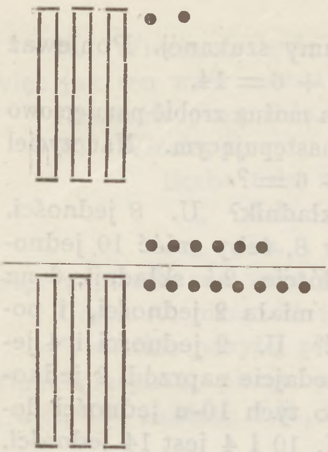
$2 + 9 = 11$	$3 + 8 = 11$	$4 + 7 = 11$	i t. d.	$9 + 2 = 11$
	$3 + 9 = 12$	$4 + 8 = 12$		$9 + 3 = 12$
		$4 + 9 = 13$		$9 + 4 = 13$
				i t. d.
				$9 + 9 = 18$

§ 81. *d.* Dwa składniki: dwucyfrowy i jednocyfrowy.

Nauczyciel pisze na tablicy naprzykład: $32 + 6 = ?$

Uczniowie czytają: znaléść sumę, któréj składnikami są liczby 32 i 6.

Nauczyciel rysuje jeden pod drugim te dwa składniki i podkréśla je.



N. Jeden składnik ma 3 dziesiątki, 2-i składnik niéma dziesiątków; więc w sumie są 3 dziesiątki.

Nauczyciel ściéra 3 ramki, a zamiast nich kréśli 3 ramki pod kréską.

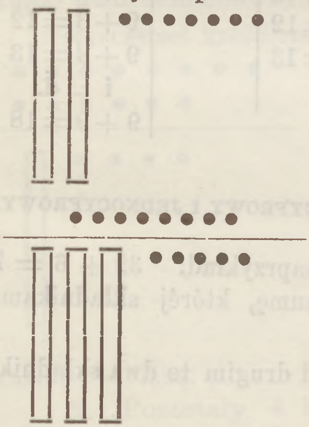
N. Jeden składnik ma 2 jedności, 2-i składnik ma 6 jedności; więc w sumie jest 8 jedności.

Nauczyciel ściéra wszystkie kropki będące nad kréską, i zamiast nich pod kréską kréśli 8 kropek z prawéj strony ramek.

N. Oto jest wizerunek szukanéj sumy, więc: $32 + 6 = 38$.

Uczniowie powtarzają ten przykład dwa razy: na figurze i pamięciowo bez pomocy figury.

Nauczyciel pisze na tablicy: $27 + 8 = ?$



Uczniowie czytają: znaléść sumę, któréj składnikami są liczby: 27 i 8.

Nauczyciel kréśli składniki jeden pod drugim i podkréśla je.

N. Jaki jest piérwszy składnik? U. Liczba 27. N. Co trzeba dodać do 7, żeby w sumie mieć 10? U. 3 jedności. N. A jeżeli do piérwszego składnika dodacie 3 jedności, co otrzymacie? U. 2 dziesiątki i 10 jedności. N. 10 jedności jestto 1 dziesiątek; więc 2 dziesiątki i 10 jedności jest razem 3 dziesiątki.

Nauczyciel ściéra piérwszy składnik i 3 kropki 2-go składnika, a zamiast tego pod kréską kréśli 3 ramki podłużne.

N. Ile jeszcze jedności pozostało do dodania? U. 5 jedności. N. Dodajmy i te 5 jedności. Nauczyciel ściéra pozostałe nad kréską 5 kropek; a zamiast nich kréśli pod kréską z prawéj strony ramek 5 kropek.

N. Jaką macie liczbę na tablicy? U. 35 jedności. N. Otóż, ta liczba jest sumą składników: 27 i 8; a więc:

$$27 + 8 = 35.$$

N. Powiedzcie teraz, jak do 27 dodaliście 8. U. Rozłożyliśmy składnik 8 na 2 części: 3 i 5, i dodaliśmy do 27 naprzód 3, a późniéj 5.

Nauczyciel pisze na tablicy: $14 + 9 = ?$

N. Na jakie części rozłożycie składnik 9, żeby go dodać do składnika 14? U. Na 6 i 3. N. Dodajcie teraz. U. 14 i 6 jest 20, 20 i 3 jest 23. N. Co więc można we wzorze, który mamy na tablicy, napisać zamiast znaku zapytania? U. Liczbę 23. Nauczyciel ściéra znak ?, a na jego miejscu pisze liczbę 23: $14 + 9 = 23$.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:
$18 + 6 = ?$, $26 + 8 = ?$, $36 + 9 = ?$, $55 + 7 = ?$ i t. d. Uczniowie wynajdują odpowiednie sumy i piszą je na miejscu znaku ?.

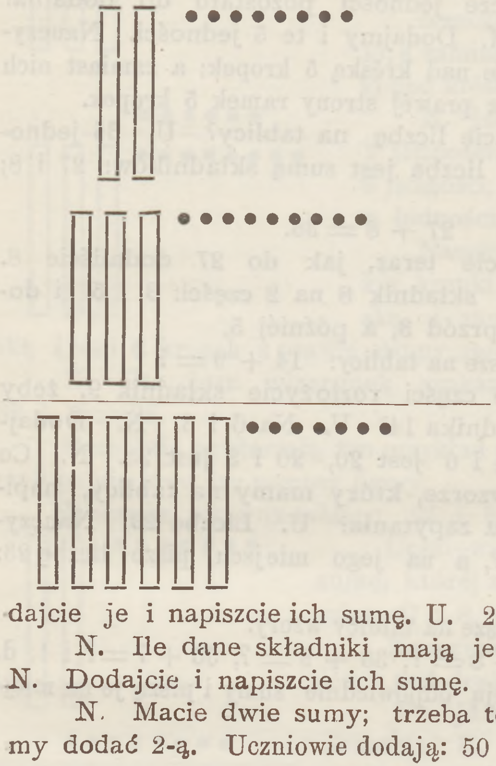
§ 82. *e.* Dwa składniki dwucyfrowe.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór:

$$28 + 39 = ?$$

i rysuje te składniki jeden po drugim, podkréślając je.

N. 2 dz. piérwszego składnika i 3 dz. 2-go składnika razem jest 5 dz. Nauczyciel ściéra ramki będące nad kréską, a zamiast nich kréśli 5 ramek pod kréską. N. 8 jedności piérwszego składnika i 9 jedności 2-go składnika jest razem 17 jedności, czyli 1 dz. i 7 jedności.



Nauczyciel ściéra kropki nad kréską, a natomiast kréśli pod kréską jeszcze jednę ramkę i 7 kropek. N. Więc $28 + 39 = 67$.

N. Sumę tę można znaléść i bez pomocy rysunku. Ile dane składniki mają dziesiątków? U. Piérwszy składnik ma 2 dz., a 2-gi 3 dz. N. Dodajcie je i napiszcie ich sumę. U. $20 + 30 = 50$.

N. Ile dane składniki mają jedności? U. 8 i 9. N. Dodajcie i napiszcie ich sumę. U. $8 + 9 = 17$.

N. Macie dwie sumy; trzeba teraz do jednéj sumy dodać 2-ą. Uczniowie dodają: 50 i 10 jest 60; 60 i 7 jest 67; więc $28 + 39 = 67$.

Nauczyciel pisze na tablicy: $48 + 36 = ?$ N. Znajdźcie sumę bez pomocy rysunku. Uczniowie dodają: $40 + 30 = 70$, $8 + 6 = 14$, $70 + 14 = 84$; więc: $48 + 36 = 84$.

Zadania. $27 + 19 = ?$, $35 + 49 = ?$, $56 + 18 = ?$, $73 + 17 = ?$ i t. d.

§ 83. *f*. Jakakolwiek liczba składników.

N. Służąca postawiła na stole 2 talérze z jabłkami; na jednym talérzu jest 7 jabłek, a na drugim 5j. Ile jest jabłek na stole? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co macie znaléść? U. Liczbę wszystkich jabłek na stole. N. Z ilu części składa się ta liczba? U. Z dwu części. N. Z jakich części? U. 7 jabłek i 5j. N. Żeby znaléść ilość wszystkich jabłek, potrzeba te części połączyć w jednę całość, to jest potrzeba do 7 jabłek d o d a ć 5j. Nauczyciel pisze na tablicy: 7j. + 5j. = 12j.

N. Służąca stawia na stole 3-i talérz z 9-u jabłkami. Z ilu części składa się teraz liczba jabłek na stole? U. Z 3-ch części. N. Jakieto są części? U. 7j, 5j., i 9j. N. Wiecie już, że na dwu talérzach jest jabłek 12; jak się dowiecie, ile teraz jest wszystkich jabłek? U. Do 12j. dodamy 9j. Uczniowie dodają, nauczyciel pisze na tablicy: 12j. + 9j. = 21j. N. Liczba 21j. powstała z połączenia 3-ch części w jednę całość; to jest: liczba 21j. jest s u m ą 3-ch s k ł a d n i k ó w. Nauczyciel pisze na tablicy:

7j. + 5j. + 9j. = 21j.

N. Jak znaleźliście tę sumę? U. Do 7j. dodaliśmy 5j.; otrzymaliśmy 12j.; a następnie do 12j. dodaliśmy jeszcze 9j.

N. Służąca stawia na stole 4-ty talérz z 8-u jabłkami. Z ilu części składa się obecnie liczba jabłek? U. Z 4-ch części. N. Więc liczba jabłek, leżących obecnie na stole, jest s u m ą 4-ch s k ł a d n i k ó w. Nauczyciel pisze na tablicy:

7j. + 5j. + 9j. + 8j. = ?

N. Już wiecie, jaka jest suma trzech piérwszych składników; jak więc znajdziecie sumę tych cztérech składników? U. Do liczby 21 j. dodamy 8 j. Uczniowie piszą: 21 j. + 8 j. = 29 j. N. A więc suma tych cztérech składników jest 29 j. Nauczyciel ściéra znak zapytania, i natomiast pisze 29 j.; powstaje przeto wzór:

7 j. + 5 j. + 9 j. + 8 j. = 29 j.

N. Staś przez 5 miesięcy zbiérał piéniądze na kupienie książki: «Bajki Krasickiego», która mu się bardzo podobała. W piérwszym miesiącu zebrał 23 grosze, w 2-m 18 gr., w 3-m 27 gr., w 4-m 19 gr., i nakoniec w 5-ym 13 groszy. Ile Staś zapłacił za tę książkę? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Czego się macie dowiedziéć? U. Ile kosztuje ta książka. N. To znaczy, że macie znaléść liczbę groszy, które Staś zapłacił za książkę. Z ilu części składa się ta liczba? U. Z 5-u części. N. Więc ta liczba jest sumą 5-u składników. Nauczyciel pisze na tablicy:

23 gr. + 18 gr. + 27 gr. + 19 gr. + 13 gr. = ?

Uczniowie dodają, pisząc jednocześnie odpowiednie wzory:

23 gr. + 18 gr. = 41 gr., 41 gr. + 27 gr. = 68 gr.,
68 gr. + 19 gr. = 87 gr., 87 gr. + 13 gr. = 100 gr.

Nauczyciel we wzorze napisanym poprzednio ściéra znak ?, a natomiast pisze liczbę: 100 gr.

N. Pokażę wam teraz, jak można inaczéj znaléść tę sumę. Oto, dodamy naprzód dziesiątki wszystkich składników. Nauczyciel pisze:

2 dz. + 1 dz. + 2 dz. + 1 dz. + 1 dz. = 7 dz,

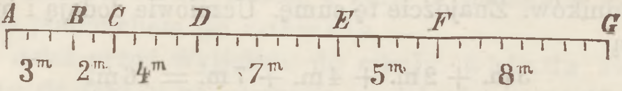
albo inaczéj:

20 + 10 + 20 + 10 + 10 = 70.

Dodamy teraz jedności wszystkich składników: Nauczyciel pisze niżéj: 3 + 8 + 7 + 9 + 3 = 30.

N. Nakoniec sumę jedności dodamy do sumy dziesiątków: Nauczyciel pisze: 70 + 30 = 100.

Nauczyciel kréśli na tablicy liniją prostą i dzieli ją kréskami na 29 części równych.



N. Macie na tablicy liniją podzieloną na 29 części równych, niech linija ta przedstawia długość drogi żelaznéj, a każda część téj linii oznacza milę. Długość więc téj drogi wynosi 29 mil.

Nauczyciel przedłuża trochę kréski: 1-ą, 4-ą, 6-ą, 10-ą, 17-ą, 22-ą i 30-ą. N. Te dłuższe kréski oznaczają miasta, położone przy téj drodze żelaznéj. Miasta te nazywają się: A, B, C, D, E, F i G. Nauczyciel pisze te litery nad przedłużonymi kréskami. Odległość miast A i B jest 3 mile, B i C jest 2 m., C i D jest 4 m., D i E jest 7 m., E i F jest 5 m., F i G jest 8 m. Nauczyciel pisze pod linią między kréskami 1-ą i 4-ą liczbę 3 m., między kréskami 4-ą i 6-ą liczbę 2 m. i t. d., nakoniec między kréskami 22-ą i 30-ą liczbę 8 m.

Urzędnik téj drogi był posyłany za interesami służbowymi: naprzód z miasta A do miasta E, późniéj z E do B, następnie z B do G i nakoniec z G powrócił do A. Ile mil drogi on zrobił podczas tych wszystkich przejazdów? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Z ilu części składa się droga, którą zrobił ten urzędnik drogi żelaznéj? U. Z 4-ch części. N. A więc ta droga jest sumą 4-ch składników. Czy te składniki są już wiadome. U. Nie. N. Więc co trzeba, dla rozwiązania tego zadania, naprzód znaléść? U. Każdy z tych 4-ch składników.

N. Co przedstawia piérwszy składnik? U. Piérwszy składnik przedstawia drogę od A do E. N. Z ilu części składa się ta droga i jakie są te części? U. Droga od A do E składa się z 4-ch części: 3 m., 2 m., 4 m. i 7 m. N. Więc droga od A do E jest sumą 4-ch składników. Znajdźcie tę sumę. Uczniowie dodają i otrzymują:

$$3\,m. + 2\,m. + 4\,m. + 7\,m. = 16\,m.$$

Podobnie uczniowie znajdą że:
droga od E do B jest: 7 m.+4 m.+2 m.=13m.
droga od B do G jest: 2 m.+4 m.+7 m.+5 m.+8 m.=26m.
droga z G do A jest: 8m.+5m.+7m.+4m.+2 m.+3 m.=29m.

N. Otrzymaliście 4 sumy: 16 m., 13 m., 26 m. i 29 m. Co oznaczają te sumy? U. Oznaczają części drogi, którą urzędnik zrobił podczas wszystkich przejazdów. N. Połączcie te części w jednę całość. Uczniowie dodają:

$$16\,m. + 13\,m. + 26\,m. + 29\,m. = 84\,m.$$

N. Ile więc mil drogi zrobił ów urzędnik drogi żelaznéj? U. 84 mile.

§ 85. O czynnościach względem siebie odwrotnych. Odejmowanie.

N. Staś pisze swoje nazwisko na tablicy, a późniéj je ściéra. Jakie tu wyrazy oznaczają to, co Staś robi? U. Wyrazy: pisze i ściéra. N. To, co Staś robi, czyli wykonywa, jest jego czynnością; więc Staś wykonywa dwie czynności; pisanie i ściéranie. Po piérwszéj czynności znalazło się na tablicy nazwisko Stasia, po drugiéj czynności ono zniknęło z tablicy; druga czynność zniweczyła to, czego piérwsza dokonała. Otóż, o tych dwu czynnościach powiadamy, że one są: jedna względem drugiéj *odwrotne*, albo: wprost przeciwne sobie.

Podobnie nauczyciel zwróci uwagę uczniów na czynności odwrotne względem siebie w przykładach następujących:

Karolek *buduje* dom z kart, a następnie za jednym podmuchem go *rozwala*.

Adaś przed wyjściem do szkoły *wkłada* swoje kajety do teki, a po powrocie *wykłada* je z teki.

Stefuś, wchodząc do pokoju, *otwiéra* drzwi, lecz zaraz je za sobą *zamyka*.

Zosia, idąc do szkoły, *oddala się* od domu, w którym mieszka, a powracając, *zbliża się* do niego.

Na wiosnę dni *powiększają się*, a w jesieni one *się zmniejszają*. I t. d.

• • • • | • • •

Nauczyciel kréśli na tablicy jakąkolwiek liczbę kropek, naprzykład 4 kropki i po nich kréskę. N. Co jest na tablicy? U. 4 kropki i kréska. Nauczyciel po krésce rysuje 5-ą kropkę. N. Teraz ile jest kropek? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: 4 kr. + 1 kr. = 5 kr. Nauczyciel kréśli 6-ą kropkę. A teraz ile jest kropek? Uczniowie odpowiadają i piszą: 5 kr. + 1 kr. = 6 kr. Nauczyciel kréśli 7-ą kropkę. Ile teraz jest kropek? Uczniowie odpowiadają i piszą: 6 kr. + 1 kr. = 7. N. Gdy kréśliłem kropki po krésce, wy jednocześnie wykonywaliście działanie; jakie? U. *Doliczanie* czyli *dodawanie*.

Nauczyciel ściéra 7-ą kropkę. Było 7 kropek, starłem 1 kropkę, ile kropek pozostało na tablicy? Uczniowie odpowiadają, pisząc wzór: 7 k. — 1 kr. = 6 kr. Nauczyciel ściéra 6-ą, a następnie 5-ą kropkę. Na odpowiednie zapytania nauczyciela uczniowie odpowiadają i piszą wzory:

6 kr. — 1 kr. = 5 kr., 5 kr. — 1 kr. = 4 k.

N. Gdy ściérałem kropki, położone po krésce, wyście wykonywali działanie, odwrotne doliczaniu. Działanie to nazywa się *odliczaniem*, albo *odejmowa-*

niem. Tu od 7-u kropek odliczyliśmy, czyli odjęliśmy 3 kropki. Więc:

Odejmowanie jestto działanie, zapomocą którego od jednéj liczby danéj odliczamy tyle jedności, ile ich jest w drugiéj liczbie danéj.

Piérwsza z tych liczb nazywa się odjemną, druga zaś nazywa się odjemnikiem; odjemną tu była liczba 7 kropek, odjemnikiem 3 kropki. A więc w odejmowaniu odliczamy od odjemnéj tyle jedności, ile ich jest w odjemniku. Pozostała liczba jedności nazywa się resztą, albo różnicą. Znak — który nazwaliśmy bez albo mniéj — jest znakiem odejmowania; przed nim pisze się odjemna, a po nim odjemnik. Napiszemy więc nasze odejmowanie:

7 kr. — 3 kr. = 4 kr.;

tu liczba 4 kropki jest resztą, albo różnicą.

§ 86.

W obszarze liczb, poznanym dotąd przez uczniów, naukę odejmowania można rozłożyć na następujące przypadki:

a. Odjemna nie większa od 10, odjemnik jednocyfrowy.

Wzory.

2—1=1					
3—1=2	3—2=1				
4—1=3	4—2=2	4—3=1			
5—1=4	5—2=3	5—3=2			
i t. d.	i t. d.	i t. d.		9—8=1	
10—1=9	10—2=8	10—3=7	i t. d.	10—8=2	10—9=1

Wzory, umieszczone w piérwszéj kolumnie, są głównymi, gdyż z nich wynikają pozostałe.

Nauczyciel pisze na tablicy: 10 — 7 = ?

Uczniowie czytają: dowiedzieć się, ile jest 10 bez 7. N. Przeczytajcie to inaczéj. U. Od 10 odjąć 7. N. Będziemy odliczali po 1 jedności. N. Odliczajcie więc. U. $10 - 1 = 9$, $9 - 1 = 8$, i t. d. $4 - 1 = 3$.

N. Ile razy od 10 odjęliście po 1? U. 7 razy. N. Co pozostało? U. 3 jedności. Nauczyciel ściéra we wzorze znak zapytania i mówi: więc $10 - 7 = 3$.

Wzory tu wyszczególnione mogą być zastosowane i wtedy, kiedy odjemna i odjemnik są złożone z samych dziesiątków. Np. Nauczyciel pisze na tablicy: $70 - 30 = ?$

Uczniowie czytają: od 70 odjąć 30. N. Co to jest 70? U. Jestto 7 dziesiątków. Nauczyciel pisze na tablicy: 70 = 7 dz. N. Co to jest 30? U. Jestto 3 dziesiątki. Nauczyciel pisze 30 = 3 dz. i pod wzorem 70 — 30 = ? podpisuje wzór 7 dz.—3 dz. = ? N. Jeżeli od 7 jakichkolwiek jednostek (7 jabłek, 7 rubli, 7 funtów i t. d.) odejmiemy 3 takież jednostki, to pozostaną 4 takie same jednostki. W tym przykładzie odejmowania jednostkami odjemnéj i odjemnika są d z i e s i ą t k i, więc reszta 4 również oznacza dziesiątki. Nauczyciel we wzorze 7 dz. — 3 dz. = ? ściéra znak ?, a na jego miejscu pisze 4 dz. Stąd powstaje wzór: 7 dz. — 3 dz. = 4 dz. N. W tym wzorze zamiast 7 dz., 3 dz., 4 dz., można napisać: 70, 30, 40. Więc: $70 - 30 = 40$.

N. Czy można sprawdzić ten wzór na rysunku? U. Można. N. W jaki sposób? Uczniowie kréślą 7 ramek podłużnych, odliczają od prawéj ręki 3 ramki i przed nimi prowadzą kréskę.

§ 87. *b*. Odjemnik jest mniejszy od 10, lub składa się z dziesiątków.

N. Oleś za ołówek i książkę zapłacił 38 kopiéjek. Ołówek kosztuje 3 kop. Ile kosztuje książka?

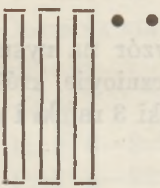
Uczniowie powtarzają zadanie. N. Z ilu części składa się tu liczba 38 kop. i co oznacza każda część? U. Z dwu części: jedna część oznacza cenę ołówka, a druga cenę książki. N. Jeżeli od całości, złożonéj z dwu części, odejmiemy jednę, to pozostanie druga część; jak więc znajdziecie cenę książki? U. Trzeba od 38 kop. odjąć cenę ołówka, to jest 3 kop.

Nauczyciel pisze na tablicy: 38 k. — 3 k. = ? N. Widzicie, że odjemna 38 k. ma 3 dziesiątki i 8 jedności. Od czego odejmiecie 3 jedności? U. Od 8 jedności. N. Co pozostanie? U. 3 dziesiątki i 5 jedności, to jest 35. N. Co jest jednostką téj liczby? U. Kopiéjka. N. Więc jaka jest reszta? U. 35 kopiéjek. Nauczyciel ściéra we wzorze znak zapytania, a na jego miejscu pisze 35 k.; powstaje wzór:

38 k. — 3 k. = 35 k.

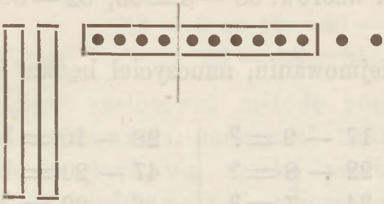
N. Zosia za 32 grosze kupiła tasiemkę i wstążkę; tasiemka kosztuje 8 groszy. Ile kosztuje wstążka? Rozumując podobnie jak w poprzedzającym zadaniu, uczniowie się dowiedzą, że 32 grosze składają się z dwu części: ceny tasiemki i ceny wstążki; więc żeby znaléść cenę wstążki, należy od 32 gr. odjąć 8 gr.

Nauczyciel pisze na tablicy: 32 gr.—8 gr. = ? i rysuje



3 ramki i 2 kropki. N. Każda kropka oznacza grosz, a ramka oznacza 10 kropek; więc ta figura jest wizerunkiem pieniędzy Zosi. Trzeba od tych pieniędzy odjąć 8 groszy. Ułożymy naprzód te pieniądze tak żebyście mogli widzieć 8 groszy, zapłacone za tasiemkę. Nauczyciel ściéra narysowaną figurę, a na jéj miejscu kreśli: 2 ramki zamknięte, 3-ą otwartą, któréj nadaje położenie poziome, i 2 kropki. Uczniowie odliczają, poczynając od ręki prawéj, 8 kropek; nauczyciel kładzie kré-

skę przed tymi 8 kropkami. N. Widzicie, że kréska dzieli liczbę 32 na 2 części: 24 i 8; jeżeli odejmiemy 8, to co pozostanie? U. Liczba 24. N. Co znaczy każda kropka? U. Jeden grosz. Nauczyciel ściéra we wzorze znak ?, a na jego miejscu pisze 24 gr.; powstaje stąd wzór:



32 gr. — 8 gr. = 24 gr.

N. Ile więc kosztuje wstążka? U. 24 grosze. — N. To odejmowanie możecie wykonać i bez pomocy rysunku. Co macie odjąć od 32 gr.? U. 8 gr. N. Rozłóżcie 8 gr. na takie dwie części, żeby jedną była 2 gr. U. 2 gr. i 6 gr. N. Odejmijcie od odjemnéj 2 gr.; co zostanie? U. 30 gr. N. Co jeszcze trzeba odjąć? U. 6 gr. N. Odejmijcie te 6 gr. od jednego dziesiątka, co pozostanie z tego dziesiątka? U. 4 gr. N. A ile pozostało całych dziesiątków? U. 2 dz. N. Więc ile zostało groszy? U. 24 grosze.

N. Boleś w dwu pudełkach ma 56 stalek; w 1-m jest 30 stalek; ile ich jest w 2-m pudełku? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Z ilu części składa się liczba 56 st.? U. Z 2 części. N. Wiécie, że jedna część jest 30 st.; jak znaléść 2-ą część? U. Potrzeba od 56 odjąć 30. N. Liczba 56 ma 5 dziesiątków i 6 jedności; trzeba więc odjąć 3 dziesiątki; od czego je odejmiecie? U. Od 5 dziesiątków. N. Co pozostanie? U. 2 dziesiątki i 6 jedności, to jest 26.

Nauczyciel pisze na tablicy: 56 st. — 30 st. = 26 st.

N. Ile jest stalek w 2-m pudełku? U. 26 stalek.

Trzy zadania, rozwiązane w tym paragrafie, są praktycznym zastosowaniem wzorów: 38 — 3 = 35, 32 — 8 = 24, 56 — 30 = 26.

Dla wprawy w odejmowaniu, nauczyciel będzie podobnie zadawał uczniom:

28 — 7 = ?	17 — 9 = ?	28 — 10 = ?
39 — 6 = ?	22 — 8 = ?	47 — 20 = ?
45 — 4 = ?	34 — 7 = ?	36 — 20 = ?
59 — 8 = ?	45 — 6 = ?	48 — 30 = ?
i t. d.	i t. d.	i t. d.

Po wynalezieniu reszty, uczniowie powinni stosować wzory wyprowadzone do zadań praktycznych.

§ 88. *c*. Odjemnik składa się z dziesiątków i jedności.

N. Zdarza się niekiedy taka praca, któréj odrazu dokonać nie można; wtenczas rozkładamy ją na części, to jest odbywamy ją częściowo. Chcąc np. wydobyć ze studni 50 konwi wody, czerpiemy ją niewielkim kubłem i to czerpanie powtarzamy dotąd, aż się zbierze żądana ilość wody. Jeżeli chcesz przenieść 100 książek z jednego pokoju do drugiego, a nie masz tyle siły, żeby je wszystkie dźwignąć odrazu, to téj czynności możesz dokonać, przenosząc częściowo po kilka książek. Zastosujmy do odejmowania ten sposób rozkładania pracy na części.

Nauczyciel pisze na tablicy:

93 — 58 = ?

N. Co macie odjąć od liczby 93? U. Liczbę 58. N. Rozłóżcie odjemnik na dziesiątki i jedności i odejmijcie pokolei każdą część od odjemnéj. Uczniowie, odejmując, piszą wzory:

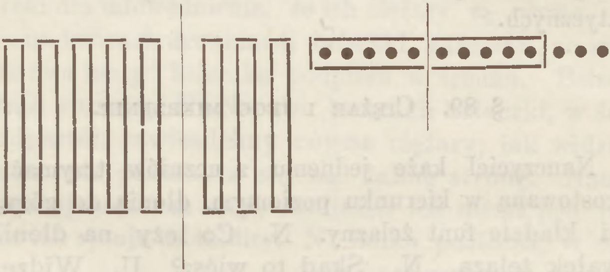
93 — 50 = 43, 43 — 8 = 35.

N. A jak od liczby 43 odjęliście 8? U. Rozłożyliśmy liczbę 8 na dwie części: 3 i 5 i odjęliśmy każdą z tych części pokolei:

$$43 - 3 = 40, \quad 40 - 5 = 35.$$

N. Więc: $93 - 58 = 35.$

Chcąc zastosować metodę poglądową do tego przykładu odejmowania, nauczyciel nakreśli na tablicy: 8 ramek zamkniętych, 9-ą ramkę poziomą otwartą, 3 kropki i 2 kréski, jednę po 5-éj ramce, drugą przed 8-ą kropką,



ką, licząc kropki od ręki prawéj. N. Co macie na tablicy? U. Liczbę 93. N. Na ile części ta liczba jest podzielona kréskami i jakie są te części? U. Liczba 93 jest podzielona na 3 części: 50, 35 i 8. N. Połączcie 50 i 8 w jednę całość i powiedzcie, z ilu i jakich części liczba 93 będzie się wówczas składała? U. 50 i 8 jest 58; liczba 93 składa się teraz z dwu części: 58 i 35. N. Odejmijcie teraz 58. U. 93 bez 58 jest 35.

N. Podróżny w ciągu 2 dni przejechał koleją żelazną 93 mile, pierwszego dnia przejechał 58 mil; ile przejechał drugiego dnia?

Zadania.

23 — 15 = ?	29 — 13 = ?	84 — 67 = ?	
36 — 19 = ?	56 — 29 = ?	73 — 39 = ?	
41 — 28 = ?	63 — 49 = ?	51 — 37 = ?	
57 — 19 = ?	78 — 28 = ?	92 — 45 = ?	i t. d.

Uczniowie, po wynalezieniu reszty zapomocą wyżéj podanych sposobów, powinni zastosować każdy wzór do zadań praktycznych.

§ 89. Ciężar i jego mierzenie.

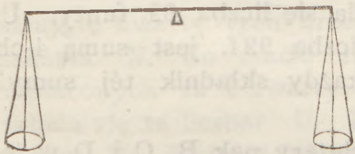
Nauczyciel każe jednemu z uczniów trzymać rękę wyprostowaną w kierunku poziomym, dłonią do góry, i na dłoni kładzie funt żelazny. N. Co leży na dłoni? U. Kawałek żelaza. N. Skąd to wiész? U. Widzę. N. Odwróć głowę w inną stronę; czy wiész teraz, że na dłoni leży kawałek żelaza? U. Wiém. N. Wszak teraz nie widzisz swojéj dłoni; skąd więc wiész, że na niéj leży kawałek żelaza? U. Bo on ciśnie na moję dłoń.

Nauczyciel pokazuje uczniom arkusz papiéru, zwinięty w trąbkę. N. Ten papiér jest zwinięty w trąbkę. Nauczyciel, położywszy na stole tak zwinięty papiér, kładzie na nim ten sam kawałek żelaza. N. Papiér stracił kształt trąbki, bo go przyciska ten kawałek żelaza.

Zapomocą podobnych prób, które można wykonać, biorąc zamiast żelaza: kamień, kawałek drzewa, cegły i t. d., nauczyciel dochodzi do następującego wniosku, który wypowiada uczniom: N. Każda rzecz ciśnie, to jest ciąży na podstawę, na któréj jest położona; czyli każda rzecz posiada ciężar. Ciężar ten może być większy albo mniejszy: kula działowa, kamień młyński, waga zegarowa są bardzo ciężkie, czyli posiadają wielki ciężar; ćwiartka papiéru, pióro ptaka, kawałek nitki, ziarnko zboża są lekkie, czyli posiadają ciężar mały.

Nauczyciel daje uczniom do ręki pokolei: cegłę i kajet, kamień i stalkę, i t. d. Uczniowie porównywają ich ciężary i dowiadują się, że: ciężar cegły jest większy od ciężaru kajetu, ciężar kamienia jest większy od ciężaru stalki i t. d.

Nauczyciel pokazuje uczniom 2 żelazne funty i daje im je do ręki dla udowodnienia, że ich ciężary są równe. Następnie na końcach drewnianéj beleczki zawiesza na sznurkach te dwa funty i beleczkę podpiéra w środku. Beleczka pozostaje poziomą. N. Na obu końcach beleczki, w środku podpartéj, zawiesiliśmy równe ciężary; jak widzicie, beleczka nie przechyla się na żadnę stronę. Nauczyciel pokazuje uczniom wagi, lub jeżeli ich niéma pod ręką, to szkic ich rysuje na tablicy. N. Belka pozioma, w środku podparta, z zawieszonymi na końcach talérzykami, nazywa się wagą. Służy ona do mierzenia ciężaru rozmaitych rzeczy, czyli, jak się mówi, do ważenia tych rzeczy.



Nauczyciel pokazuje uczniom funt żelazny. N. Ciężar tego kawałka żelaza nazywa się funtem. Nauczyciel kładzie ten funt żelazny na jednym talérzyku wagi, a na drugi sypie tyle piasku, żeby po nasypaniu belka nie przechylała się na żadnę stronę. N. Widzicie, że belka na żadnę stronę się nie przechyla; co powiecie o ciężarze piasku? U. Ciężar piasku jest równy jednemu funtowi. N. Krócéj można tak powiedziéć: piasek waży 1 funt.

N. Jeżeli, po umieszczeniu głowy cukru na jednym talerzyku wagi, a 25 funtów żelaznych na drugim, belka na żadnę stronę się nie przechyli, to co powiecie o głowie cukru? U. Głowa cukru waży 25 funtów.

Zadanie.

N. Kupiec posłał na jarmark towary w 4-ch pakach, na których, dla odróżnienia jednych od drugich, napisał litery: A, B, C, D. Wiemy, że wszystkie (nauczyciel pisze na tablicy):

4	paki	A, B, C i D	razem	ważą	92	funty
3	"	B, C i D	"	"	69	"
"	"	A, C i D	"	"	73	"
"	"	A, B i D	"	"	75	"

Ile waży każda paka osobno? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Z ilu części składa się liczba 92 funty. U. Z 4-ch części. N. Więc liczba 92 f. jest sumą 4-ch składników. Co oznacza każdy składnik téj sumy? U. Ciężar jednéj paki.

N. Jeżeli połączymy ciężary pak B, C i D w jednę sumę, to, jak wiecie, otrzymamy liczbę 69 funtów; wówczas liczba 92 f. będzie się składała z dwu części, czyli liczba 92 f. będzie sumą dwu składników. Jeden z tych składników jest 69 f. Jak znajdziecie drugi składnik? U. Potrzeba od 92 f. odjąć 69 f. N. Odejmijcie i napiszcie wzór. Uczniowie piszą: 92 f. — 69 f. = 23 f. N. Co oznacza liczba 23 f.? U. Oznacza ciężar paki A.

Podobnie rozumując, uczniowie się dowiedzą, że:

ciężar paki B jest 92 f. — 73 f. = 19 f.
" " C " 92 f. — 75 f. = 17 f.

N. Czy zadanie jest już rozwiązane? U. Nie, bo nie wiemy jeszcze, ile waży paka D. N. Ciężar paki D jest częścią każdéj z liczb, danych w zadaniu; więc można wynaléść ten ciężar rozmaitymi sposobami. Wiecie naprzykład, że liczba 92 f. jest sumą 4-ch składników i że tymi składnikami są ciężary pak: A, B, C i D, przeto, jeżeli od liczby 92 f. odejmiemy sumę ciężarów pak: A, B i C, to reszta otrzymana będzie oznaczała ciężar paki D. Ponieważ suma ciężarów pak: A, B i C nie jest wam znana, więc musicie ją uprzednio znaléść. Uczniowie wynajdują sumę 23 f. + 19 f. + 17 f. = 59 f. i tę sumę odejmują od liczby: 92 f.; 92 f. — 59 f. = 33 f. N. Ile więc waży paka D? U. 33 f.

§ 90. Mnożenie.

N. Kwarta orzechów kosztuje 9 groszy; ile kosztują 4 kwarty tych orzechów? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Co macie znaléść? U. Liczbę groszy, zapłaconych za 4 kwarty orzechów. N. Z ilu części składa się ta liczba? U. Liczba ta składa się z 4-ch części. N. Jakie są te części? U. Części te są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda z nich jest ceną jednéj kwarty orzechów. N. Więc liczba szukana jest sumą 4-ch równych składników, z których każdy jest liczbą: 9 groszy.

Nauczyciel pisze na tablicy: 9 gr. + 9 gr. + 9 gr. + + 9 gr. = ?. Uczniowie dodają i otrzymują sumę 36 gr. Nauczyciel we wzorze ściéra znak ? i na jego miejscu pisze liczbę 36 gr. Powstaje stąd wzór: 9 gr. + 9 gr. + 9 gr. + 9 gr. = 36 g. N. Widzicie, że liczba 36 gr. jest 4 razy większa od liczby 9 groszy, więc wzór ten można, jak już wiecie, krócéj tak napisać: 9 gr. × 4 = 36 gr.

N. Pociąg towarowy kolei żelaznéj przejeżdża na godzinę 14 wiorst; ile wiorst on przejedzie w ciągu 6-u godzin? Uczniowie rozwiązują to zadanie, rozumując podobnie, jak poprzednio. Nauczyciel pisze na tablicy wzór:
14 w. + 14 w. + 14 w. + 14 w. + 14 + 14 w. = 84 w., a podspodem ten sam wzór w postaci skróconéj:

14 w. × 6 = 84 w.

N. Staś w ciągu 16 minut może przepisać z książki 1 stronnicę; ile on potrzebuje minut, aby przepisać 6 stronnic? Uczniowie rozwiązują zadanie. Nauczyciel pisze:
16 m. + 16 m. + 16 m. + 16 m. + 16 m. + 16 = 96 m.
16 × 6 = 96 m.

N. Rozwiązaliście trzy zadania, w których trzeba było dodawać do siebie równe składniki, tak, że odpowiedzią na pytania, postawione w każdym z tych zadań, była suma równych składników. Suma równych składników nazywa się w nauce rachunków: iloczynem; dodawanie zaś równych składników nazywa się mnożeniem. Więc:

Mnożenie jestto działanie, zapomocą którego wynajdujemy sumę liczb równych. Liczba, która się powtarza jako składnik, nazywa się mnożną; liczba zaś, która oznacza, ile jest składników równych, nazywa się mnożnikiem.

W piérwszym przykładzie, w którym nam szło o to, ile kosztuja 4 kwarty orzechów, jeżeli jedna kosztuje 9 groszy, mnożną była liczba 9 gr., mnożnikiem była liczba 4, która, jak widzicie, ma tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie mianowanéj 4 kwarty, a iloczynem była liczba 36 gr.

N. Powtórzcie zadanie o pociągu towarowym i o Stasiu i sami powiedzcie, co w nich jest mnożną, mnożnikiem i iloczynem. Przy odpowiedziach uczniów nauczyciel zwraca ich uwagę na to, że: w 2-m zadaniu mnożnikiem nie jest liczba mianowana 5 godzin, ale liczba 5, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 5 godzin, a w 3-m zadaniu mnożnikiem jest liczba 6, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 6 stronnic.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory poprzednio wyprowadzone, np.

$$6 \times 3 = 18, \quad 5 \times 4 = 20.$$

N. Przeczytajcie te wzory. U. 3 razy 6 jest 18; 4 razy 5 jest 20. N. W piérwszym wzorze liczba 18 jest całością, złożoną z 3-ch części równych, każda po 6 jedności, czyli: liczba 18 jest sumą 3-ch równych składników; więc jak ją teraz nazwiecie? U. Iloczynem. N. Co tu jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest 6, a mnożnikiem 3. N. Co powiecie o liczbach: 5, 4 i 20 będących w drugim wzorze? U. Liczba 5 jest mnożną, 4 jest mnożnikiem, a 20 jest iloczynem. N. Jakie wykonywacie działanie dla znalezienia liczb: 18 i 20? U. Mnożenie. N. Z tego powodu znak ×, umieszczony pomiędzy mnożną i mnożnikiem, nazywa się znakiem mnożenia.

Wzór piérwszy można teraz tak przeczytać: jeżeli mnożna jest 6, a mnożnik 3, to iloczynem jest 18; krócéj: 6 pomnożone przez 3 równa się 18. Przeczytajcie teraz sami wzór 2-i, napisany na tablicy. U. Jeżeli mnożna jest 5, a mnożnik 4, to iloczyn jest 20. N. Przeczytajcie krócéj ten sam wzór. U. 5 pomnożone przez 4 równa się 20.

N. W piérwszym wzorze iloczynem jest 18, mnożną jest 6; porównajcie z sobą te dwie liczby i powiedzcie, ile razy jedna jest większa od drugiéj. U. Iloczyn 18 od mnożnéj 6 jest większy 3 razy. N. Widzicie więc, że mnożąc liczbę 6 przez 3, powiększyliście ją 3 razy; a więc liczbę 6 pomnożyć przez 3 jestto liczbę 6 powiększyć 3 razy. Powiedzcie teraz sami, co oznacza: liczbę 5 pomnożyć przez 4? U. Liczbę 5 pomnożyć przez 4, jestto liczbę 5 powiększyć 4 razy. N. Jeżeli w piérwszym wzorze każda jedność mnożnéj oznacza arkusz papiéru, to jak napiszecie ten wzór?

Uczniowie piszą: 6 ar. $\times$ 3 = 18 ar.

N. Staś ma 6 arkuszy papiéru, Adaś ma 3 razy więcéj od Stasia; ile arkuszy ma Adaś? U. 18 arkuszy. N. Jakeście się tego dowiedzieli? U. Liczbę 6 arkuszy pomnożyliśmy przez 3. N. Dlaczegoście to zrobili? U. Bo liczbę 6 arkuszy trzeba było powiększyć 3 razy.

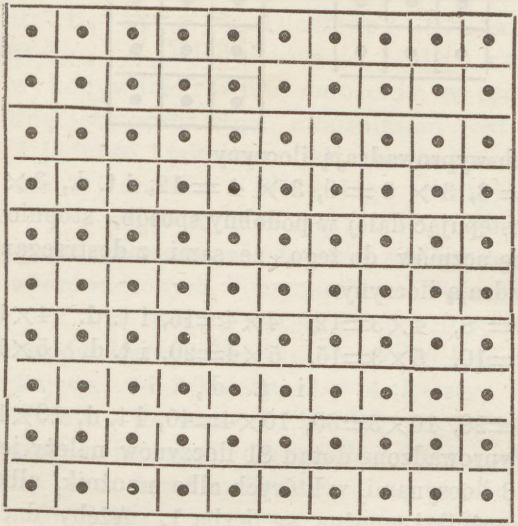
N. Jeżeli w 2-m wzorze każda jedność mnożnéj oznacza złoty, to jak napiszecie ten wzór?

Uczniowie piszą: 5 z. $\times$ 4 = 20 z.

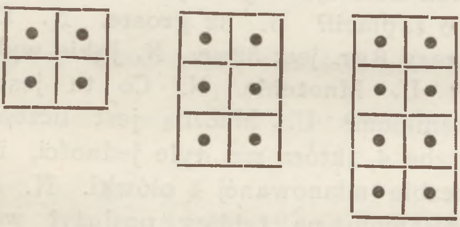
N. Ułóżcie zadanie, które się rozwiązuje zapomocą tego wzoru.

§ 91. *a.* Mnożna i mnożnik nie większe od 10-u.

Do poglądowego wynajdywania w tym wypadku iloczynów może służyć kwadrat, wycięty z papiéru (lepiéj z tektury) i podzielony linijami podłużnymi i poprzecznymi na 100 równych kratek kwadratowych (jak to widać na figurze). W nich się umieszczają kropki tak wielkie, żeby je mogli dojrzéć uczniowie siedzący na ostatnich nawet ławkach. Kwadrat ten zawiesza się na ścianie lub na tablicy. Należy odkryć naprzód 2 rzędy poprzeczne kropek, zakrywając pozostałe zasłoną papiérową stosownéj wielkości; wtedy uczniowie będą widzieli 10 rzędów podłużnych, w każdym po 2 kropki. Wówczas, zapomocą drugiéj zasłony trzymanéj w ręce, nauczyciel stopniowo odsłania te



rzędy podłużne, a uczniowie spostrzegają pokolei figury następujące:

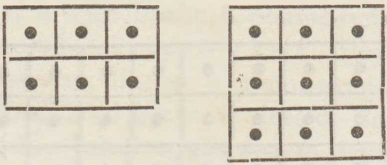


i t. d.

i z tych figur wyprowadzają iloczyny:

$2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$, $2 \times 4 = 8$, i t. d., $2 \times 10 = 20$.

Następnie nauczyciel odkrywa 3 rzędy poprzeczne, a zapomocą ręcznéj zasłony odsłania stopniowo rzędy podłużne. Uczniowie spostrzegają pokolei figury następujące:



i t. d.

z których wyprowadzają iloczyny:

$3 \times 2 = 6$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$, i t. d., $3 \times 10 = 30$.

Postępując daléj w podobny sposób, stopniowo doprowadza się uczniów do tego, że sami z dostrzeganych figur wyprowadzają iloczyny:

$4 \times 2 = 8$, $4 \times 3 = 12$, $4 \times 4 = 16$, i t. d. $4 \times 10 = 40$,
$5 \times 2 = 10$, $5 \times 3 = 15$, $5 \times 4 = 20$, i t. d. $5 \times 10 = 50$,
i t. d.,
$10 \times 2 = 20$, $10 \times 3 = 30$, $10 \times 4 = 40$, i t. d, $10 \times 10 = 100$.

Wyprowadzone dotąd 81 iloczynów należy jeszcze uzupełnić 18 iloczynami, w których albo mnożnik, albo mnożna, albo i mnożnik i mnożna są liczbą 1. Ażeby dać uczniom pojęcie, że i 1 bywa mnożnikiem, nauczyciel może zawiązać z nimi następującą pogadankę:

N. Ołówek kosztuje 8 groszy; Staś kupił 4 ołówki, ile on za nie zapłacił? U. 32 grosze. N. Dlaczego? U. Bo 4 razy 8 gr. jest 32 gr. N. Jakie wykonaliście działanie? U. Mnożenie. N. Co tu jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest liczba 8 gr., mnożnikiem liczba 4, która ma tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie mianowanéj 4 ołówki. N. Który z wzorów napisanych na tablicy posłużył wam do rozwiązania tego zadania? Uczniowie pokazują wzór:

$$8 \times 4 = 32.$$

N. Jak ten wzór zastosować do tego zadania? U. Potrzeba po liczbach 8 i 32 napisać litery gr., które w skróceniu oznaczają wyraz grosze. N. Napiszcie ten wzór. Uczniowie piszą:

$$8\,\text{gr.} \times 4 = 32\,\text{gr.}$$

N. Ołówek kosztuje 8 gr.; Adaś kupił 1 ołówek; ile on zapłacił? U. 8 gr. N. Dlaczego? U. Bo jeden raz 8 gr. jest 8 gr. N. Kiedy mówicie: j e d e n r a z 8 gr. jest 8 gr., wykonywacie również mnożenie; w tym mnożeniu: mnożną jest liczba 8 gr., mnożnikiem jest liczba, która ma 1 jedność, taksamo, jak liczba mianowana 1 ołówek ma 1 jednostkę. Wzór tego iloczynu jest:

$$8\text{gr.} \times 1 = 8\text{gr.}$$

Po téj pogadance uczniowie dopełnią szeregu iloczynów, poprzednio wyprowadzonych, iloczynami:
$2 \times 1 = 2$, $3 \times 1 = 3$, $4 \times 1 = 4$, i t. d., $10 \times 1 = 10$.
N. 10-u uczniów kupuje kajety; 1-y uczeń kupił 1 kajet, 2-i 2 kajety, 3-i 3 kajety, 4-y 4 kajety, i t. d., 10-y 10 kajetów. Ile zapłacił każdy, jeżeli 1 kajet kosztuje 1 złoty? Uczniowie odpowiadają i piszą wzory:
1 z. $\times$ 1 = 1 z., 1 z. $\times$ 2 = 2 z., 1 z. $\times$ 3 = 3 z., 1 z. $\times$ 4 = 4 z., i t. d., 1 z. $\times$ 10 = 10 z.

Ostatnich 19 wzorów wraz z 81 poprzednio wyprowadzonymi przedstawiają tabliczkę mnożenia liczb nie większych od 10-u.

§ 92. Ćwiczenia z tabliczką mnożenia.

Nauczyciel pisze na tablicy 10 następujących szeregów liczb:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

i mówi: macie na tablicy 10 szeregów liczb; te szeregi tworzą tabliczkę mnożenia. W 1-m pierwszą liczbą jest 1, w 2-m 2, w 3-m 3, i t. d., w 10-m szeregu piérwszą liczbą jest 10.

Na tych szeregach liczb nauczyciel będzie odbywał z uczniami ćwiczenia w sposób podobny do tego, jak tu przeprowadzamy je na szeregu 4-m.

Nauczyciel pokazuje uczniom 4-y szereg liczb i zapytuje: pośród napisanych szeregów liczb, którym od początku jest ten szereg? U. Jest szeregiem 4-m. N. Jaka jest piérwsza liczba tego szeregu? U. Liczba 4. N. Przeczytajcie liczby tego szeregu. U. 4, 8, 12,..., 40. N. Przeczytajcie je w porządku odwrotnym. U. 40, 36,..., 4.

N. Liczby tego szeregu są iloczynami dwu liczb, z których jedną jest zawsze liczba 4. Jaka jest 5-a liczba tego szeregu. U. 20. N. Jaką liczbę trzeba pomnożyć przez 5, aby otrzymać 20? U. Liczbę 4. N. Co więc powiecie o liczbie 5-éj 4-go szeregu, t. j. o liczbie 20? U. 20 jest iloczynem liczby 4 przez liczbę 5.

Nauczyciel ściéra w tym szeregu np. liczbę 28 i mówi: liczcie z góry, któréj liczby brakuje teraz w tym szeregu? U. 7-éj. N. Jakato jest liczba? U. 7 razy 4, czyli 28. I t. d.

Nauczyciel ściéra cały szereg 4-y i zapytuje: który szereg liczb starłem? U. 4-y. N. Wypowiedzcie pokolei liczby, które tworzyły ten szereg....

N. Jak znaléść 6-ą liczbę tego szeregu? U. Należy pomnożyć 4 przez 6. N. Jaka jest 3-a liczba tego szeregu? U. 3 razy 4, to jest 12. N. Mając 3-ą liczbę tego szeregu, t. j. 12, jak znaléść 8-ą liczbę tego szeregu? U. Potrzeba do 12 dodać 5 razy 4, t. j. 20;

$12 + 20 = 32$. N. Znajdźcie 10-ą liczbę tego szeregu. U. 10 razy 4, t. j. 40. N. Mając 10-ą liczbę tego szeregu, t. j. 40, jak znajdziecie 7-ą liczbę tego szeregu? U. Należy od 40 odjąć 3 razy 4, t. j. 12; $40 - 12 = 28$.

N. Garniec ma 4 kwarty; ile jest kwart w 7-u, 9-u, 5-u, 8-u i t. d. garncach? Jabłko kosztuje 4 grosze, ile kosztują: 10 jabłek, 8 j., 6 j., 4 j., 5 j. i t. d.? Godzina ma 4 kwadranse; ile jest kwadransy w 3-ch, 5-u, 10-u, 7-u i t. d. godzinach?

Weźmy jeszcze za wzór do tych ćwiczeń szereg 9-y. N. Ile jest 3 razy 9? U. 3 razy 9 jest 27. N. Do którego szeregu należy liczba 27? U. Do szeregu 9-go. N. Dlaczego? U. Bo 27 jest iloczynem dwu liczb, z których jedną jest liczba 9. N. Które miejsce iloczyn 27 zajmuje w szeregu 9-m? U. 3-e miejsce. N. Dlaczego? U. Bo drugą liczbą w tym iloczynie jest liczba 3. N. Jaka jest 5-a liczba tego szeregu? U. 5 razy 9, t. j. 45. N. Jakim sposobem mając 27, znaléść 5-ą liczbę tego szeregu? U. Potrzeba do 27 dodać 2 razy 9, czyli 18. N. Sprawdźcie to. Uczniowie dodają: $27 + 18 = 45$. N. Wiecie, że 90 jest 10-ą liczbą tego szeregu; wiedząc to, jak znajdziecie 4-ą liczbę tego szeregu? U. Potrzeba od liczby 90 odjąć 6 razy 9, czyli 54. N. Sprawdźcie to. Uczniowie odejmują: $90 - 54 = 36$.

N. Obsadka kosztuje 9 groszy; ile kosztują: 4, 7, 5, 3 i t. d. takich obsadek? — Wieś A jest odległa od Warszawy o 9 mil; Staś jeździł z Warszawy do wsi A 4 razy. Ile Staś zrobił drogi? I t. d.

Ćwiczenia takie należy przerabiać i powtarzać z uczniami przez długi czas na każdéj lekcyi rachunków; przez to uczniowie nietylko nauczą się tych iloczynów na pamięć, ale zarazem nabiorą wprawy do wyprowadzania jednych z drugich zapomocą ich dodawania lub odejmowania. Ku temu mogą jeszcze posłużyć ćwiczenia, układane przez nauczyciela według wzorów następujących:

N. Powiedzcie 7-ą i 2-ą liczbę szeregu 8-go. U. 56 i 16. N. Dodajcie je do siebie. U. $56 + 16 = 72$. N. Zobaczymy, czy ta suma jest w 8-m szeregu, a jeżeli jest, to które miejsce ona w nim zajmuje? Wiecie, że 56 jestto 7 razy 8; z ilu więc części równych składa się liczba 56? U. Z 7-u części. N. Więc 56 jest sumą 7-u równych składników. A liczba 16 z ilu takich składników 8 się składa? U. Z 2-u. N. Więc suma 72 składa się z 7-u i 2-u, czyli z 9-u części równych, każda po 8 jedności, czyli 72 jestto 9 razy 8. Jakie więc miejsce w szeregu 8-m zajmuje liczba 72? U. 9-e.

N. Od 56 odejmijcie 16. U. $56 - 16 = 40$. N. W liczbie 56 ile jest części równych liczbie 8? U. 7. N. Odjęliście 16; ile więc razy odjęliście po 8? U. 2 razy. N. Więc reszta ma 5 części równych po 8 jedności; czyli 40 jestto 5 razy 8. Które więc miejsce liczba 40 zajmuje w szeregu 8 m? U. 5-e miejsce.

Podobne ćwiczenia można przerobić na liczbach:

42 i 28, 63 i 18, 48 i 24, 36 i 18 i t. d.

N. W których szeregach znajdują się liczby:

12, 16, 20, 24, 28, 36, i t. d.?

N. Znajdźcie liczby kwadratowe w szeregach: 7-m, 3-m, 4-m, ..., 10-m.

Zadania.

1. W alei ogrodowéj są 4 ławki większe i 7 mniejszych; na każdéj z większych ławek siedzi 8 osób, a na każdéj z mniejszych 6 osób. Ile osób siedzi na ławkach w téj alei?

2. Wieśniak sprzedał w mieście 8 indyków i wziął za każdego po 10 złotych; kupił zaś 5 łokci sukna, płacąc za każdy łokieć 9 złotych. Ile pozostało mu złotych po zapłaceniu za sukno?

3. Miedź, użyta na jeden kocioł, kosztuje 6 rubli; robota jednego kotła kosztuje 2 ruble. Ile kosztuje 7 kotłów?

4. Handlarz bydła płaci za wołu 47 rubli, sprzedaje go za 56 rubli. Ile zyskuje na 1-m wole i ile zyska po sprzedaniu 8-u wołów.

§ 93. Mnożna lub mnożnik są dwucyfrowe.

N. Libra papiéru kosztuje 17 gr.; ile kosztuje 5 liber? (Tutaj należy powiedziéć, że 1 libra = 24 arkuszom). N. Co mamy znaléść? U. Cenę 5 liber papiéru. N. Z ilu części składa się ta cena? U. Z 5-u części. N. Jakie są te części? U. Te części są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda część oznacza cenę jednéj libry papiéru, to jest 17 gr. N. Więc liczba, którą mamy znaléść, jest sumą 5-u równych składników, a każdy z nich jest liczbą 17 gr. Moglibyśmy więc znaléść liczbę szukaną zapomocą dodawania. Czy możemy znaléść ją inaczéj. U. Możemy, zapomocą mnożenia. N. Dobrze. A jak w mnożeniu będzie się nazywać ta suma liczb równych? U. Iloczynem. N. Co tu więc będzie iloczynem? U. Cena 5-u liber papiéru. N. Co jest mnożną, a co mnożnikiem w tym iloczynie? U. Mnożną jest liczba 17 gr., a mnożnikiem liczba 5, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 5 liber. N. Powiedzcie jeszcze raz, jakie dla rozwiązania tego zadania wykonamy działanie? U. Mnożenie. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$17\,\text{gr.} \times 5 = ?\,\text{gr.}$$

N. Mamy znaléść sumę 5-u równych składników, z których każdy jest liczbą 17 gr. Napiszemy to (nauczyciel pisze na tablicy):

$$17\,\text{gr.} + 17\,\text{gr.} + 17\,\text{gr.} + 17\,\text{gr.} + 17\,\text{gr.} = ?\,\text{gr.}$$

N. Od czego zaczniemy dodawanie? U. Od dodawania dziesiątków. Nauczyciel pisze:

$$10\,\text{gr.} + 10\,\text{gr.} + 10\,\text{gr.} + 10\,\text{gr.} + 10\,\text{gr.} = 50\,\text{gr.}$$

N. Jak ten wzór napisać krócéj? U. $10\,\text{gr.} \times 5 = 50\,\text{gr.}$
N. Dodamy teraz jedności. Nauczyciel pisze:

$$7\,\text{gr.} + 7\,\text{gr.} + 7\,\text{gr.} + 7\,\text{gr.} + 7\,\text{gr.} = 35\,\text{gr.}$$

N. Napiszemy ten wzór krócéj: $7\,\text{gr.} \times 5 = 35\,\text{gr.}$
A ponieważ $50\,\text{gr.} + 35\,\text{gr.} = 85\,\text{gr.}$? więc $17\,\text{gr.} \times 5 = 85\,\text{gr.}$ Ile więc kosztuje 5 liber papiéru? U. 85 gr.

N. Funt śliwek kosztuje 16 groszy; ile kosztuje 6 funtów? Uczniowie zapomocą podobnego rozumowania, jak w przykładzie poprzedzającym, dochodzą do wniosku, że cena szukana jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 16 gr., a mnożnikiem liczba 6, mająca tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie 6 funtów. N. Co mam zapłacić za każdy funt? U. 16 gr. Nauczyciel pisze: $16\,\text{gr.} \times 6 = ?\,\text{gr.}$
N. Płacę naprzód za każdy funt po 10 gr.; $10\,\text{gr.} \times 6 = 60\,\text{gr.}$
N. Dopłacam do każdego funta po 6 gr.; $6\,\text{gr.} \times 6 = 36\,\text{gr.}$

$$60\,\text{gr.} + 36\,\text{gr.} = 96\,\text{gr.};\ \text{więc}\ 16\,\text{gr.} \times 6 = 96\,\text{gr.}$$

Nauczyciel pisze na tablicy: $19 \times 4 = ?$

N. Co mamy zrobić? U. Mamy liczbę 19 pomnożyć przez 4. N. Jak to powiecie inaczéj? U. Mamy znaléść iloczyn, w którym mnożną jest liczba 19, a mnożnikiem liczba 4. N. Jak to powiecie jeszcze inaczéj? U. Mamy znaléść sumę 4-ch równych składników, z których każdy jest liczbą 19. N. Ile każdy składnik ma dziesiątków? U. Jeden dziesiątek. N. Po dodaniu tych dziesiątków otrzymamy (pisze na tablicy): $10 \times 4 = 40$. N. Oprócz jednego dziesiątka, ile każdy składnik ma jedności? U. 9 jedności. N. Więc po dodaniu tych jedności otrzymamy (pisze na tablicy): $9 \times 4 = 36$. Suma więc szukana składa się z dwu części 40 i 36; więc ta suma jest (pisze na tablicy):

$40 + 36 = 76$, a więc: $19 \times 4 = 76$.

N. Jeżeli każda jedność mnożnéj oznacza 1 złoty, to jak napiszecie ten wzór? Uczniowie piszą: 19 zł. $\times$ 4 = 76 zł. N. Ułóżcie zadanie, zastosowane do tego wzoru. U. Łokieć sukna kosztuje 19 złotych; ile kosztują 4 łokcie?

W podobny sposób uczniowie będą szukali iloczynów:

$13 \times 2 = ?$ $13 \times 3 = ?$ $13 \times 4 = ?$ $13 \times 5 = ?$ i t. d.
$14 \times 2 = ?$ $14 \times 3 = ?$ $14 \times 4 = ?$
i t. d.
$24 \times 2 = ?$ $24 \times 3 = ?$ $24 \times 4 = ?$
$25 \times 2 = ?$ $25 \times 3 = ?$ $25 \times 4 = ?$
i t. d.

W podawaniu przykładów baczyć należy na to, żeby iloczyny nie przewyższały liczby 100.

N. Tydzień ma dni 7; ile jest dni w 14-tu tygodniach? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Szukana liczba dni, jako całość złożona z 14-u części równych, każda po 7 dni, jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 7 dni, a mnożnikiem liczba 14, mająca tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie 14 tygodni. Co więc mamy zrobić dla rozwiązania zadania? U. Mamy pomnożyć liczę 7 dni przez 14. Nauczyciel pisze na tablicy: 7 d. $\times$ 14 = ? d.

N. Ile jest dni w 10-u tygodniach? U. 10 razy po 7 dni, t. j. 70 dni. Nauczyciel pisze na tablicy: 7 d. $\times$ 10 = 70 d. N. Ile jest dni w pozostałych 4-ch tygodniach? U. 4 razy po 7 dni, t. j. 28 dni. Nauczyciel pisze: 7 d. $\times$ 4 = 28 d. N. Jeżeli w 10-u tygodniach jest dni

70, a w 4-ch tygodniach dni 28; to ile jest dni w 14 tygodniach? U. 70 d. i 28 d. Nauczyciel pisze:

70 d. + 28 d. = 98 d.

N. A więc: 7 d. × 14 = 98 d.

N. Garniec ma 4 kwarty; ile jest kwart w 25-u garncach? Zapomocą znanego rozumowania uczniowie dochodzą do wniosku, że liczba szukana jest iloczynem, w którym mnożną jest 4 kw., a mnożnikiem liczba 25, mająca tyle jedności, ile jednostek jest w liczbie mianowanéj 25 garncy. Nauczyciel pisze na tablicy: 4 kw. × 25 = ? kw. N. Dowiemy się naprzód, ile jest kwart w 20 garncach. Co trzeba zrobić, aby się dowiedzieć, ile 20 garncy mają kwart? U. Trzeba 4 kwarty pomnożyć przez 20. N. Dobrze. Wiécie, że 20 jestto 10 razy 2, więc 20 garncy jestto 10 razy po 2 garnce. Ile 2 garnce mają kwart? U. 2 razy po 4 kwarty, t. j. 8 kwart. N. Ponieważ 2 garnce mają kwart 8, więc 20 garncy mają 10 razy po 8 kwart; to jest 80 kw. Dowiedzieliście się, że w 20 garncach jest 4 kw. × 20 = 80 kw. A że w 5 garncach jest 4 kw. × 5 = 20 kw., więc w 25 g. jest 80 kw. + 20 kw. = 100 kw.
Przeto 4 kw. × 25 = 100 kw.

N. Łut kawy kosztuje 3 grosze; ile kosztuje funt kawy? (Tu nauczyciel objaśni uczniom, że 1 funt = 32 łutom). N. Jakiego użyjecie działania do rozwiązania tego zadania? U. Mnożenia. N. Dlaczego? Bo szukana cena funta kawy będzie iloczynem 3-ch groszy przez 32. N. Co w tym iloczynie jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest liczba mianowana 3 grosze, a mnożnikiem liczba 32, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 32 łuty. Nauczyciel pisze na tablicy: 3 gr. × 32 = ? gr. N. Dowiemy się naprzód, ile kosztuje 30 łutów. N. Jakich liczb iloczynem jest liczba 30? U. Liczb 5 i 6. N. Dobrze. A czy liczba 30 nie jest iloczynem innych jeszcze liczb? U. Jest iloczynem liczb 3 i 10. N. Co to znaczy? U. To znaczy że 30 jestto 10 razy 3. N. Wiecie, że łut kawy kosztuje 3 grosze; ile kosztują 3 łuty? U. 3 razy 3 gr., t. j. 9 groszy. N. Wiecie, że 30 łutów jestto 10 razy po 3 łuty; więc ile kosztuje 30 łutów? U. 10 razy 9 groszy, t. j. 90 groszy. Nauczyciel pisze: 3 gr. $\times$ 30 $=$ 90 gr. N. Ile kosztują 2 łuty? U. 2 razy 3 grosze, t. j. 6 groszy. Nauczyciel pisze: 3 gr. $\times$ 2 $=$ 6 gr. N. Ile więc kosztują 32 łuty, czyli 1 funt kawy? U. 90 gr. i 6 gr., to jest 96 gr. Nauczyciel pisze: 3 gr. $\times$ 32 $=$ 96 gr.

Zadania.

1. Kupiono 5 funtów herbaty po 12 zł. i 9 funtów kawy po 3 złote. Ile zapłacono?

2. Pewna osoba płaci miesięcznie: za mieszkanie 12 rubli, a za posługę 2 ruble; ile tę osobę będzie kosztowało mieszkanie z posługą w ciągu 7-u miesięcy?

3. Kupiec płaci za łokieć płótna 27 kop. a sprzedaje łokieć po 30 kop.; ile będzie miał zysku na każdym łokciu i ile po sprzedaniu 29-u łokci tego płótna.

§ 94. Dzielenie.

N. Straganiarka miała w koszu 32 śliwki, które przełożyła do torebek po 8 sztuk do każdéj. Do ilu torebek te śliwki zostały przełożone? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co naprzód zrobiła straganiarka? U. Wybrała z kosza 8 śliwek i włożyła je do torebki. N. Co pozostało w koszu? U. 32 bez 8, t. j. 24 śliwki. Nauczyciel pisze na tablicy wzór: 32 ś. — 8 ś. = 24 ś.

N. Co daléj zrobiła straganiarka? U. Wybrała z kosza drugi raz 8 śliwek i włożyła je do 2-éj torebki. N. Co pozostało w koszu? U. 24 bez 8, to jest 16 śliwek. Nauczyciel pod napisanym wzorem pisze:

24 ś. — 8 ś. = 16 ś.

N. Opowiedzcie teraz sami, co daléj robiła straganiarka? U. Straganiarka wybrała 3-ci raz 8 śliwek i włożyła je do 3-éj torebki; pozostało w koszu jeszcze 8 śliwek, które ona włożyła do 4-éj torebki. Nauczyciel pod 2-ma powyższymi wzorami pisze na tablicy wzory: 16 ś. — 8 ś. = 8 ś.; 8 ś. — 8 ś. = nic.

N. Dla oznaczenia wyrazu **nic** używa się w nauce rachunków ten sam znak. którym wyrażamy, że w liczbie napisanéj, np. 10, 40, 100, nie było niczego do oznaczenia na miejscu 1-m lub 2-m; tym znakiem, jak wiecie, jest znak **zero**. Nauczyciel w ostatnim wzorze kładzie 0 zamiast wyrazu: nic; ostatni więc wzór jest taki: 8 ś. — 8 ś. = 0.

N. Do ilu więc torebek straganiarka przełożyła 32 śliwki? U. Do 4-ch torebek. N. Dla rozwiązania tego zadania jakie wykonywaliście działanie? U. Odejmowanie. N. Ile je razy wykonaliście? U. 4 razy.

N. Straganiarka miała w koszu 72 śliwki, które przełożyła do torebek po 8 sztuk do każdéj. Do ilu torebek te śliwki zostały przełożone? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co powiecie o tym zadaniu? U. Ono jest podobne do poprzedniego. N. A jednak jest między nimi różnica; jaka? U. Ta, że poprzednio była mowa o 32-u śliwkach, a teraz o 72. N. Ponieważ te dwa zadania są do siebie podobne, więc i sposoby ich rozwiązania muszą być także podobne. Jak rozwiązaliście poprzednie zadanie? U. Odejmowaliśmy od liczby 32 ś., będących w koszu, liczbę 8 śliwek 4 razy. N. Otóż, rozwiązując i to zadanie, powinniśmy również od liczby 72 ś., będących w koszu, odejmować po 8 ś. tyle razy, ile będzie można. Podobnie jak poprzednio, uczniowie od liczby wszystkich śliwek odejmują wciąż po 8 śliwek, a nauczyciel pisze na tablicy jedne pod drugimi, wzory następujące:

72 ś. — 8 ś. = 64 ś., 64 ś. — 8 ś. = 56 ś., i t. d., 8 ś. — 8 ś. = 0.

N. Sposób, jakiego użyliśmy dla rozwiązania tego zadania, jest niedogodny, wymaga bowiem wiele czasu. Poszukamy innego dogodniejszego sposobu.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia szereg 8-y:

8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80.

N. Co napisałem na tablicy? U. Iloczyny dwu liczb, z których jedną jest tu zawsze liczba 8. N. Czy pośród nich jest liczba 72? U. Jest. N. Które ona w tym szeregu zajmuje miejsce? U. Dziewiąte. N. Co więc powiecie o liczbie 72? U. Liczba 72 jest iloczynem liczby 8 przez liczbę 9. N. Jak to inaczéj powiecie? U. Liczba 72 jest sumą 9-u równych składników, z których każdy jest liczbą 8 jedności. N. Ile razy mieści się 8 w 72? U. 9 razy. N. Ile więc razy od 72 można odjąć po 8? U. 9 razy. N. Wiecie, że każda jedność liczby 72 może oznaczać jakąkolwiek jednostkę; jeżeli każda jedność oznacza jednę śliwkę, to powiedzcie, ile razy od 72 ś. można odjąć po 8 ś.? U. 9 razy.

N. Wracam do zadania: straganiarka miała w koszu 72 ś.; przełożyła je do torebek, po 8 ś. do każdéj. Do ilu torebek je przełożyła? U. Do 9-u torebek.

N. Straganiarka miała w koszu 72 śliwki, które przełożyła do 8-u torebek, po jednakowéj liczbie śliwek do każdéj torebki. Po ile śliwek włożyła do każdéj torebki? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Jaka jest najmniejsza ilość śliwek, które można włożyć do 8-u torebek? U. 8 śliwek. N. Jeżeli straganiarka wybierze z kosza 8 śliwek, to po ile ich włoży do każdéj torebki? U. Po jednéj śliwce. N. A ile razy straganiarka może z kosza wybrać po 8 śliwek? U. 9 razy. N. Dlaczego? U. Bo liczba 8 mieści się 9 razy w liczbie 72. N. Ponieważ straganiarka może wybrać z kosza 9 razy po 8 śliwek, a za każdym razem kładzie do każdéj torebki po 1 śliwce, więc po przełożeniu z kosza do torebek wszystkich śliwek, ile ich będzie w każdéj torebce? U. W każdéj torebce będzie po 9 śliwek.

Nauczyciel powtarza z uczniami dwa ostatnie zadania.

N. Z czego te dwa zadania są do siebie podobne? U. One są do siebie z tego podobne, że dla rozwiązania każdego z nich potrzeba liczbę 72 ś. rozłożyć na części równe. N. A jaka jest różnica między tymi dwoma zadaniami? U. W 1-m zadaniu wiemy, że w każdéj części jest 8 śliwek, a szukamy ile ma być tych części. W 2-m zaś zadaniu wiemy, ze części równych ma być 8, a szukamy, ile śliwek jest w każdéj części.

N. W obu jednak zadaniach rozkładamy liczbę na części równe. Czynność ta w nauce rachunków nazywa się dzieleniem. Powiedzcie więc co to jest dzielenie? U. Dzielenie jestto działanie, zapomocą którego daną liczbę rozkładamy na części równe. N. Dana liczba, którą rozkładamy na części równe, nazywa się dzielną. Druga liczba wiadoma, która wskazuje, jaka ma być każda część, albo ile ma być części, nazywa się dzielnikiem.

N. Co w 1-m zadaniu jest dzielną, a co dzielnikiem? U. Dzielną jest liczba 72 śliwek, a dzielnikiem jest liczba 8 śliwek. N. Na co tu wskazuje dzielnik? U. Dzielnik wskazuje, że każda część powinna być liczbą 8 śliwek. N. W 2-m zadaniu dzielną jest także liczba 72 śliwek, dzielnikiem zaś jest liczba 8, która ma tyle jedności, ile liczba mianowana 8 torebek ma jednostek.

N. Jakiego używaliśmy znaku dla wskazania, że liczba ma być rozłożona na części równe? U. Dwukropka. N. Ponieważ rozkładanie liczby na części równe nazywa się dzieleniem, więc dwukropek jest znakiem dzielenia. Przed tym znakiem pisze się dzielna, a po nim dzielnik.

N. Cośmy robili z liczbą 72 ś. w 1-m zadaniu? U. Dzieliliśmy ją na równe części, każda po 8 ś. i tych części znaleźliśmy 9. N. Otóż działanie to wyrazimy zapomocą wzoru (nauczyciel pisze): 72 ś. : 8 ś. = 9.

N. Cośmy robili z liczbą 72 ś. w 2-m zadaniu? U. Dzieliliśmy ją na 8 równych części i dowiedzieliśmy się, że każdą częścią jest 9 ś. N. Działanie to wyrazimy zapomocą wzoru (nauczyciel pisze):

72 ś. : 8 = 9 ś.

N. Wypadek z dzielenia nazywa się ilorazem; w 1-m zadaniu ilorazem jest liczba 9, która ma tyle jedności, ile razy dzielnik 8 ś. mieści się w dzielnéj 72 ś.; w 2-m zadaniu ilorazem jest liczba 9 ś. i wyraża, jak wielką jest każda część liczby 72 ś., podzielonéj na 8 części równych.

§ 95. *a.* Dzielnik jest liczbą 2.

Nauczyciel pisze z tabliczki mnożenia szereg 2-i.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

N. Co napisałem na tablicy. Iloczyny dwu liczb, z których jedną jest tu zawsze liczba 2. N. A jakie są drugie liczby w tych iloczynach? U. Wszystkie pokolei liczby od 1 do 10.

Nauczyciel przy rozważaniu każdéj liczby tego szeregu ma z uczniami pogadankę, podobną do téj, jakiéj tu wzór podajemy dla liczby 14.

N. Co powiecie o liczbie 14? U. Liczba 14 jest iloczynem dwu liczb: 2 i 7. N. Wyraźcie to na piśmie, pisząc naprzód liczbę 2.

Uczniowie piszą: $2 \times 7 = 14$.

N. Wiecie, że iloczyn jest sumą składników równych; patrząc na ten wzór, powiedzcie, jakich i ilu składników równych sumą jest liczba 14? U. Liczba 14 jest sumą 7-u składników równych, z których każdy jest liczbą 2. N. Ile razy od 14 można odjąć po 2 jedności? U. 7 razy. N. Ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 14? U. 7 razy. N. Rozłóżcie liczbę 14 na takie części równe, żeby każda miała po 2 jedności i powiedzcie, ile otrzymacie takich części? U. 7 części. N. Jakie tu wykonaliście działanie? U. Dzielenie. N. Co w tym dzieleniu jest dzielną, a co dzielnikiem? U. Dzielną jest liczba 14, a dzielnikiem liczba 2. N. Wyraźcie to zapomocą wzoru.

Uczniowie piszą: $14 : 2 = 7$.

Rozbiérając w podobny sposób każdą liczbę wypisanego szeregu, uczniowie wyprowadzą wzory:

$2 : 2 = 1$, $4 : 2 = 2$, $6 : 2 = 3$, $8 : 2 = 4$, i t. d., $20 : 2 = 10$

Teraz trzeba przejść do szukania ilorazu w przypadku, kiedy dzielna przekracza granice tabliczki.

Nauczyciel pisze na tablicy: $40 : 2 = ?$

N. Czy liczba 40 jest w wypisanym szeregu liczb? U. Nie. N. Ale ją można rozłożyć na takie części, które są w tym szeregu. Wiecie, że 2 razy 20 jest 40; więc liczba 40 składa się z dwu części, z których każda jest liczbą 20. Wiecie także, że 2 mieści się w każdéj z tych części 10 razy. Powiedzcie teraz, ile razy 2 mieści się w całości, to jest w liczbie 40? U. 20 razy.

Nauczyciel we wzorze: $40 : 2 = ?$ zamiast znaku zapytania pisze 20, skąd powstaje wzór: $40 : 2 = 20$.

N. Ile jest 3 razy 20? U. 60. N. Z ilu więc części składa się liczba 60 i jakie to są części? U. Liczba 60 składa się z 3-ch części równych, a w każdéj części jest po 20 jedności. N. Wymierzcie każdą z tych części liczbą 2 i powiedzcie, ile razy 2 mieści się w całości? U. W każdéj części liczba 2 mieści się 10 razy, a w całości 30 razy. Nauczyciel pisze:

$$60 : 2 = 30.$$

N. Co powiecie o liczbie 80? U. Liczba 80 jest całością złożoną z 4-ch równych części, każda po 20 jedności.... Tak jak poprzednio dochodzi się do wzoru:

$$80 : 2 = 40.$$

$2 : 2 = 1$ (*)
$4 : 2 = 2$
$6 : 2 = 3$
$8 : 2 = 4$
$10 : 2 = 5$
$12 : 2 = 6$
$14 : 2 = 7$
$16 : 2 = 8$
$18 : 2 = 9$
$20 : 2 = 10$
$40 : 2 = 20$
$60 : 2 = 30$
$80 : 2 = 40$

Nauczyciel pisze jedne pod drugimi wzory, wyprowadzone w tym paragrafie. Uczniowie czytają je i objaśniają, jakim sposobem te ilorazy zostały wyprowadzone. Następnie nauczyciel pisze na tablicy np.

$$28 : 2 = ?$$

N. Czego macie się dowiedzieć? U. Ile razy 2 mieści się w 28. N. Rozłóżcie dzielną 28 na takie dwie części, żeby każda była dzielną w którymkolwiek z napisanych tu wzorów. Uczniowie mogą to wykonać różnymi sposobami: 10 i 18, 12 i 16, 14 i 14, 20 i 8. Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na ostatni rozkład: 20 i 8. N. Rozłożyliście 28 na dwie części: 20 i 8. Wymierzcie każdą z tych części liczbą 2 i powiedzcie, ile razy 2 mieści się w całości, czyli w liczbie 28? U. Ponieważ 2 w 20 mieści się razy 10, a w 8 razy 4, więc 2 w 28 mieści się 14 razy. Nauczyciel pisze:

28 : 2 = 14.

W podobny sposób uczniowie znajdują ilorazy we wzorach:

24 : 2 = ?, 46 : 2 = ?, 68 : 2 = ?, 84 : 2 = ? i t. d.

Nauczyciel pisze na tablicy: 36 : 2 = ?

N. Rozłóżcie dzielną 36 na takie dwie części, żeby każda była dzielną w jednym z wypisanych tu wzorów [nauczyciel pokazuje uczniom szereg wzorów (*)]. Należy ucznia doprowadzić do tego, żeby powiedział np. U. Dzielną 36 można rozłożyć na dwie części: 20 i 16. N. Dowiedzcie się teraz, ile razy 2 mieści się w liczbie 36. U. 2 w 20 mieści się razy 10, w 16-u razy 8, więc 2 w 36 mieści się 18 razy. Uczniowie piszą: 36 : 2 = 18.

Nauczyciel pisze na tablicy: 74 : 2 = ?

Uczniowie, mając na uwadze szereg wzorów (*), rozkładają dzielną 74 na dwie części: 60 i 14, a po wymierzeniu każdéj części liczbą 2, dowiadują się, że 74 : 2 = 37.

Podobnie uczniowie oznaczą ilorazy we wzorach:

38 : 2 = ?, 56 : 2 = ?, 94 : 2 = ?, 78 : 2 = ?, i t. d.

Zadania.

1. N. Na ile dni wystarczy dla koni 58 pudów siana, jeżeli dziennie dajemy im po 2 pudy? (1 pud jestto ciężar = 40 funtom). Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Ile siana wydajemy dziennie? U. 2 pudy. N. Skąd je bierzemy? U. Z całego zapasu siana. N. Więc liczba 2 pudy jest częścią tego zapasu; przeto dla rozwiązania zadania należy liczbę 58 pud. rozłożyć tak na części równe, aby w każdéj było po 2 pudy, i dowiedzieć się, ile otrzymamy tych części. Jakie będziemy odbywali działanie? U. Dzielenie. N. Co tu będzie dzielną, a co dzielnikiem? U. Dzielną będzie liczba 58 pud., a dzielnikiem liczba 2 pud.

Nauczyciel pisze na tablicy: 58 pud : 2 pud. = ?

Uczniowie, rozkładając liczbę 58 pud. na dwie części: 40 i 18 pud. i mierząc każdą z nich liczbą 2 pudy, dowiadują się, że liczba 2 pud. w liczbie 58 pudów mieści się 29 razy. Nauczyciel we wzorze zamiast ? pisze liczbę 29. Stąd powstaje wzór:

58 pud. : 2 pud. = 29.

N. Na ile więc dni wystarczy 58 pudów siana? U. Na tyle dni, ile razy liczba 2 pud. mieści się w liczbie 58 p., to jest na 29 dni.

2. N. W ciągu dwu miesięcy dano koniom 58 pud. siana; ile dawano im miesięcznie? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Ilość siana, wydawanego miesięcznie, jest częścią całego zapasu; tych części w całości jest 2; co więc trzeba zrobić z liczbą 58 pudów, aby zadanie rozwiązać? U. Trzeba ją rozłożyć na dwie części równe, to jest na połowy. N. Jakie więc należy wykonać działanie? U. Dzielenie. N. Co tu jest dzielną, a co dzielnikiem? N. Dzielną jest liczba 58 pudów, a dzielnikiem jest liczba 2, która ma tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie mianowanéj 2 miesiące.

Nauczyciel pisze na tablicy: 58 p. : 2 = ? pud.

N. Jaka jest najmniejsza liczba pudów, którą możecie podzielić na 2 części równe? U. 2 pudy. N. Wystawcie sobie, że z 58 pudów bierzecie tylko 2 pudy i te 2 pudy rozkładacie na 2 części równe do odzielnych przegród; powiedzcie, po ile pudów przypada na każdą taką część? U. Po jednym pudzie. N. Weźcie drugi raz 2 pudy i, rozłożywszy je także na 2 części równe, umieśćcie te części w tychże przegrodach, co poprzednio, ile jest teraz pudów w każdéj przegrodzie? U. 2 pudy. N. Ile razy z 58 pud. można wziąć po 2 pudy? U. 29 razy. N. Dlaczego? U. Bo liczba 2 pudy mieści się w liczbie 58 pud. 29 razy. N. Gdy więc tak wszystkie 58 pudów rozłożymy na 2 części równe, to po ile pudów przypadnie na każdą część? U. Po 29 pudów.

Nauczyciel pisze na tablicy: 58 pud. : 2 = 29 pud.

N. Ile więc siana wydawano miesięcznie? U. 29 pud.

Nauczyciel na tym samym przykładzie może jeszcze pokazać inny sposób rozkładania liczby na 2 części równe. N. Ile jest pudów siana? U. 58 pudów. N. Ile ta liczba ma dziesiątków? U. 5 dziesiątków. N. Rozłóżcie 4 dziesiątki na 2 części równe i powiedzcie, po ile dziesiątków przypada na każdą część? U. Po 2 dziesiątki. N. Co pozostało do rozłożenia? U. 1 dziesiątek pudów i 8 pudów, czyli 18 pudów. N. Rozłóżcie także te 18 pudów na 2 części równe. U. Gdy 18 pudów rozłożę na 2 części równe, to w każdéj części będzie po 9 pudów. N. Ile więc, po rozłożeniu liczby 58 pud. na 2 części równe, mieć będziemy pudów w każdéj części? U. 20 pudów i 9 pudów, razem 29 pudów.

3. 94 grosze rozdano ubogim; każdy ubogi dostał po 2 grosze; ilu ubogich dostało jałmużnę?

4. 94 grosze dano dwu ubogim tak, iż każdy z nich dostał tę samę ilość groszy; ile groszy dostał każdy ubogi?

§ 96. *b.* Dzielnik jest liczbą 3 albo 4.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia 3-i szereg liczb:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.

Uczniowie przy stosownéj z nauczycielem pogadance wyprowadzą na tablicy wzory:

3 : 3 = 1, 6 : 3 = 2, 9 : 3 = 3, 12 : 3 = 4, i t. d., 30 : 3 = 10.

N. Wiecie, że 2 razy 30 jest 60; więc 60 składa się z dwu części, z których w każdéj jest 30. Wymierzcie każdą część liczbą 3 i powiedzcie, ile razy 3 mieści się w 60. U. 20 razy. Uczniowie piszą na tablicy wzór: 60 : 3 = 20.

Nauczyciel pisze na tablicy: 90 : 3 = ? Uczniowie rozkładają liczbę 90 na 3 części, każda po 30; mierzą je liczbą 3 i tym sposobem dowiadują się, że 90 : 3 = 30. Nauczyciel pisze na tablicy: 42 : 3 = ?

N. Dzielną 42 rozłóżcie na takie 2 części, żeby każda była dzielną w jednym z wypisanych tu wzorów. U. Liczba 42 składa się z dwu takich części: 30 i 12. N. Dowiedzcie się teraz, ile razy 3 mieści się w liczbie 42. U. Ponieważ 3 mieści się w liczbie 30 10 razy, a w liczbie 12 4 razy, więc w liczbie 42 mieści się 14 razy. Uczniowie piszą: 42 : 3 = 14.

N. Jak rozłożycie liczbę 78, żeby się dowiedzieć, ile razy mieści się w niéj liczba 3? U. Na 60 i 18. Po wymierzeniu każdéj części liczbą 3, uczniowie się dowiadują, że 78 : 3 = 26.

Podobnie uczniowie, rozkładając np. liczbę 96 na 2 części: 90 i 6, wyprowadzą wzór: 96 : 3 = 32.

Każdy z wyprowadzonych przez uczniów wzorów należy, jak zwykle, zastosować do odpowiednich zadań.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia 4-ty szereg liczb:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.

Uczniowie, mierząc każdą z tych liczb liczbą 4, wyprowadzą wzory:

4 : 4 = 1, 8 : 4 = 2, 12 : 4 = 3, 16 : 4 = 4, i t. d., 40 : 4 = 10.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: 80 : 4 = ? Uczniowie rozkładają liczbę 80 na 2 części: 40 i 40; po wymierzeniu każdéj części liczbą 4, wyprowadzają wzór:

80 : 4 = 20.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: 52 : 4 = ? Uczniowie dzielną 52 rozkładają na 2 części: 40 i 12 i mierząc każdą część liczbą 4, dowiadują się, że 52 : 4 = 13.

Podobnie uczniowie znajdą ilorazy we wzorach:

64 : 4 = ? 72 : 4 = ? 56 : 4 = ? i t. d.

Nauczyciel pisze wzór: 96 : 4 = ? Uczniowie rozkładają dzielną na 2 części: 80 i 16 i, wymierzywszy te części liczbą 4, dowiadują się, że 96 : 4 = 24.

W podobny sposób uczniowie znajdą ilorazy dzieleń:

84 : 4 = ? 92 : 4 = ? 100 : 4 = ?

Zadania.

1. Ile jest sążni w 45 łok., w 48 łok., w 57 łok., w 69 łok., w 75 łok., w 81 łok.?

2. Wypłacić trojakami (moneta 3 groszowa) należności: 39 gr., 51 gr., 54 gr., 63 gr., 66 gr., 78 gr., 84 gr., 99 gr.

3. Ile jest garncy w 52 kw., w 56 kw., w 68 kw., w 76 kw., w 100 kwartach?

4. Ile jest kwart w 44 kwaterkach, w 48 kwat., w 60 kwat., w 64 kwat., w 72 kwat., 84 kwat., 92 kwat., w 96 kwat.?

5. Włożyć tak gruszki do 3-ch koszów, aby w każdym była taż sama ich ilość: 36 gruszek, 39 gr., 48 gr., 75 gr.

6. Schować do 4-ch sakiewek: 12 kop., 52 kop., 92 kop., 16 kop., 56 kop., 96 kop., 28 kop. i t. d. tak, ażeby w każdéj sakiewce było po równéj ilości kopiéjek.

§ 97. Dzielnikiem jest: 5, 6, 7, 8, 9.

W podobny sposób wynajdują się ilorazy, kiedy dzielnikiem jest jedna z liczb: 5, 6, 7, 8, 9.

Przypuśćmy, że przedmiotem pogadanki jest wynajdywanie ilorazów, kiedy liczba 7 jest dzielnikiem. N. Napiszcie z tabliczki mnożenia 7-y szereg liczb: Uczniowie piszą: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70.

Po napisaniu tego szeregu uczniowie mierzą każdą jego liczbę liczbą 7 i wyprowadzają wzory:

7 : 7 = 1, 14 : 7 = 2, 21 : 7 = 3, i t. d., 70 : 7 = 10.

Następnie nauczyciel z liczb, wchodzących do wypisanego wyżéj szeregu, układa sumy następujące:

70 + 7 = 77
70 + 14 = 84
70 + 21 = 91
70 + 28 = 98

Uczniowie zapomocą znanego już sposobu wyprowadzą wzory:

77 : 7 = 11, 84 : 7 = 12
91 : 7 = 13, 98 : 7 = 14

i pod kierunkiem nauczyciela zastosują je do odpowiednich zadań.

Jeżeli dzielnikiem jest liczba 5, to dzielnymi mogą być, oprócz liczb, tworzących w tabliczce mnożenia szereg 5-y, następujące sumy liczb tego szeregu.

50 + 5 = 55
50 + 10 = 60
50 + 15 = 65
i t. d.
50 + 45 = 95
50 + 50 = 100

Uczniowie, rozważając znane im składniki tych sum, zapomocą powyżéj używanego rozumowania wynajdą ilorazy dzieleń, w których dzielnymi są te sumy. Stąd powstaną wzory:

55 : 5 = 11, 60 : 5 = 12, i t. d., 100 : 5 = 20.

Jeżeli dzielnikiem jest liczba 6, to, w obszarze liczb, które uczniowie dotąd poznali, dzielnymi mogą być wszystkie liczby tworzące 6-y szereg w tabliczce mnożenia, jak również następujące sumy tych liczb:

60 + 6 = 66
60 + 12 = 72
60 + 18 = 78
i t. d.
60 + 36 = 96

Biorąc każdą z tych sum za dzielną, uczniowie wyprowadzą wzory następujące:
66 : 6 = 11, 72 : 6 = 12, 78 : 6 = 13,
84 : 6 = 14, 90 : 6 = 15, 96 : 6 = 16.

Dla dzielnika 8 dzielnymi mogą być, oprócz liczb znajdujących się w 8-m szeregu tabliczki mnożenia, sumy następujące:

80 + 8 = 88, 80 + 16 = 96,

które przyjmując za dzielne, uczniowie wyprowadzą dwa wzory następujące: 88 : 8 = 11, 96 : 8 = 12.

Jeżeli nakoniec dzielnikiem jest liczba 9, to prócz liczb 9-go szeregu tabliczki mnożenia może tu być dzielną tylko suma 90 + 9 = 99, której iloraz przez 9 wyrazi się zapomocą wzoru: 99 : 9 = 11.

Każdy z tych wzorów na dzielenie należy zastosować do odpowiednio dobranego zadania.

§ 98. Dzielnik dwucyfrowy.

Jeżeli dzielnik jest dwucyfrowy, to, w obszarze liczb dotąd przez uczniów poznanych (t. j. od 1 do 100), iloraz wynajduje się zapomocą przygotowania uprzedniego szeregu liczb, otrzymanych wskutek pomnożenia dzielnika przez kolejne liczby: 1, 2, 3 i t. d. Ograniczymy się oczywiście do iloczynów nie większych od 100.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: 72 : 12 = ?

N. Co mamy znaléść? U. Iloraz z podzielenia 72-u przez 12. N. Co tu jest dzielną, a co dzielnikiem. U. Dzielną jest 72, a dzielnikiem 12. N. Napiszcie oddzielnie ten dzielnik 12. Dobrze. Obok téj liczby napiszcie liczbę 2 razy większą. Jaka to będzie liczba? U. 24. N. Napiszcie tę liczbę. Jaka jest liczba 3 razy większa od dzielnika. U. 36. N. Napiszcie ją obok poprzedniéj. Jaka jest liczba 4 razy większa od dzielnika? I t. d. Takim sposobem uczniowie znajdą i wypiszą obok siebie następujące liczby:

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96.

N. Czy dzielna 72 jest w tym szeregu liczb? U. Jest. N. Które w niéj ona zajmuje miejsce? U. 6-e. N. Ile więc razy 12 mieści się w liczbie 72? U. 6 razy. Nauczyciel we wzorze $72 : 12 = ?$ zamiast ? pisze liczbę 6, skąd powstaje wzór: $72 : 12 = 6$.

N. 72 szklanki ileto tuzinów szklanek?

N. Tuzin spodków kosztuje 72 kopiéjki; ile kosztuje jeden spodek?

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$15 \times 1 = 15,\quad 15 \times 2 = 30,\quad 15 \times 3 = 45,$

$15 \times 4 = 60,\quad 15 \times 5 = 75,\quad 15 \times 6 = 90.$

Z tych wzorów, przy pomocy znanego rozumowania, uczniowie wyprowadzą wzory:

$15 : 15 = 1,\ 30 : 15 = 2,\ 45 : 15 = 3,\ 75 : 15 = 5,\ 90 : 15 = 6.$

N. Ile jest mendli w 45-u, 90-u, 75-u snopach?

N. Zamienić na złote polskie: 30 kop., 60 kop., 75 kop., 90 kop.

Nauczyciel pisze na tablicy:

$24 \times 2 = 48,\quad 24 \times 3 = 72,\quad 24 \times 4 = 96.$

Z tych wzorów uczniowie wyprowadzają wzory:

$48 : 24 = 2,\quad 72 : 24 = 3,\quad 96 : 24 = 4.$

N. Ile jest liber w 24-ch, w 48-u, w 72-u, w 96-u arkuszach?

N. 24 cali, 48 c., 72 c., 96 c. ileto łokci?

N. Ile jest dni w 24-ch godzinach, w 48 g., w 72 g., w 96 g.?

Ze wzorów: $25 \times 1 = 25$, $25 \times 2 = 50$, $25 \times 3 = 75$, $25 \times 4 = 100$, uczniowie wyprowadzą wzory: $25 : 25 = 1$, $50 : 25 = 2$, $75 : 25 = 3$, $100 : 25 = 4$.

Ze wzorów: $32 \times 1 = 32$, $32 \times 2 = 64$, $32 \times 3 = 96$ wzory: $32 : 32 = 1$, $64 : 32 = 2$, $96 : 32 = 3$. I. t. d.

Zadanie.

N. 4 osoby: A, B, C i D zrobiły składkę na cel dobroczynny (nauczyciel pisze na tablicy):

osoba	A	miała	48 r.	i dała	połowę	swoich pieniędzy,
„	B	„	85 „	„	5-ą część	„ „
„	C	„	96 „	„	3-ą „	„ „
„	D	„	92 „	„	4-ą „	„ „

Z pieniędzy zebranych dano 12 rubli na osady rolne, a resztę rozdano rodzinom biédnych pogorzelców. Ile rodzin otrzymało wsparcie, jeżeli każda dostała po 6 rubli?

N. Co trzeba tu znaléść? U. Ilość rodzin, które dostały wsparcie. N. Wiecie, że każda rodzina dostała po 6 rubli. A więc 6 rubli jest częścią téj ilości rubli, które rozdano wszystkim rodzinom, i ile razy ta część mieści się w ilości rubli, które otrzymały wszystkie rodziny, tyle rodzin dostaje wsparcie. Żeby więc dowiedzieć się, ile rodzin dostało wsparcie, trzeba podzielić ilość rubli, rozdanych wszystkim rodzinom, przez 6 rubli. Czy możecie odrazu wykonać to dzielenie? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo nie wiemy, ile rubli dostały wszystkie rodziny pogorzelców. N. Nie wiecie więc, jaka jest dzielna Będziemy jéj szukali.

N. Czy wszystkie zebrane piéniądze oddano rodzinom pogorzelców? U. Nie wszystkie. N. Skąd to wiecie? U. Bo powiedziano w zadaniu, że 12 rubli dano na osady rolne. N. Jak więc się dowiedziéć, ile dano pogorzelcom? U. Potrzeba od wszystkich piéniędzy, które te osoby złożyły, odjąć 12 rub. N. Czy wiecie już ile rubli wynosi składka? U. Nie. N. Ale wiecie, ile osób złożyło tą składkę? U. 4 osoby.

N. Jaka jest składka osoby A? U. Składka osoby A jest połową 48 rubli. N. Ile to będzie? U. 24 ruble. N. Zapiszcie to, coście teraz powiedzieli. Uczniowie piszą: 48 rub. : 2 = 24 rub.

N. Jaka jest składka osoby B? U. 5-a część liczby 85 rubli, to jest 17 rub. Uczniowie piszą: 85 rub. : 5 = 17 rub.

Następnie uczniowie się dowiedzą, że składka osoby C jest 96 rub. : 3=32 rub. i że składka osoby D jest 92 rub. : 4 = 23 rub.

N. Aby znaléść całą składkę, co trzeba zrobić z tymi 4-a ilorazami. U. Trzeba je dodać do siebie. N. Te ilorazy więc będą składnikami sumy, oznaczającéj całą składkę. Znajdźcie tę sumę. Uczniowie dodają: 24 rub + 17 rub. + 32 rub. + 23 rub. = 96 rub.

N. Wynajdźcie teraz ilość rubli rozdaną pogorzelcom. Uczniowie odejmują: 96 rub. — 12 rub. = 84 rub.

U. Czy możecie teraz dowiedziéć się, ile rodzin pogorzelców dostało wsparcie? U. Możemy. N. Jakie, jak mówiliście, trzeba w tym celu wykonać działanie? U. Dzielenie. N. Wykonajcie je. Uczniowie piszą: 84 rub. : 6 rub. = 14.

N. Ile więc rodzin dostało wsparcie? U. 14 rodzin.

ROZDZIAŁ VI.

LICZBY OD 100 DO 1000. CZTÉRY DZIAŁANIA NA TYCH LICZBACH.

---

§ 99. Liczby 200, 300,..., 900 i 1000.

Nauczyciel kreśli ramkę kwadratową pustą. N. Umówiliśmy się, że taka ramka jest wizerunkiem liczby sto. Liczbę tę, jak wiecie, można napisać 2-a sposobami, mianowicie:

1 s., albo 100.

Nauczyciel kréśli obok 2-ą taką ramkę. N. Macie teraz 2 ramki kwadratowe. Możemy je uważać jako wizerunek liczby, złożonéj z dwu setek. Liczba ta nazywa się dwieście, i może być wyrażona na piśmie także 2-a sposobami:

2 s., albo 200.

Nauczyciel kréśli pokolei: 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 ramek kwadratowych i objaśnia, że otrzymywane figury mogą być uważane jako wizerunki liczb, które się nazywają: trzysta, cztérysta, pięćset, sześćset, siedemset, osiemset dziewięćset, i piszą się 2-a sposobami:

3 s. albo 300, i t. d., 9 s. albo 900.

Mając już liczbę 900, nauczyciel obok narysowanych 9-u ramek kwadratowych kréśli 10-ą takąż ramkę i mówi:

widzicie na tablicy 10 ramek kwadratowych; możemy je uważać, jako wizerunek liczby złożonéj z 10-u setek. Przypomnijcie sobie teraz, cośmy zrobili z 10-u jednościami, gdyśmy je poraz piérwszy rozważali? U. Połączyliśmy te 10 jedności w jednę całość; całość ta nazywa się dziesiątkiem. N. Jak się dziesiątek wyraża na piśmie? U. 2-a sposobami, mianowicie:

Uczniowie piszą na tablicy: 1 dz. i 10.

N. Jak postąpiliśmy z liczbą, mającą 10 dziesiątków? U. Te 10 dziesiątków połączyliśmy w jednę całość, która się nazywa setką. N. Jak się pisze setka? U. 2-a sposobami:

Uczniowie piszą na tablicy: 1 s. i 100.

N. Mamy teraz 10 setek; połączymy je również w jednę całość. Całość ta w nauce rachunków nazywa się tysiącem, i również wyraża się na piśmie 2-a sposobami, mianowicie:

pisze się cyfra 1 i obok litera *t*, która jest tu skróceniem wyrazu tysiąc; albo

pisze się cyfra 1 na miejscu 4-m.

Nauczyciel pisze na tablicy:

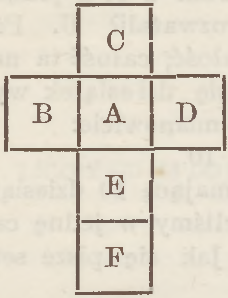
1 t. i 1000.

N. Zera, położone na miejscach: 3-m, 2-m i 1-m, ostrzegają, że liczba, oprócz jednego tysiąca, niéma ani setek, ani dziesiątków, ani jedności.

N. Powiedzcie, jakie znaki służyły nam do przedstawienia na rysunku liczb: 1, 10, 100? U. Kropka, ramka podłużna i ramka kwadratowa. N. Otóż i dla przedstawienia liczby 1000 na rysunku, obmyślimy sobie również znak odpowiedni.

Należy z papiéru wyciąć figurę, podzieloną na 6 kwadratów, tak ułożonych, jak wskazuje obok umieszczony rysunek. Wówczas, zginając papiér według linij, oddzielających te kwadraty, można z nich utworzyć pudełko; kwadrat-

A będzie jego spodem, kwadraty B, C, D i E ścianami bocznymi, a kwadrat F wiérzchem.

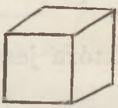


N. Widzicie pudełko, ograniczone ze spodu, z boków i z wiérzchu kwadratami; taka figura nazywa się sześcianem.

Nauczyciel odchyla kwadrat F i pokazuje uczniom wnętrze sześcianu.

N. W tym sześcianie możnaby umieścić 10 ramek kwadratowych, na wzór półek w szafie. Ponieważ każda ramka kwadratowa, zamknięta w sześcianie, oznacza 1 setkę, więc ten sześcian będzie wizerunkiem 10-u setek, czyli liczby tysiąc.

Nauczyciel kréśli na tablicy sześcian.



N. Narysowałem sześcian; rysunek ten wyobraża nam liczbę tysiąc.

Zadania.

1. Rubel ma 100 kopiéjek; ile jest kopiéjek w 5-u, w 7-u, w 10-u rublach?

2. Wyrobnik oszczędza dziennie 10 kopiéjek, ile oszczędzi w ciągu 100 dni?

3. Ileby razy potrzeba było narysować po 10 ramek podłużnych, żeby rysunek przedstawiał liczbę 1000? Liczba 1000 ile ma dziesiątków?

4. Ile potrzeba dać papiérków jednorublowych dla zapłacenia należnych komuś 1000 kopiéjek?

5. Wypłacić 1000 groszy samymi dziesiątkami (moneta 10-groszowa); ile na to potrzeba miéć dziesiątek?

6. Wiek ma 100 lat; ile jest lat w 3, 7, 9, 10 wiekach?

7. Centnar ma 100 funtów; ile jest centnarów w 200, 400, 600, 800, 1000 funtach?

8. Wersta ma 500 sażeni, ile jest sażeni w 2 werstach?

9. Odległość 2 słupów telegraficznych jest 10 sażeni, ile jest tych słupów na linii telegraficznéj, mającéj 2 wersty długości?

10. Ile groszy kosztuje 100 kajetów, jeżeli każdy kajet kosztuje 10 groszy?

11. Do składu materyjałów opałowych przywieziono 100 fur węgla kamiennego, po 10 korcy na każdéj furze; ile przywieziono korcy węgla?

12. W jednym koszu jest 100 gruszek; ile jest gruszek w 3-ch, 5-u, 7-u, 9-u, 10-u takich koszach?

13. Metr ma 10 decymetrów, a decymetr ma 10 centymetrów; ile jest centymetrów w 3-ch, 4-ch, 6-u, 8-u, 9-u metrach? I t. d.

§ 100. Liczby, złożone z setek i dziesiątków, pośrednie między 100 i 1000.

Nauczyciel pisze liczby:

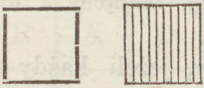
100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000.

N. Macie na tablicy szereg, złożony z 10-u liczb; piérwsza liczba 100 i ostatnia 1000 stanowią krańce tego szeregu; liczby zaś: 200, 300, i t. d., 900 są pośrednimi między tymi krańcami. W tym szeregu liczba

2-a, t. j. 200, jest większa od 1-éj liczby 100 o 100 jedności,
3-a „ 300 „ „ „ 2-éj „ 200 „ „ „
i t. d.
10-a „ 1000 „ „ „ 9-éj „ 900 „ „ „

Wogóle: w tym szeregu każda liczba jest większa od poprzedniéj o 100 jedności.

Będziemy teraz szukali liczb pośrednich między każdymi dwiema obok siebie wypisanymi liczbami tego szeregu.



Nauczyciel kréśli 2 ramki kwadratowe, 1-ę pustą, 2-ą z 10 ramkami podłużnymi wewnątrz (zob. str. 113).

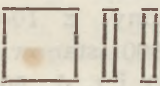
N. Widzicie wyraźnie w 2-éj ramce kwadratowéj 10 ramek podłużnych, czyli 10 dziesiątków; będziemy je pokolei dodawali do 1-éj ramki kwadratowéj czyli do setki.

Nauczyciel ściéra 2-ą ramkę kwadratową, a na jéj miejscu kréśli ramkę podłużną. N. Macie na tablicy ramkę kwadratową i ramkę podłużną; jestto wizerunek liczby złożonéj z 1-éj setki i 1-go dziesiątka; liczba ta jest więc: sto i dziesięć, albo: *sto dziesięć* i może być napisana 3-a sposobami:

1 s. + 1 dz., albo 100 + 10, albo 110.

Zwykle używamy ostatniego sposobu.

Nauczyciel w poprzedzającéj figurze, obok ramki podłużnéj, kréśli z prawéj strony 2-ą takąż ramkę. N. Macie



teraz na tablicy wizerunek liczby złożonéj z jednej setki i 2 dziesiątków; liczba ta nazywa się *sto dwadzieścia* i może być napisana 3-a sposobami:

1 s. + 2 dz., albo 100 + 20, albo, jak zwykle, 120.

Przez stopniowe dodawanie do figury, będącéj na tablicy, po jednéj ramce podłużnéj będą powstawały wizerunki liczb:

sto trzydzieści, sto czterdzieści, i t. d.,

sto dziewięćdziesiąt,

które na piśmie można przedstawić 3-a sposobami, mianowicie:

1 s. + 3 dz., albo: 100 + 30, albo, jak zwykle, 130
i t. d.
1 s. + 9 dz. „ 100 + 90, „ „ „ 190.

Nakoniec, po dodaniu ostatniéj ramki podłużnéj, utworzy się na tablicy rysunek, złożony z ramki kwadratowéj i 10-u ramek podłużnych, które nauczyciel zastąpi przez 2-ą ramkę kwadratową. Te 2 ramki będą wizerunkiem znanéj już uczniom liczby 200.

Otrzymawszy już liczbę 200, nauczyciel napisze na tablicy następujący szereg liczb:

100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200.

N. Macie na tablicy szereg liczb, w którym liczbami krańcowymi są liczby 100 i 200. Oile liczba 110 jest większa od 100? U. O 10 jedności. N. Oile liczba 120 jest większa od 110? U. Także o 10 jedności. N. Co powiecie wogóle o liczbach tego szeregu? U. Każda liczba tego szeregu jest większa od poprzedzającéj ją o 10 jedności. N. Macie w tym szeregu pośrednich liczb 9; w każdéj z nich na 1-m miejscu jest cyfra 0; w każdéj na 3-m miejscu jest cyfra 1; ilość zaś dziesiątków, oznaczona przez cyfrę na 2-m miejscu, rośnie w tych liczbach stopniowo od 1 do 9.

Zupełnie w taki sam sposób pomiędzy każde 2 liczby:

200 i 300, 300 i 400, i t. d., 900 i 1000,

uważając je za krańcowe, uczniowie będą wstawiali po 9 liczb pośrednich, powiększających się stopniowo o 10 jedności.

N. Między liczbami krańcowymi 200 i 300 wstawcie liczby pośrednie, powiększające się stopniowo o 10 jedności; jak to zrobicie? U. Rozmienimy 3-ą setkę na dziesiątki i będziemy je dodawali pokolei do dwu piérwszych setek. N. Napiszcie szereg liczb, które w ten sposób powstaną. Uczniowie piszą:

200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300.
N. Co powiecie o liczbach pośrednich tego szeregu? U. Wszystkie te liczby mają: na 3-m miejscu cyfrę 2, na 1-m miejscu cyfrę 0, cyfry zaś, będące na miejscu 2-m, zmieniają się stopniowo od 1 do 9.

N. Napiszcie szereg liczb, jaki otrzymacie w ten sam sposób, biorąc liczby 300 i 400 za krańcowe. Uczniowie piszą:

300, 310, 320, 330, 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400.

N. Przyjrzyjcie się liczbom tego szeregu i poprzedniego i powiedzcie, którą cyfrą różnią się od siebie odpowiednie liczby w tych dwu szeregach? U. Różnią się tylko cyfrą, położoną na miejscu 3-m, to jest cyfrą, oznaczającą setki.

I t. d.

N. Jakie są największe liczby, o których dotąd mówiliśmy? U. Liczby: 900 i 1000. N. Napiszcie taki sam szereg liczb, jak poprzednio, biorąc te liczby: 900 i 1000, jako krańcowe. Uczniowie piszą:

900, 910, 920, 930, 940, 950, 960, 970, 980, 990, 1000.

Nauczyciel pisze na tablicy szereg liczb, o którym była mowa na początku tego paragrafu, mianowicie:

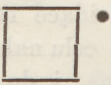
100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000.

N. Ile poznaliście liczb pośrednich między krańcami: 100 i 200? U. 9 liczb. N. Ile między liczbami krańcowymi 200 i 300? U. Także 9 liczb. I t. d. N. Ile między krańcowymi 900 i 1000? U. Także 9 liczb. N. Ile więc mieliśmy wszystkich liczb, nie napisanych teraz na tablicy, pośrednich między krańcami 100 i 1000? U. 9 razy 9, czyli 81 liczb. N. Policzcie teraz liczby napisane na tablicy i powiedzcie, ile ich jest? U. Jest ich 10. N. Ile więc było wszystkich takich liczb od 100 do 1000, o których dotąd mówiliśmy. U. Było wszystkich 91.

§ 101. Wszystkie liczby pośrednie między 100 i 1000.

N. Liczby, przez was poznane, nie są to jeszcze wszystkie pośrednie między krańcami 100 i 1000. Wiecie, że z dwu, bezpośrednio po sobie następujących liczb, 2-a musi być większa od 1-éj o 1 jedność. Naprzykład: liczba 8 jest większa od 7 o 1 jedność, liczba 46 jest większa od 45 o 1 jedność i t. d. To pamiętając, będziemy szukali wszystkich liczb pośrednich między krańcami: 100 i 1000.

Nauczyciel kréśli na tablicy ramkę kwadratową i obok ramkę podłużną. N. Macie na tablicy wizerunek znanéj już wam liczby 110. Otworzymy ramkę podłużną i zamknięte w niéj 10 kropek będziemy pokolei dodawali do ramki kwadratowéj.



Nauczyciel ściéra ramkę podłużną, a na jéj miejscu pisze kropkę. N. Jest to wizerunek liczby, złożonéj z 1 setki i 1 jedności; liczba ta nazywa się s t o j e d e n i może być wyrażona na piśmie 3-a sposobami, mianowicie:

1s. + 1 , albo 100 + 1, albo, jak zwykle, 101.

Cyfra 1, położona na miejscu 3-m, wskazuje, że w téj liczbie jest 1 setka; cyfra 0 na miejscu 2-m ostrzega, że liczba, oprócz dziesiątków zawartych w setce, niéma żadnego dziesiątka; nakoniec cyfra 1 na miejscu 1-m wyraża, że liczba oprócz setki ma jednę jedność.

Nauczyciel obok poprzedniéj kropki pisze 2-ą kropkę. N. Liczba ta nazywa się s t o d w a i może być napisana 3-a sposobami, mianowicie:

1 s. + 2, albo 100 + 2, albo, jak zwyczajnie 102.

Dodając wciąż po jednéj kropce, nauczyciel otrzyma pozostałe pośrednie liczby między 100 i 110. sto trzy, sto cztery, sto pięć i t. d., sto dziewięć, które wyrazi na piśmie w ten sam sposób 3-a sposobami.

N. Po dodaniu do liczby 109 jeszcze jednéj jedności (nauczyciel kréśli 10-ą kropkę i te 10 kropek zamyka w ramce podłużnéj), otrzymujemy znaną już wam liczbę 110. Nauczyciel pisze szereg liczb:

100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110.

N. Macie szereg liczb, którego krańcami są liczby 100 i 110. W tym szeregu, jak widzicie, liczb pośrednich jest 9; wszystkie one mają też same cyfry na miejscach 3-m i 2-m, cyfra tylko jedności (na miejscu 1-m) zmienia się stopniowo od 1 do 9. Ponieważ każda z tych liczb jest większa od poprzedniéj o 1 jedność, więc jest to szereg liczb bezpośrednio po sobie następujących od 100 do 110.

Następnie uczniowie już sami, pod kierunkiem nauczyciela znajdą wszystkie bezpośrednio po sobie idące liczby, zawarte między krańcami: 110 i 120. W tym celu nakréślą na tablicy ramkę kwadratową i ramkę podłużną, i do nich będą dodawali wciąż po jednéj kropce, aż do 10-u. Następnie te 10 kropek zamkną w 2-éj ramce podłużnéj. Po dodaniu każdéj kropki uczniowie powinni nazwać liczbę, któréj wizerunek mają przed sobą, i napisać ją 3-a sposobami. Powstanie więc następujący szereg liczb po sobie idących:

110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120.

N. Co powiecie o liczbach pośrednich tego szeregu? U. Wszystkie te liczby mają: na 3-m miejscu cyfrę 1, na 2-m także cyfrę 1, cyfra zaś, położona na miejscu 1-m, zmienia się stopniowo od 1 do 9. N. Powiedzcie 4-ą liczbę pośrednią między krańcami: 110 i 120. U. 114.

Zadania.

1. Napiszcie wszystkie po sobie idące liczby, pośrednie między krańcami: 230 i 240.

2. To samo między liczbami: 370 i 380, 450 i 460 580 i 590, 710 i 720, i t. d., 990 i 1000.

3. Napiszcie 7-ą pośrednią między krańcami 610 i 620. Jak ją znajdziecie?

4. Narysujcie wizerunki liczb: 132, 247, 326, 519 i t. d.

5. Staś ma 17 dziesiątek (monety 10-cio groszowe) i 8 groszy; ile on ma groszy?

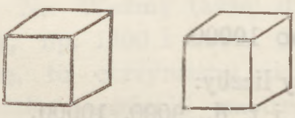
6. Ignaś kupuje książkę za 175 groszy; ma przy sobie same dziesiątki i pojedyńcze grosze, których jest mniéj niż 10. Ile więc on da monet jednych i drugich?

7. Napiszcie liczbę, mającą 27 dz. i 9 jedności.

8. Napiszcie liczbę, mającą 4 t. i 37 jedności.

9. Franuś za globus zapłacił 2 ruble i 85 kop.; ile to kopiéjek?

§ 102. Liczby od 1000 do 10000.



Nauczyciel kréśli 2 sześciany. N. Macie na tablicy 2 sześciany; każdy z nich wyobraża liczbę 1000; ten więc rysunek jest wizerunkiem liczby, złożonéj z dwu tysięcy; liczba ta nazywa się dwa tysiące.

Wiecie, że liczba jeden tysiąc może być wyrażona na piśmie 2-ma sposobami, mianowicie: 1 t., albo

1000; podobnie i liczbę **dwa tysiące** można napisać 2-ma sposobami:

pisząc cyfrę 2 i umieszczając obok literę *t*, która tu jest skróceniem wyrazu **tysiąc**, albo

kładąc cyfrę 2 na miejscu 4-m, a na pozostałych 3-ch miejscach zera. Liczbę więc dwa tysiące tak napiszemy (nauczyciel pisze na tablicy):

2 t., albo 2000.

Podobnie uczniowie poznają liczby: **trzy tysiące, cztéry tysiące, pięć tysięcy**, i t. d., **dziewięć tysięcy** i każdą z nich napiszą podobnież 2-ma sposobami.

N. Jeżeli do liczby 9000 dodamy jeszcze 1 tysiąc, otrzymamy liczbę, złożoną z 10-u tysięcy, które łączymy w jednę całość. Nie mamy osobnego wyrazu dla oznaczenia téj całości; nazywamy ją w nauce rachunków **dziesiątkiem tysięcy**. Liczba **dziesiątek tysięcy**, czyli **dziesięć tysięcy** wyraża się na piśmie 2-ma sposobami:

pisze się cyfra 1 i obok litery *dz. t.*, które są skróceniem wyrazów: **dziesiątek tysięcy**, albo:

pisze się cyfra 1 na 5-m miejscu, a na pozostałych 4-ch miejscach kładą się zera. Liczbę więc **dziesięć tysięcy**, czyli 1 dziesiątek tysięcy tak napiszemy:

1 dz. t., albo 10000.

Nauczyciel pisze na tablicy liczby:

1000, 2000, 3000, 4000, i t. d., 9000, 10000.

N. Poznaliście nowy szereg liczb, którego krańcami są liczby: 1000 i 10000. Jeżeli do 1-éj liczby tego szeregu, to jest do 1000, będziemy dodawali 9 razy wciąż po 1 setce, to otrzymamy stopniowo 9 liczb pośrednich pomiędzy liczbami 1000 i 2000; one się nazywają:

tysiąc sto, tysiąc dwieście, tysiąc trzysta, i t. d., tysiąc dziewięćset,
i mogą być napisane 3-ma sposobami:

1 t. + 1 s., albo 1000 + 100 krócéj 1100.
1 t. + 2 s. „ 1000 + 200 „ 1200,
i t. d.
1 t. + 9 s. „ 1000 + 900 „ 1900.

Wszystkie te liczby mają 2 zera na końcu (na 1-m i 2-m miejscu); cyfra, oznaczająca ilość setek, zmienia się stopniowo od 1 do 9, cyfra zaś oznaczająca tysiące jest we wszystkich liczbach 1.

Podobnie, biorąc liczby 2000 i 3000 za krańce, otrzymamy następujący szereg liczb pośrednich:

2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700, 2800, 2900,

I t. d. Nakoniec pomiędzy liczbami 9000 i 10000 otrzymamy w taki sam sposób następujące liczby pośrednie:

9100, 9200, 9300, 9400, 9500, 9600, 9700, 9800, 9900.

N. Wszystkie liczby, któreśmy teraz wypisali, pośrednie między liczbami: 1000 i 10000, mają zera na miejscach: 1-m i 2-m; te liczby nie mają ani dziesiątków, ani jedności — składają się tylko z setek. Liczba np. 2300 ma 23 setki, liczba 4800 ma 48 setek i t. d.

N. Weźmy takie dwie po sobie następujące liczby, np. 1300 i 1400. Jeżeli do liczby 1300 dodamy setkę, to otrzymamy liczbę 1400. Ale jeżelibyśmy tę setkę rozmienili na dziesiątki i te dziesiątki pokolei dodawali do 1300, to otrzymalibyśmy stopniowo 9 liczb pośrednich między liczbami 1300 i 1400. Wszystkie te liczby pośrednie będą miały po 1 tysiącu i po 3 setki, lecz ilość ich dziesiątków będzie stopniowo rosła od 1 dz. do 9 dz.; będą to więc liczby następujące:

1310, 1320, 1330, 1340, 1350, 1360, 1370, 1380, 1390.

W podobny sposób uczniowie znajdą szeregi liczb, różniących się o 1 dziesiątek, pośrednich między liczbami:

5100 i 5200, 8700 i 8800, 9500 i 9600 i t. d.

Nauczyciel pisze na tablicy 2 którekolwiek znane już uczniom liczby, różniące się od siebie o 1 dziesiątek; np. 1370 i 1380. N. Przeczytajcie te liczby. U. Tysiąc trzysta siedemdziesiąt i tysiąc trzysta osiemdziesiąt. N. Z ilu i jakich części składa się piérwsza liczba? U. Z 3-ch części: 1-go tysiąca, 3-ch setek i 7-u dziesiątków. N. Z ilu i jakich części składa się druga liczba? U. Także z 3-ch części: 1 tysiąca, 3-ch setek i 8-u dziesiątków. N. Co trzeba dodać do 1-éj liczby, żeby otrzymać 2-ą? U. 1 dziesiątek. N. Rozmienimy ten dziesiątek na jedności i będziemy je dodawali pokolei do 1-éj liczby. Po dodaniu 1 otrzymamy liczbę, złożoną z 4-ch części: 1 t., 3 s., 7 dz. i 1-ści; nazwa jéj składa się z wyrazów, oznaczających każdą część. Więc jak nazwiecie tę liczbę? U. Tysiąc trzysta siedemdziesiąt jeden. N. Można ją napisać 3-ma sposobami:

1 t. + 3 s. + 7 dz. + 1, albo 1000 + 300 + 70+1, albo krócéj 1371.

Po dodaniu 1 do liczby 1371 utworzy się liczba tysiąc trzysta siedemdziesiąt dwa, którą także można napisać 3-ma sposobami:

1 t. + 3 s. + 7 dz. + 3, albo 1000 + 300 + 70 + 2, albo krócéj 1372.

Tym sposobem, przez doliczanie coraz nowych jedności, utworzy się szereg liczb pośrednich między krańcami 1370 i 1380, mianowicie:

1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379.

Wszystkie te liczby mają jednakowe cyfry na miejscach: 4-m, 3-m i 2-m, cyfra zaś, położona na miejscu 1-m, zmienia się stopniowo od 1 do 9. Ponieważ każda liczba tego szeregu jest większa od poprzedniéj o 1 jedność, więc jest to szereg liczb bezpośrednio po sobie następujących.

N. Znajdźcie teraz sami wszystkie po sobie następujące liczby, pośrednie między krańcami 3850 i 3860. Jak je znajdziecie? U. Do liczby 3850, mniejszéj z tych liczb krańcowych, będziemy doliczali 9 razy po jedności. N. Napiszcie szereg tych liczb. Uczniowie piszą:

3851, 3852, 3853, 3854, 3855, 3856, 3857, 3858, 3859.

§ 103. Liczby jedno-, dwu-, trzy- i cztérocyfrowe.

Nauczyciel pisze na tablicy liczby:

1 , 10 , 100 , 1000 , 10000.

N. Nazwijcie wszystkie po sobie idące liczby, pośrednie między liczbami: 1 i 10, i napiszcie je. Uczniowie nazywają i piszą:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

N. Jeżeli do nich dołączymy liczbę 1, to otrzymamy wszystkie liczby, wyrażające się zapomocą jednéj cyfry; z tego powodu nazywają się one liczbami jednocyfrowymi.

Liczba 10 wyraża się zapomocą 2 cyfr i jest najmniejszą liczbą dwucyfrową; największą dwucyfrową liczbą jest 99, bezpośrednio poprzedzająca liczbę 100; więc: liczba 10 i wszystkie kolejno po niéj idące liczby, pośrednie między 10 i 100, są dwucyfrowe.

Liczba 100 jest najmniejszą trzycyfrową; największą jest liczba 999, bezpośrednio poprzedzająca liczbę 1000; więc: 100 i wszystkie kolejno po niéj idące liczby, pośrednie między krańcami 100 i 1000, są trzycyfrowe.

Podobnie: liczba 1000 i wszystkie kolejno po niéj idące liczby, pośrednie między krańcami: 1000 i 10000, są czterocyfrowe. Największą z nich jest liczba 9999.

Liczby więc, z którymi mieliśmy do czynienia, dają się podzielić na:

liczby jednocyfrowe od 1 do 9,
liczby dwu cyfrowe od 10 do 99,
liczby trzycyfrowe od 100 do 999,
i liczby czterocyfrowe od 1000 do 9999.

Zadania.

1. Znajdźcie szereg bezpośrednio po sobie idących liczb, pośrednich między krańcami: *a*) 1000 i 1010; *b*) 9990 i 10000.

2. Znajdźcie: *a*) 7 ą pośrednią między krańcami: 3270 i 3280; *b*) 4-ą pośrednią między krańcami: 4710 i 4720; *c*) 8-ą pośrednią między krańcami 5630 i 5640, i t. d.

3. Jakich liczb wizerunkiem są figury złożone: *a*) z 17-u ramek kwadratowych i 29-u kropek; *b*) z 36-u ramek kw. i 73 krop.; *c*) z 65 ram. kw. i 87 krop., i t. d.?

4. Napiszcie liczby, które mają: *a*) 43 s.; *b*) 65 s.; *c*) 89 s., i t. d.

6. Napiszcie liczby, które mają: *a*) 43 s. i 27 jedności; *b*) 65 s. i 37 jedności; *c*) 89 s. i 75 jedności, i t. d.

6) Powiedzcie, ile mam wszystkich kopiéjek, jeżeli mam: *a*) 32 rub. i 17 kop.; *b*) 43 rub. i 75 kop.; *c*) 68 rub. i 85 kop., i t. d.

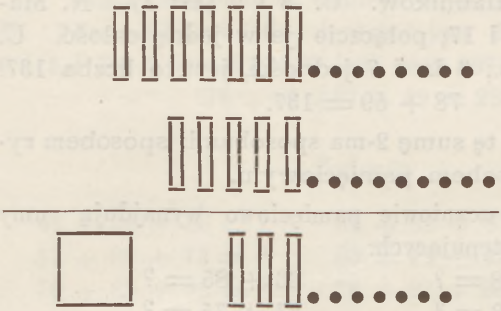
7. Powiedzcie, ile mamy wszystkich funtów, jeżeli mamy: *a*) 9 centnarów i 25 fun.; *b*) 82 cen. i 29 fun.; *c*) 96 cent. i 75 fun., i t. d.

8. Ile jest wszystkich lat *a*) w 7 wiekach i 15 latach; *b*) w 13 w. i 25 l.; *c*) w 24 w. i 72 l., i t. d.

9. Kupiono 75 koni i płacono za każdego po 100 rubli; ile kosztują wszystkie konie?

10. Wiemy, że Adaś ma więcéj niż 1250, ale mniéj niż 1260 orzechów; czy wiemy już dokładnie, ile Adaś ma orzechów i ile on ich miéć może?

§ 104. Dodawanie liczb dwucyfrowych.



Nauczyciel kréśli w jednym rzędzie 7 ramek podłużnych i 8 kropek, w 2-m rzędzie 5 ramek podłużnych i 9 kropek i te rzędy podkréśla.

N. Mamy na tablicy wizerunek dwu liczb: 78 i 59; znajdźmy wizerunek ich sumy. Jeden składnik ma 7 dz., a 2-i 5 dz.; po dodaniu ich otrzymujemy 12 dz. czyli 1 s. i 2 dz. (nauczyciel ściéra wszystkie ramki podłużne i natomiast umieszcza pod kréską 1 ramkę kwadratową i 2 ramki podłużne); jeden składnik ma 8 jedności, a 2-i 9 jedności; po dodaniu ich otrzymujemy 17 jedności czyli 1 dz. i 7 jedności (nauczyciel ściéra kropki nad kréską i po prawéj stronie ramek, narysowanych pod kréską, kréśli 1 ramkę podłużną i 7 kropek). Otrzymaliśmy wizerunek liczby 137, która jest sumą danych składników. Więc (nauczyciel pisze):

$$78 + 59 = 137.$$

N. Dla wykonania tego dodawania narysowaliśmy naprzód składniki; następnie znaleźliśmy wizerunek ich sumy i nakoniec wyraziliśmy ten wizerunek zapomocą cyfr.

Znajdziemy teraz tę sumę bez pomocy rysunku. Nauczyciel pisze:

$$78 + 59 = ?$$

N. Ile dziesiątków ma każdy składnik? U. Piérwszy składnik ma 7 dz., 2-i 5 dz. N. Dodajcie je do siebie. U. 7 dz. i 5 dz. jest 12 dz., czyli 120. N. Dodajcie do siebie jedności składników. U. 8 i 9 jest 17. N. Macie 2 liczby: 120 i 17; połączcie je w jednę całość. U. Całość ta ma: 1 s., 3 dz. i 7 jedności, jest to liczba 137. N. Więc: $78 + 59 = 137.$

Znaleźliśmy tę sumę 2-ma sposobami: sposobem rysunkowym i sposobem pamięciowym.

Dla wprawy uczniowie pamięciowo wynajdują sumy w przykładach następujących:

$76 + 48 = ?$ $86 + 85 = ?$
$49 + 58 = ?$ $57 + 75 = ?$
$63 + 89 = ?$ $89 + 94 = ?$ i t. d.

N. We wszystkich tych przykładach dodawania składniki były zawsze dwucyfrowe. Sposób, jakiego używaliście, aby wynaléść sumy, był zawsze jednakowy. Opiszcie ten sposób. U. Naprzód dodawaliśmy dziesiątki składników; następnie dodawaliśmy ich jedności, a nakoniec te dwie sumy łączyliśmy w jednę całość.

N. Opisanie sposobu, używanego przy wykonaniu działania na liczbach, nazywa się w nauce rachunków p r a w i d ł e m tego działania. Jakie więc jest prawidło dodawania liczb dwucyfrowych? U. Należy naprzód dodać dziesiątki składników, następnie ich jedności i te dwie sumy połączyć w jednę całość.

N. Prawidło to można rozciągnąć i na większą liczbę składników.

Nauczyciel pisze na tablicy:

$$63 + 84 + 96 = ?$$

Uczniowie pamięciowo dodają według wypowiedzianego prawidła. U. 6 dz. i 8 dz. i 9 dz. jest 23 dz.; czyli 230, 3 i 4 i 6 jest 13; 230 + 13 jest 243. Więc:

$$63 + 84 + 96 = 243.$$

Nauczyciel pisze na tablicy: 76 + 85 + 27 + 49 = ? U. 7 dz. i 8 dz. i 2 dz. i 4 dz. jest 21 dz., czyli 210; 6 i 5 i 7 i 9 jest 27; 210 i 27 jest 237; więc:

$$76 + 85 + 27 + 49 = 237.$$

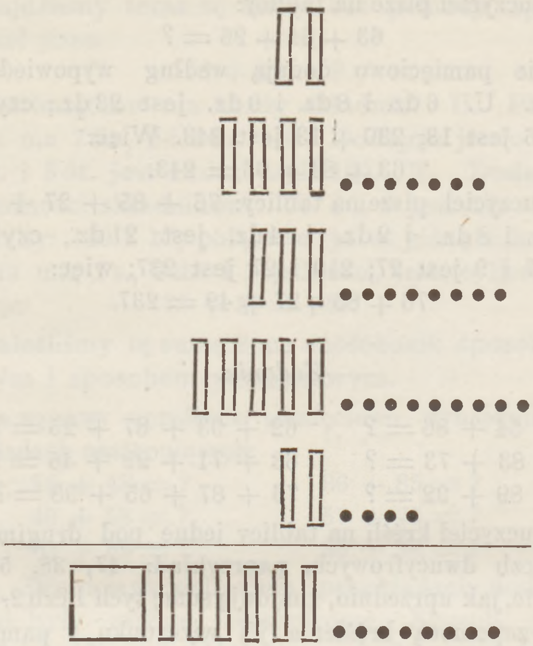
Zadania.

49 + 54 + 86 = ?	62 + 93 + 87 + 25 = ?
57 + 83 + 73 = ?	63 + 71 + 29 + 45 = ?
76 + 89 + 92 = ?	76 + 87 + 65 + 98 = ? i t. d.

Nauczyciel kréśli na tablicy jedne pod drugimi wizerunki liczb dwucyfrowych, naprzykład: 47, 38, 59 i 24. Uczniowie, jak uprzednio, znajdują sumę tych liczb 2-ma sposobami: zapomocą kréślenia jéj wizerunku i pamięciowo. Jedną i drugą drogą uczniowie dochodzą do wzoru:

$$47 + 38 + 59 + 24 = 168.$$

Nauczyciel powtórnie kréśli na tablicy jedne pod drugimi wizerunki tych samych liczb. N. Aby znaléść sumę tych liczb, poczynaliśmy od dodawania dziesiątków. Zacznijmy teraz od dodawania jedności: 7 i 8 i 9 i 4 jest 28 jedności, czyli 2 dz. i 8 jedn; nauczyciel ściéra wszystkie kropki nad kréską, a natomiast kréśli: 8 kropek pod kréską i 2 ramki podłużne nad ramkami podłużnymi. N. Dodamy teraz dziesiątki: 2 dz. (otrzymane z dodania jedności) i 4 dz. i 3 dz. i 5 dz. i 2 dz. to razem 16 dz., czyli 1 s. i 6 dz.; nauczyciel ściéra wszystkie ramki podłużne nad kréską, a pod kréską przed kropkami kréśli 6 ramek podłużnych i 1 ramkę kwadratową:



2 N. Znajdziemy jeszcze raz sumę tych sa-
47 mych liczb, poczynając od dodawania jedności,
38 ale bez pomocy rysunku. Nauczyciel pisze skła-
59 dniki jedne pod drugimi tak, żeby jedności były
24 pod jednościami, a więc wskutek tego i dziesiątki
168 pod dziesiątkami; te składniki podkréśla i dodaje naprzód ich jedności. N. Mamy 28 jedności, czyli 2 dz. i 8 jedności; nauczyciel pisze cyfrę 8 pod kréską na 1-m miejscu, a cyfrę 2 nad dziesiątkami składników. N. 2 dz. (otrzymane z dodania jedności) i 4 dz. i 3 d. i 5 dz. i 2 dz. to razem jest 16 dz., czyli 1 s. i 6 dz.; nauczyciel

pisze pod kréską: cyfrę 6 na miejscu 2-m, cyfrę zaś 1 na 3-m.

W taki sam sposób (poczynając od dodawania jedności) uczniowie zrobią przykłady następujące:

81	76	98	42	85
93	84	75	51	71
			30	94

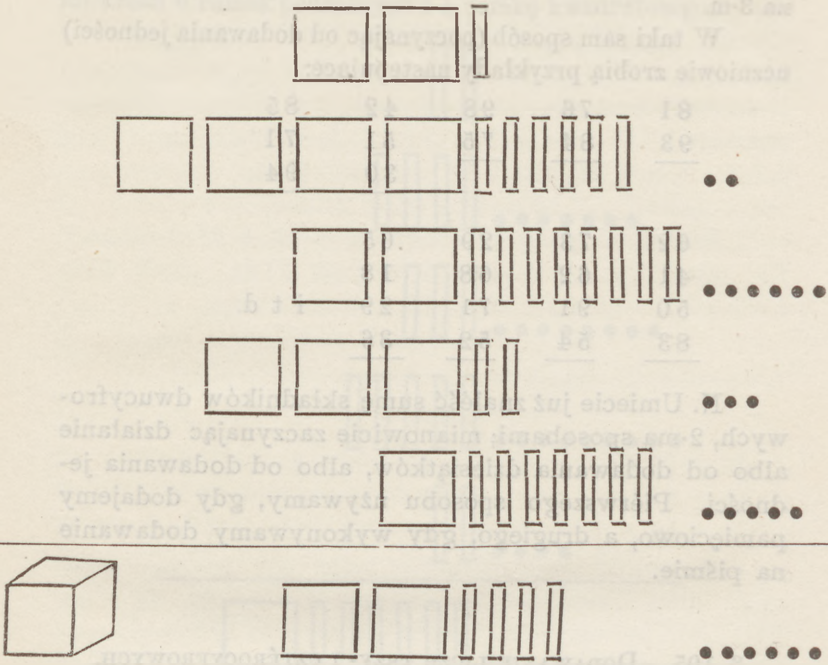
62	73	29	65	
41	62	68	18	
50	91	71	29	i t d.
83	54	52	36	

N. Umiecie już znaléść sumę składników dwucyfrowych, 2-ma sposobami; mianowicie zaczynając działanie albo od dodawania dziesiątków, albo od dodawania jedności. Piérwszego sposobu używamy, gdy dodajemy pamięciowo, a drugiego, gdy wykonywamy dodawanie na piśmie.

§ 105. Dodawanie liczb trzy- i cztérocyfrowych.

Nauczyciel kréśli jedne pod drugimi wizerunki 4-ch liczb: 462, 286, 323 i 175 i podkréśla je. N. Mamy na tablicy wizerunki 4-ch liczb; znajdziemy wizerunek ich sumy, zaczynając działanie od dodawania jedności.

N. 2 i 6 i 3 i 5 jedności jest 16 jedności czyli 1 dz. i 6 jedności; nauczyciel ściéra wszystkie kropki, znajdujące się nad kréską, i zamiast nich kréśli 6 kropek pod kréską i 1 ramkę podłużną nad ramkami podłużnymi składników. N. 1 dz. (otrzymany z dodania jedności) i 6 dz. i 8 dz. i 2 dz. i 7 dz. jest 24 dz., czyli 1 s. i 4 dz.; nauczyciel ściéra wszystkie ramki podłużne nad



kréską, a pod kréską rysuje 4 ramki podłużne z lewéj strony kropek, a 2 ramki kwadratowe nad ramkami kwadratowymi składników. N. 2 s. (otrzymane z dodania dziesiątków) i 4 s. i 2 s. i 3 s. i 1 s. jest 12 s., czyli 1 t. i 2 s.; nauczyciel ściéra wszystkie ramki kwadratowe nad kréską, a pod nią rysuje 2 ramki kwadratowe i 1 sześcian. N. Macie pod kréską: 1 sześcian, 2 ramki kwadratowe, 4 ramki podłużne i 6 kropek; jest to wizerunek liczby 1246, która jest sumą 4-ch liczb danych; więc:

$$462 + 286 + 323 + 175 = 1246.$$

N. Znajdziemy teraz tę samę sumę bez pomocy rysunku.

1 2
462
286
323
175
1246

Nauczyciel pisze składniki jedne pod drugimi tak, żeby jedności ich były pod jednościami, a wskutek tego dziesiątki pod dziesiątkami i setki pod setkami, i te składniki podkréśla. N. Od czego zaczniecie dodawanie? U. Od dodawania jedności. Uczniowie dodają jedności i otrzymują 16 jedności, czyli 1 dz. i 6 jedności; cyfrę 6 jedności piszą pod kréską na miejscu 1-m, a cyfrę 1, oznaczającą dziesiątek, piszą nad dziesiątkami składników. Z dodania dziesiątków wypadnie w sumie 24 dz., czyli 2 s. i 4 dz.; cyfrę 4 uczniowie piszą pod kréską na miejscu 2-m, a cyfrę 2 nad setkami składników. Z dodania setek uczniowie otrzymują 12 setek, czyli 1 t. i 2 s. i piszą cyfrę 2 na 3-m miejscu, a cyfrę 1 na 4-m.

W taki sam sposób (poczynając od dodawania jedności) uczniowie zrobią zadania następujące:

423	352	283	187	465	
156	129	374	296	879	i t. d.

456	968	589	500	709	
261	254	720	960	408	
853	368	309	508	897	i t. d.

572	683	495	869	372	
469	198	783	872	583	
853	369	527	943	264	
953	567	451	658	354	
		987	537	249	
				973	i t. d.

Można także pamięciowo wykonywać dodawanie liczb trzycyfrowych; wówczas należy rozpoczynać działanie od dodawania setek.

Nauczyciel ograniczy się pamięciowym wynajdywaniem sumy tylko dwu składników trzycyfrowych, gdyż wrazie większéj ich ilości zbytecznie się wysila pamięć uczniów. — Np.

245 + 324 = ? Uczniowie szukają naprzód sumy setek (2 s. + 3 s. = 5 s.); późniéj dodają dziesiątki (4 dz. + + 2 dz. = 6 dz.) i tę sumę dziesiątków doliczają do sumy setek (5 s. + 6 dz. = 560); nakoniec dodają jedności (5 + + 4 = 9) i tę sumę jedności doliczają do liczby 560 (560 + + 9 = 569). Więc: 245 + 324 = 569.

378 + 869 = ? Uczniowie pamięciowo pokolei dodają: 3 s. + 8 s. = 11 s., czyli 1100; 7 dz. + 6 dz. = 13 dz.; czyli 130; 1100 + 130 = 1230; 8 + 9 = 17; 1230 + 17 = 1247. Więc: 378 + 869 = 1247.

Takim sposobem uczniowie pamięciowo wykonywają następujące dodawania dwu składników:

213 + 172 = ?	453 + 192 = ?	546 + 798 = ?
324 + 264 = ?	571 + 295 = ?	597 + 464 = ?
463 + 325 = ?	842 + 731 = ?	869 + 775 = ?
543 + 129 = ?	986 + 578 = ?	896 + 987 = ?
247 + 318 = ?	873 + 258 = ?	948 + 986 = ? i t. d.

N. Dodając na piśmie liczby dwu- i trzycyfrowe, pisaliśmy składniki tak, żeby cyfry, zajmujące jednakowe miejsca, były jedne pod drugimi i rozpoczynaliśmy działanie od dodawania jedności. W taki sam sposób można znaléść i sumę, gdy składniki są liczbami cztérocyfrowymi. Np.

3247 + 2986 + 1753 = ?

Uczniowie podpisują składniki i dodają:

1 1 1	7 + 6 + 3 = 16, czyli 1 dz. + 6; cyfrę, ozna-
3247	czającą jedności, t. j. 6, piszę na 1-m miejs-
2986	cu pod kréską, a cyfrę oznaczającą dzie-
1753	siątek, t. j. 1, nad dziesiątkami składników;
7986	1 dz. + 4 dz. + 8 dz. + 5 dz. = 18 dz., czyli 1 s. +

+ 8 dz.; cyfrę, oznaczającą dziesiątki, t. j. 8, piszę na 2-m miejscu pod kréską, a cyfrę, oznaczającą setkę, t. j. 1, nad setkami składników;
1 s. + 2 s. + 9 s. + 7 s. = 19 s., czyli 1 t. + 9 s.; cyfrę 9, jako oznaczającą setki, piszę na 3-m miejscu pod kréską, a cyfrę 1, jako oznaczająca tysiące, nad tysiącami składników;
1 t. + 3 t. + 2 t. + 1 t. = 7 t.; cyfrę 7, jako oznaczającą tysiące, piszę na 4-m miejscu pod kréską.

Podobnym sposobem uczniowie zrobią inne przykłady na dodawanie liczb cztérocyfrowych; nauczyciel powinien tylko zważać na to, żeby suma nie przewyższała liczby 10000, gdyż ta liczba jest krańcem liczb dotąd przez uczniów poznanych. — Np.

1387	2125	1725	1025	
1243	1763	1084	1507	
2845	1586	1763	2004	
	2518	1949	1400	i t. d.
		2178	1270	
			1020	

§ 106. Jeszcze o dodawaniu,

Często składniki mają niejednakową liczbę cyfr; dodawanie i w tym razie nie przedstawi dla uczniów trudności, jeżeli będą zważać na to, żeby, należycie podpisawszy pod sobą składniki, dodawali do siebie cyfry, zajmujące też same miejsca w składnikach. Np.

$$378 + 29 + 4543 + 9 + 165 = ?$$

Uczniowie podpisują składniki jedne pod drugimi tak, aby jedności znalazły się pod jednościami, i dodają, poczynając od jedności:

1 2 3
378
29
4543
9
165
5124

8 + 9 + 3 + 9 + 5 = 34, czyli 3 dz. + 4; następnie dodają dziesiątki: 3 dz. + 7 dz. + 2 dz. + 4 dz. + 6 dz.

= 22 dz., czyli 2 s. + 2 dz., i t. d. Podobnie wykonają zadania następujące:

7	2148	36	419
49	876	248	7
378	93	46	85
2895	5	5725	9
			4718 i t. d.

Jeżeli liczba składników jest znaczna, to możemy ułatwiać wykonywanie dodawania, zastępując to jedno dodawanie przez kilka dodawań częściowych, t. j. oddzielnie dodajemy do siebie pewnych kilka składników, oddzielnie kilka z pozostałych i t. d., a następnie wszystkie tak otrzymane sumy częściowe łączymy w jednę całość, czyli otrzymujemy sumę ogólną. Na to damy tu jedno tylko zadanie, do którego podobne inne zadania łatwo można układać.

Zadanie.

	Pszenica	Żyto	Jęczmień	Owies
Styczeń	127 r.	243 r.	97 r.	114 r.
Luty	223 r.	317 r.	143 r.	157 r.
Marzec	248 r.	328 r.	156 r.	183 r.
Kwiecień	189 r.	289 r.	168 r.	212 r.
Maj	226 r.	342 r.	213 r.	315 r.
	1013 r.	1519 r.	777 r.	981 r.

Liczby rubli, znajdujące się w tabliczce obok umieszczonéj, oznaczają piéniądze, zapłacone przez kupca za pszenicę, żyto, jęczmień i owies, kupowane w miesiącach: styczniu, lutym, marcu, kwietniu i maju. Trzeba się dowiedziéć, ile rubli ów kupiec zapłacił za te 4 gatunki zboża w ciągu tych 5-u miesięcy?

Nauczyciel, wytłomaczywszy należycie uczniom to zadanie i objaśniwszy tabliczkę, mówi: liczba szukana jest sumą 20-u składników; ażeby ją znaléść, dowiemy się naprzód, ile kupiec zapłacił oddzielnie za pszenicę, oddzielnie za żyto, oddzielnie za jęczmień i oddzielnie za owies. Powiedzcie, z ilu części składa się ilość pieniędzy, którą kupiec zapłacił za wszystkę pszenicę? U. Z 5-u części. N. Znajdźcie więc, ile kupiec zapłacił za wszystkę pszenicę. Uczniowie dodają do siebie liczby, umieszczone w piérwszéj kolumnie tabliczki, i otrzymują sumę 1013 r.

Podobnie, dodając liczby 2-éj, 3-éj i 4-éj kolumny, uczniowie znajdują częściowe sumy: 1519 r. 777 r. i 981 r., które wskazują, ile kupiec zapłacił za żyto, za jęczmień i za owies.

N. Cztéry liczby, któreście otrzymali, są częściami całéj sumy zapłaconéj przez kupca za wszystko zboże. Znajdźcie więc, ile kupiec zapłacił za wszystko zboże. Uczniowie dodają:

$$\begin{array}{r} 2\,1\,2 \\ 1013\,r. \\ 1519\,r. \\ 777\,r. \\ 981\,r. \\ \hline 4290\,r. \end{array}$$

N. Ile kupiec zapłacił za wszystko zboże. U. 4290 rubli.

Następnie uczniowie powinni to zadanie wykonać inaczéj, dowiadując się oddzielnie, ile kupiec zapłacił za zboże w styczniu, ile w lutym, ile w marcu, ile w kwietniu i ile w maju, i dodając następnie do siebie pięć tak otrzymanych sum częściowych.

§ 107. Odejmowanie. Odjemna i odjemnik są złożone z samych setek lub tysięcy.

Należy tu przypomnieć uczniom wzory odejmowania liczb jednocyfrowych (zob. str. 132) i każdy z tych wzorów zastosować do odejmowania setek i tysięcy. Następujący przykład niech będzie dla nauczyciela wskazówką postępowania w tym razie.

Nauczyciel kréśli naprzykład wizerunek liczby 8, rozłożonéj na dwie części: 5 i 3. N. Ta figura, jak wiecie, przedstawia dwa odejmowania mianowicie:

● ● ● ● ● | ● ● ●

$$8 - 3 = 5, \quad 8 - 5 = 3.$$

Wiecie także, że jeżeli zamiast kropek narysujemy ramki podłużne, to otrzymamy figurę, która przedstawi dwa następujące odejmowania:

$$8\text{ dz.} - 3\text{ dz.} = 5\text{ dz.}, \quad 8\text{ dz.} - 5\text{ dz.} = 3\text{ dz.},$$

czyli: $80 - 30 = 50, \quad 80 - 50 = 30.$

Otóż, gdybyśmy te kropki zastąpili naprzód przez ramki kwadratowe, a następnie przez sześciany, to otrzymalibyśmy dwie figury, z których każda przedstawiałaby dwa odejmowania, mianowicie:

piérwsza:	$8\text{ s.} - 3\text{ s.} = 5\text{ s.}$,	$8\text{ s.} - 5\text{ s.} = 3\text{ s.}$,
czyli:	$800 - 300 = 500$,	$800 - 500 = 300$;
druga	$8\text{ t.} - 3\text{ t.} = 5\text{ t.}$,	$8\text{ t.} - 5\text{ t.} = 3\text{ t.}$,
czyli:	$8000 - 3000 = 5000$,	$8000 - 5000 = 3000$.

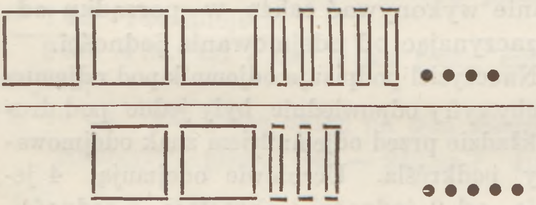
Zadania.

900 — 300 = ?, 800 — 200 = ?, 700 — 400 = ?, i t. d.
4000 — 1000 = ?, 5000 — 2000 = ?, 8000 — 6000 = ?, i t. d.

§ 108. Odejmowanie liczb trzy- i cztérocyfrowych. Każda cyfra w odjemniku nie jest większa od odpowiedniéj cyfry w odjemnéj.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: 589 — 354 = ?

i kréśli obok wizerunek odjemnéj. N. Mamy na tablicy wizerunek liczby 589, która jest odjemną; rozłożymy ją na takie dwie części, żeby jedną z nich była liczbą 354. Ponieważ w odjemnéj, t. j. w liczbie 589, jest 5 s., a w jednéj jéj części jest 3 s., więc w 2-éj części jest 5 s. — 3 s., czyli



2 s. (nauczyciel ściéra wszystkie 5 ramek kwadratowych w odjemnéj, a natomiast rysuje kréskę poziomą i umieszcza nad nią 3 ramki kwadratowe, a pod nią 2 takież ramki). W odjemnéj pozostało dziesiątków 8; w jednéj części téj odjemnéj ma być 5 dz., więc w 2-éj części będzie 8 dz. — 5 dz., czyli 3 dz. (nauczyciel ściéra wszystkie ramki podłużne w odjemnéj i zamiast nich rysuje 5 takich ramek nad kréską, a 3 pod kréską). W odjemnéj pozostało już tylko 9 jedności; 4 jedności wejdą do jednéj części od-

jemnéj, więc w 2-éj jéj części będzie 9 — 4, czyli 5 jedności (nauczyciel ściéra 9 kropek w odjemnej, i zamiast nich umieszcza 4 kropki nad kréską, a 5 pod kréską).

N. Rozłożyliśmy odjemną 589 na dwie części: 354 i 235, jeżeli więc od téj liczby 589 odejmiemy część 354, to pozostanie 2-a część, t. j. liczba 235. A więc:

589 — 354 = 235.

Nauczyciel ściéra z tablicy nakréśloną figurę i powtórnie pisze wzór: 589 — 354 = ? Uczniowie powtarzają odejmowanie bez pomocy rysunku. U. 5 s. — 3 s. = 2 s., 8 dz. — 5 dz. = 3 dz., 9 — 4 = 5, a więc reszta jest: 2 s. i 3 dz. i 5, czyli 235.

N. W tym przykładzie dla znalezienia reszty wykonywaliśmy odejmowanie 3 razy: naprzód odjęliśmy setki odjemnika od setek odjemnéj, następnie dziesiątki odjemnika od dziesiątków odjemnéj, a nakoniec jedności odjemnéj od jedności odjemnika. Można to samo działanie wykonywać także w porządku odwrotnym, t. j. zaczynając od odejmowania jedności.

$$\begin{array}{r} 589 \\ -\,354 \\ \hline 235 \end{array}$$

Nauczyciel podpisuje odjemnik pod odjemną tak, żeby cyfry odpowiednie były jedne pod drugimi, kładzie przed odjemnikiem znak odejmowania i te liczby podkréśla. Uczniowie odejmują: 4 jedności odejmuję od 9 jedności, pozostaje 5 jedności. N. To samo można krócéj tak powiedzieć: 4 od 9-u 5. Uczniowie piszą cyfrę 5 pod kréską na 1-m miejscu. U. 5 dz. od 8 dz. 3 dz.; cyfrę 3 piszę pod kréską na 2-m miejscu; 3 s. od 5 s. 2 s.; cyfrę 2 piszę pod kréską na 3-m miejscu.

N. Wykonywając odejmowanie piérwszym sposobem, t. j. pamięciowo, zaczynaliśmy od odejmowania setek, wykonywając zaś odejmowanie drugim sposobem, t. j. na piśmie, zaczynaliśmy od jedności.

Zadania.

287 — 153 = ?, 354—121 = ?, 489 — 325 = ?, 573 — 452 = ?, 679 — 458 = ?, 796 — 325 = ?, 978 — 541 = ?, i t. d. Każde z tych zadań uczniowie wykonają pamięciowo i na piśmie, a jedno lub dwa z nich zaczną od wykonywania odejmowania przy pomocy rysunku.

Nauczyciel pisze: 375 — 145 = ? Uczniowie odejmują pamięciowo:

1 s. od 3 s. 2 s.; 4 dz. od 7 dz. 3 dz.; 5 od 5 nic; w reszcie jest 2 s. + 3 dz.; jest więc reszta liczbą 230 (piszą):

375 — 145 = 230.

N. Jak oznaczyliście, że w reszcie niéma jedności? Napisaliśmy na 1-m miejscu cyfrę 0.

Uczniowie robią ten sam przykład 2-m sposobem.

375	5 od 5 nic; pod kréską piszę cyfrę 0 na
— 145	1-m miejscu;
230	4 dz. od 7 dz. 3 dz.; piszę cyfrę 3 na 2-m

miejscu;
1 s. od 3 s. 2 s.; piszę cyfrę na 3-m miejscu.

Nauczyciel pisze: 547 — 243 = ? Uczniowie odejmują:

pamięciowo:	na piśmie:
2 s. od 5 s. 3 s.,	547
4 dz. od 4 dz. nic,	— 243
3 od 7 4;	304
reszta: 3 s. i 4 = 304.	

Nauczyciel pisze: 745 — 245 = ? Uczniowie odejmują:

pamięciowo:	na piśmie:
2 s. od 7 s. 5 s.,	745
4 dz. od 4 dz. nic,	— 245
5 od 5 nic;	500
reszta: 5 s. = 500.	

Zadania.

347 — 217 = ? 894 — 354 = ? 978 — 368 = ? i t. d.
574 — 372 = ? 698 — 295 = ? 873 — 772 = ? i t. d.
524 — 324 = ?, 863 — 263 = ?, 947 — 447 = ? i t. d

Nauczyciel pisze: 573 — 320 = ? Uczniowie odejmują:

pamięciowo:	na piśmie:	
3 s. od 5 s. 2 s.,	573	Uczniowie mó-
2 dz. od 7 dz. 5 dz.,	— 320	wią: 0 od 3-ch
i 3;	253	3 i t. d.
reszta: 2 s. i 5 dz. i 3; czyli 253.		

Zad. 748 — 130 = ?, 567 — 203 = ?, 639 — 200 = ? i t. d

Nauczyciel pisze: 7485 — 5321 = ? i mówi: mamy tu od liczby 7485 odjąć liczbę 5321. W tym celu rozłożymy odjemną na takie dwie części, żeby jedna z nich była równa odjemnikowi. W odjemnéj, t. j. w liczbie 7485, jest 7 t., a w jednéj jéj części jest 5 t.; ile więc tysięcy jest w 2-éj części? U. 2 t. N. Dlaczego? U. Bo 7 t. — 5 t. = 2 t. Podobnie rozumując, uczniowie znajdą, że w 2-éj części jest jeszcze: 4 s. — 3 s., czyli 1 s. 8 dz. — 2 dz., czyli 6 dz.; 5 — 1, czyli 4 jedności; a więc w reszcie są tu: 2 t. i 1 s. i 6 dz. i 4, czyli 2164 i napiszą:

7485 — 5321 = 2164.

Ten sam przykład uczniowie zrobią na piśmie:

7485	1 od 5 4; pod kréską piszę cyfrę 4
—5321	na 1-m miejscu;
2164	2dz. od 8dz. 6dz.; piszę cyfrę 6 na

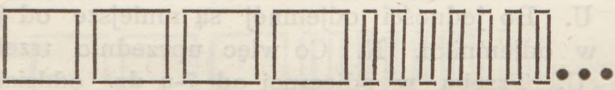
2-m miejscu; i t. d.

Zadania.

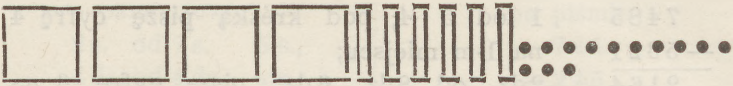
3875 — 1413 = ?	5794 — 1684 = ?	2653 — 1240 = ?
4686 — 3175 = ?	4826 — 1625 = ?	3284 — 1102 = ?
7294 — 5183 = ?	5976 — 2954 = ?	5876 — 2054 = ?
9876 — 5341 = ?	8972 — 4572 = ?	7629 — 5100 = ?
8976 — 7124 = ?	6357 — 2354 = ?	8967 — 5006 = ? i t. d.

§ 109. Odejmowanie liczb trzycyfrowych. Cyfry w odjemniku bywają większe od odpowiednich cyfr w odjemnéj.

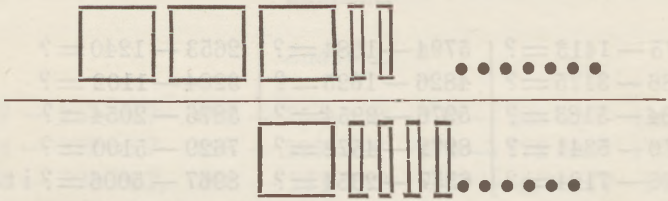
Nauczyciel pisze: 473 — 327 = ? i rysuje wizerunek odjemnéj.



N. Dla znalezienia reszty potrzeba, jak wiecie, odjemną rozłożyć na takie 2 części, żeby jedna z nich była równa odjemnikowi. To można wprost uskutecznić wtenczas tylko, gdy liczba setek, dziesiątków i jedności w odjemnéj nie jest mniejsza od odpowiedniéj liczby setek, dziesiątków i jedności w odjemniku. W tym przykładzie liczba jedności w odjemnéj (3) jest mniejsza od liczby jedności w odjemniku (7), więc uprzednio trzeba odjemną tak przekształcić, żeby liczba jéj jedności nie była mniejsza od liczby 7. W tym celu rozmienimy jeden dziesiątek na jedności. Nauczyciel ściéra jednę ramkę podłużną i natomiast kréśli 10 kropek; powstaje stąd tu



umieszczona figura. N. Odjemna ma obecnie 4 s., 6 dz. i 13 jedności; rozłóżcie ją teraz na 2 części. Uczniowie



rozkładają i wizerunki tych części kréślą jeden pod drugim, oddzielając je kréską. Daléj jak poprzednio. Więc:

$$473 - 327 = 146.$$

Należy zrobić ten sam przykład odejmowania bez pomocy rysunku. Nauczyciel pisze znowu na tablicy:

$$473 - 327 = ?$$

N. Czy można teraz odejmować? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo jedności odjemnéj są mniejsze od jedności w odjemniku. N. Co więc uprzednio trzeba zrobić? U. Trzeba w odjemnéj od 7-u dz. oddzielić 1 dz., ten 1 dz. rozmienić na jedności i dodać je do jedności. N. Gdy to już zrobicie, to z czego będzie się wtedy składała odjemna? U. Z 4 s., 6 dz. i 13 jedności.

$$\begin{array}{ll} \text{Odjemna} & = 4\,\text{s.} + 6\,\text{dz.} + 13 \\ \text{odjemnik} & = 3\,\text{s.} + 2\,\text{dz.} + 7 \\ \hline \text{reszta} & = 1\,\text{s.} + 3\,\text{dz.} + 6 \end{array}$$

Nauczyciel pisze na tablicy odjemną w postaci sumy 3-ch wymienionych części, podpisuje odjemnik, również rozłożony na 3 części, i te sumy podkréśla.

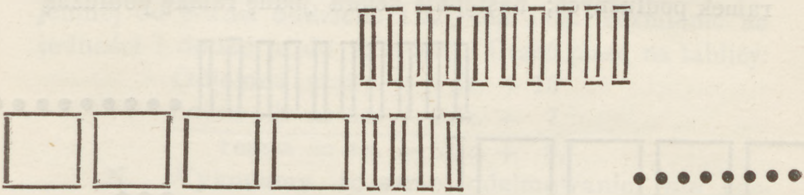
Uczniowie odejmują, poczynając od setek albo od jedności, co tu jest już rzeczą obojętną, i wypadek piszą we wzorze zamiast znaku zapytania; więc:

$$473 - 327 = 136.$$

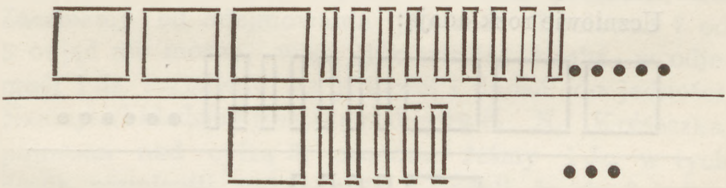
Zad. $385 - 127 = ?$, $456 - 138 = ?$, $674 - 549 = ?$ i t. d.

Nauczyciel pisze: $548 - 395 = ?$, i kréśli wizerunek

odjemnéj. N. Czy można teraz odejmować? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo w odjemnéj jest mniéj dziesiątków niż w odjemniku. N. Rozmienimy jednę setkę



odjemnéj na dziesiątki. Nauczyciel ściéra jednę ramkę kwadratową i zamiast niéj kréśli 10 ramek podłużnych. Uczniowie rozkładają teraz odjemną na część, równą odjemnikowi, i resztę, których wizerunki umieszczają odpowiednio nad i pod kréską. N. Więc: $548 - 395 = 153$.

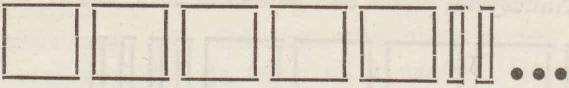


Uczniowie powtórnie robią ten sam przykład odejmowania, ale już bez pomocy rysunku:

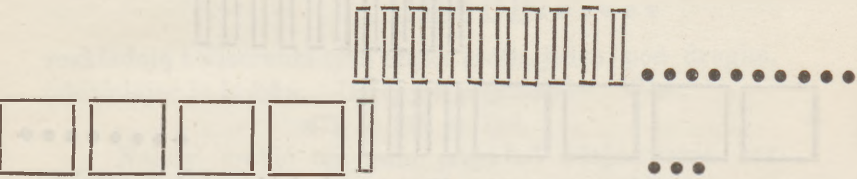
$$\begin{array}{rl} \text{Odjemna} & = 4\,\text{s.} + 14\,\text{dz.} + 8 \\ \text{odjemnik} & = 3\,\text{s.} + \ \ 9\,\text{dz.} + 5 \\ \hline \text{reszta} & = 1\,\text{s.} + \ \ 5\,\text{dz.} + 3, \text{ czyli } 153. \end{array}$$

Zad. $526 - 284 = ?$, $619 - 378 = ?$, $927 - 650 = ?$ i t. d.

Nauczyciel pisze na tablicy: 523 — 376 = ? i obok kréśli odjemną. N. W tym przykładzie dziesiątki i je-

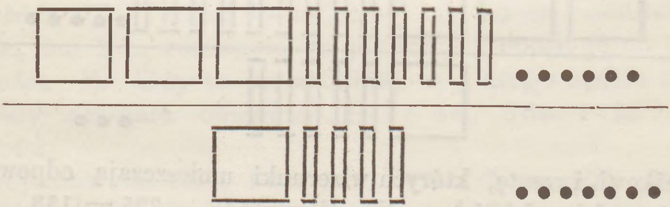


dności w odjemnéj są mniejsze niż w odjemniku. Przed rozpoczęciem więc odejmowania, należy w odjemnéj 1 s. rozmienić na dziesiątki; a 1 dz. na jedności. Nauczyciel ściéra jednę ramkę kwadratową i natomiast kréśli 10 ramek podłużnych; następnie ściéra jednę ramkę podłużną



i zamiast niéj kréśli 10 kropek. N. Rozłóżcie teraz odjemną na takie 2 części, żeby jedna z nich była równa liczbie 376.

Uczniowie rozkładają:



4 s. na 3 s. i 1 s.,
11 dz. na 7 dz. i 4 dz.,
13 jedności na 6 i 7.

Cała więc liczba 523 została rozłożona na 2 części: 376 i 147. Więc: 523 — 376 = 147.

Uczniowie powtórnie wykonywają to samo odejmowanie bez pomocy rysunku:

Odjemna = 5 s. + 2 dz. + 3.

Po rozmienieniu 1 s. na dziesiątki i 1 dz. na jedności:

Odjemna = 4 st. + 11 dz. + 13
odjemnik = 3 st. + 7 dz. + 6
reszta = 1 st. + 4 dz. + 7, czyli 147.

Zad. 524 — 178 = ?, 612 — 469 = ?, 725 — 457 = ? i t. d.

Nauczyciel pisze: 983 — 527 = ?. N. Znajdźcie resztę bez pomocy rysunku. U. Ponieważ 3 (jedności w odjemnéj) jest mniej niż 7 (jedności w odjemniku), więc przed rozpoczęciem odejmowania potrzeba w odjemnéj od 8-u dz. oddzielić 1 dz., ten 1 dz. rozmienić na jedności i dodać je do jedności. Uczeń pisze na tablicy:

Odjemna = 9 s. + 7 dz. + 13
odjemnik = 5 s. + 2 dz. + 7
reszta = 4 s. + 5 dz. + 6,

N. Wykonamy to samo odejmowanie, nie rozkładając tak wyraźnie odjemnéj i odjemnika na części.

9 8̍ 3
— 5 2 7
4 5 6

Nauczyciel podpisuje odjemnik pod odjemną tak, żeby cyfry odpowiednie były jedne pod drugimi, i te liczby podkreśla. N. Zaczniemy od odejmowania jedności. Ponieważ 7 od 3 odjąć nie można, więc, jak wiecie, trzeba w odjemnéj 1 dz. rozmienić na jedności i dodać do jedności. Nauczyciel kładzie kréseczkę nad cyfrą 8. N. Kréseczka, położona nad cyfrą 8, oznacza, żeśmy 1 dz. w tych 8-u dz. rozmienili na jedności i dodali je do 3 jedności. W odjemnéj jest więc teraz 13 jedności, a za to tylko 7 dz.; 7 od 13-u 6 cyfrę 6 piszę pod kréską na 1-m miejscu; 2 dz. od 7 dz. 5 dz., cyfrę 5 piszę na 2-m miejscu; 5 s. od 9 s. 4 s., cyfrę 4 piszę na 3-m miejscu.

7̍ 4̍ 2
— 5 8 9
1 5 3

Nauczyciel pisze: 742 — 589 = ? Uczniowie podpisują odjemnik pod odjemną i podkréślają. U. 9 od 2 nie można; biorę z 4 dz. 1 dz. (uczeń kładzie kréseczkę nad cyfrą 4), rozmieniam go na jedności i dodaję te 10 jedności do 2 jedności, 9 od 12-u 3, cyfrę 3 piszę pod kréską na 1-m miejscu. N. Ile dziesiątków pozostało w odjemnéj? U. 3 dz. N. Dlaczego? U. Bo 1 dz. został rozmieniony na jedności. N. Czy można 8 dz. odjąć od 3 dz.? U. Nie można. N. Co więc trzeba zrobić? U. Trzeba w odjemnéj od 7-u s. oddzielić 1 s., rozmienić tę 1 s. na dziesiątki i dodać je do 3-ch dziesiątków odjemnéj (uczeń kładzie kréseczkę nad cyfrą 7); 8 dz. od 13-u dz. 5 dz., cyfrę 5 piszę pod kréską na 2-m miejscu. N. Ile pozostało setek w odjemnéj? U. 6 s. N. Dlaczego? U. Bo 1 s. została rozmieniona na dziesiątki. 5 s. od 6 s. 1 s., cyfrę 1 piszę pod kréską na 3-m miejscu. Więc: 742 — 589 = 153.

Zadania.

$$\begin{array}{r} 372 \\ -\,128 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 457 \\ -\,239 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 578 \\ -\,295 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 825 \\ -\,357 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 912 \\ -\,645 \\ \hline \end{array} \text{ i t. d.}$$

§ 110. Odejmowanie liczb cztérocyfrowych wrazie, gdy niektóre części odjemnika są większe od odpowiednich części odjemnéj.

Tu można ograniczyć się do piśmiennego tylko wykonywania odejmowania.

$$\begin{array}{r} 759\grave{}2 \\ -\,1247 \\ \hline 6345 \end{array}$$

U. 7-u od 2-u odjąć nie można. Biorę z 9-u dz. 1 dz. (uczeń kładzie kréseczkę nad cyfrą 9-u odjemnéj), rozmieniam go na jedności i dodaję je do jedności. Mam w odjemnéj 12 jedności. 7 od 12-u 5. N. Ile jest teraz dziesiątków w odjemnéj? U. 8 dz.; 4 dz. od 8 dz.; 4 dz., 2 s. od 5 s. 3 s.; 1 t. od 7 t. 6 t. Cyfry reszty uczeń zaraz po ich wymienieniu pisze pod odpowiednimi cyframi odjemnéj i odjemnika.

```
  38̍26
—2584
  1242
```

U. 4 od 6-u 2, 8-u dz. od 2 dz. odjąć nie można; biorę 1 s. z 8-u s. (uczeń kładzie kréseczkę nad cyfrą 8 w odjemnéj), rozmieniam ją i t. d.

```
  5̍267
—3421
  1846
```

U. 1 od 7-u 6; 2 dz. od 6 dz. 4 dz.; 4-ch s. od 2-u s. odjąć niemożna. N. Powiedzcie, cośmy robili, gdy jedności w odjemniku było więcéj niż w odjemnéj? U. Rozmienialiśmy w odjemnéj 1 dz. na jedności i dodawaliśmy je do jedności. N. Cośmy robili, gdy dziesiątków w odjemniku było więcéj niż w odjemnéj? U. Rozmienialiśmy w odjemnéj 1 s. na dziesiątki i dodawaliśmy je do dziesiątków. N. Otóż, gdy setek w odjemniku jest więcéj niż w odjemnéj, należy podobnież w odjemnéj 1 t. rozmienić na setki i dodać te setki do setek odjemnéj. Uczeń kładzie kréseczkę w odjemnéj nad cyfrą 5 i mówi: mamy teraz w odjemnéj 12 s. i 4 t.; 4 s. od 12 s. 8 s.; 3 t. od 4-ch t. 1 t. Resztą więc jest liczba 1846.

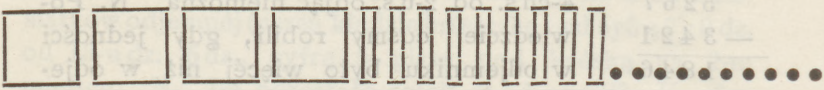
Zadania.

3584	4758	5469	6742
—1269	—2372	—3926	—2575
7258	8371	9234	9112
—4674	—5628	—5768	—7385 i t. p.

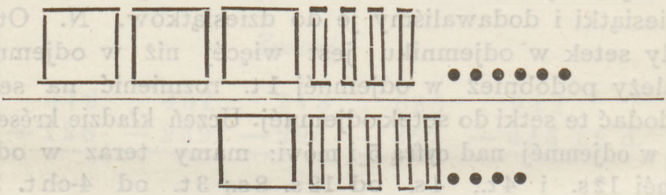
§ 111. Zera w odjemnéj.

Nauczyciel pisze: 500 — 346 = ? i kréśli wizerunek odjemnéj. N. Trzeba odjemną rozłożyć na takie 2 części, żeby jedną z nich była liczba 346. Ponieważ w od-

jemnéj oprócz 5 s. niéma ani dziesiątków, ani jedności, więc aby wykonać odejmowanie, rozmienimy 1 s. odjemnéj na dziesiątki, a jeden z tych dziesiątków na jedności. Nauczyciel ściéra jednę ramkę kwadratową



i natomiast rysuje 10 ramek podłużnych; następnie ściéra jednę z narysowanych ramek podłużnych i zamiast niéj kréśli 10 kropek. Wtedy dopiéro uczniowie rozkładają: 4 s.



na 3 s. i 1 s., 9 dz. na 4 dz. i 5 dz., 10 jedności na 6 i 4 jedności; takim sposobem powstają wizerunki liczb 346 i 154, które są częściami liczby 500. Więc:

$$500 - 346 = 154.$$

Nauczyciel powtarza ten sam przykład odejmowania na piśmie bez pomocy rysunku. N. Ponieważ w odjemnéj niéma jedności, od których moglibyśmy odjąć 6 jedności, więc trzebaby w odjemnéj 1 dz. rozmienić na jedności; ale że w odjemnéj niéma także dziesiątków, więc z 5-u s. odjemnéj biorę 1 s. (nauczyciel kładzie kréseczkę nad cyfrą 5) i rozmieniam ją na dziesiątki. Mamy teraz w odjemnéj 4 setki i 10 dziesiątków. Biorę z tych 10-u dz. 1 dz. (nauczyciel kładzie kréseczkę nad cyfrą 0, będącą

$$\begin{array}{r} \grave{5}\grave{0}\,0 \\ -\ 3\,4\,6 \\ \hline 1\,5\,4 \end{array}$$

na 2-m miejscu w odjemnéj) i rozmieniam go na jedności. Co mamy teraz w odjemnéj? U. 4 s., 9 dz. i 10 jedności. N. Teraz odejmujcie. U. 6 od 10-u 4; 4 dz. od 9-u dz. 5 dz.; 3 s. od 4-ch s. 1 s. (uczniowie, otrzymując cyfry 4, 5, 1, podpisują je zaraz pod kréską na miejscach: 1-m, 2-m i 3-m).

Nauczyciel pisze: 4000 — 2362 = ?

Uczniowie podpisują odjemnik pod odjemną, podkréślają te liczby i odejmują, poczynając od jedności. U. Ponieważ w odjemnéj niéma ani jedności ani dziesiątków, ani setek, więc z 4-ch t. odjemnéj biorę 1 t. (uczeń kładzie kréseczkę nad cyfrą 4) i rozmieniam go na setki; mam 10 s. Biorę z nich 1 s. (uczeń kładzie kréseczkę nad zerem, które w odjemnéj jest na 3-m miejscu) i rozmieniam ją nad dziesiątki; mam 10 dz. Biorę z nich 1 dz. (uczeń kładzie kréseczkę nad zerem, które w odjemnéj jest na miejscu 2-m) i rozmieniam go na jedności; mam 10 jedności. N. Z czego się teraz składa odjemna? U. Z 3 t., 9 s., 9 dz. i 10 jedności. Uczniowie odejmują: 2 od 10-u 8; 6 dz. od 9-u dz. 3 dz.; 3 s. od 9-u s. 6 s.; 2 t. od 3-ch t. 1 t.; resztą jest 1638.

$$\begin{array}{r} \grave{4}\,\grave{0}\,\grave{0}\,0 \\ -\,2\,3\,6\,2 \\ \hline 1\,6\,3\,8 \end{array}$$

Zadania.

$$\begin{array}{r} 4780 \\ -2565 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5200 \\ -3946 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6000 \\ -4692 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7508 \\ -4263 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8037 \\ -5396 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9007 \\ -2849 \\ \hline \end{array} \quad \text{i t. d.}$$

Nauczyciel pisze 372 — 58 = ? Uczniowie podpisują odjemnik pod odjemną i odejmują. U. 8 od 12-u 4; 5 dz. od 6-u dz. 1 dz. N. Czy mamy co odjąć od 3-ch setek odjemnéj. U. Od 3-ch setek nie mamy nic do odjęcia.

$$\begin{array}{r} 3\,\grave{7}\,2 \\ -\quad 5\,8 \\ \hline 3\,1\,4 \end{array}$$

N. Więc te 3 s. pozostaną; w reszcie przeto będzie 3 s. (nauczyciel pisze pod kréską cyfrę 3 na miejscu 3-m), 1 dz. i 4 jedności. Jaka jest reszta? U. 314.

Nauczyciel pisze: 4385 — 729 = ? Uczniowie odejmują: 9 od 15-u 6; 2 dz. od 7-u dz. 5 dz.; 7 s. od 13-u s. 6 s. Mamy w odjemnéj 3 t., lecz od tych tysięcy nie mamy nic do odjęcia; więc w reszcie zostają 3 t.

```
  4`38`5
—  729
  3656
```

Zadania.

789	523	4792	8231
— 57	— 49	— 658	— 79 i t. d.

§ 112. Liczby okrągłe.

N. Pracowity rzemieślnik miał w kasie oszczędności 999 złotych i, żeby zaokrąglić oszczędzone przez siebie pieniądze, dodał do nich jeszcze 1 złoty. Ile złotych ma teraz rzemieślnik w kasie? U. 999 zł. + + 1 zł. = 1000 zł.

N. Ogrodnik zebrał wszystkie jabłka z jednéj jabłoni; było ich 247; żeby zaokrąglić ilość zebranych jabłek, zerwał jeszcze 3 jabłka z drugiéj jabłoni. Ile ów ogrodnik ma teraz jabłek? U. 247 jab. + + 3 jab. = 250 jabłek.

N. Z tych przykładów widzicie, żewyrażenie: zaokrąglić liczbę oznacza dodać do niéj taką 2-gą liczbę, żeby suma miała jedno lub więcéj niż jedno zero na końcu. Z tego powodu liczby, mające na końcu jedno lub więcéj niż jedno zero, nazywać będziemy liczbami okrągłymi. I tak:

liczba 7000 jest liczba okrągłą tysięcy,
„ 3800 „ „ „ setek,
„ 750 „ „ „ dziesiątków.

Wszystkie inne liczby są pośrednimi między liczbami okrągłymi. Naprzykład, między liczbami okrągłymi: 30 i 40 jest 9 liczb pośrednich, mianowicie: 31, 32,..., 39. Między liczbami okrągłymi: 800 i 900 jest liczb pośrednich 99, mianowicie: 801, 802, 803.,.., 899. Między liczbami okrągłymi: 6000 i 7000 jest liczb pośrednich 999; mianowicie: 6001, 6002, 6003,..., 6999.

Nauczyciel pisze: $999 + 387 = ?$ N. Składnik 999 jest liczbą bliską liczby okrągłéj 1000 i jest od niéj mniejszy o 1 jedność. Dla znalezienia sumy możemy rozłożyć 2-i składnik na 2 części: 1 i 386 i te części pokolei dodać do piérwszego składnika:

$$999 + 1 = 1000, \quad 1000 + 386 = 1386.$$

Nauczyciel pisze: $2998 + 4785 = ?$ N. Co powiecie o składniku 2998? U. Składnik ten jest liczbą bliską liczby okrągłéj 3000 i jest od niéj mniejszy o 2 jedności. N. Aby pamięciowo wykonać to dodawanie, jak możemy rozłożyć 2-i składnik? U. Na 2 części: 2 i 4783. N. Wykonajcie teraz dodawanie. Uczniowie pamięciowo dodają:

$$2998 + 2 = 3000, \quad 3000 + 4783 = 7783.$$

Nauczyciel pisze: $7988 + 1812 = ?$ Uczniowie rozkładają składnik 1812 na 2 części: 12 i 1800 i dodają:

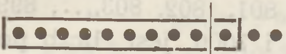
$$7988 + 12 = 8000, \quad 8000 + 1800 = 9800.$$

Zadania.

$99 + 78 = ?$	$1999 + 3745 = ?$	$522 + 1996 = ?$
$398 + 145 = ?$	$2995 + 4837 = ?$	$3262 + 5798 = ?$
$997 + 548 = ?$	$5047 + 2815 = ?$	i t. d.

Należy teraz pokazać uczniom odpowiedni sposób ułatwiony pamięciowego wykonywania odejmowania wrazie, gdy odjemnik jest liczbą bliską pewnéj liczby okrągłéj.

Uprzednio jednak uczniowie powinni się dowiedzieć, że «jeżeli odjemną i odjemnik jednocześnie powiększymy o tę samę liczbę, to reszta pozostanie niezmieniona». Tę prawdę należy wyprowadzić poglądowo w sposób następujący.

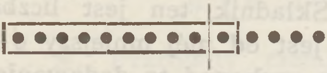


Nauczyciel kréśli np. wizerunek liczby 12 i kréskę między kropkami 9-ą i 10-ą. N. Macie na tablicy liczbę 12, podzieloną na 2 części: 9 i 3; rysunek ten przedstawia nam odejmowanie:

$$12 - 3 = 9.$$

Nauczyciel po 12-éj kropce dodaje jednę kropkę. N. Jakie odejmowanie przedstawia nam ten rysunek? U.

$$13 - 4 = 9.$$



Nauczyciel po 13-éj kropce dodaje jeszcze jednę kropkę. N. A ten rysunek jakie przedstawia odejmowanie. U.

$$14 - 5 = 9.$$

N. A gdybym po 14-éj kropce narysował znów jednę kropkę, to wtedy rysunek jakie przedstawiałby odejmowanie? U.

$$15 - 6 = 9.$$

Nauczyciel pisze te odejmowania jedne pod drugimi:

$$12 - 3 = 9$$
$$13 - 4 = 9$$
$$14 - 5 = 9$$
$$15 - 6 = 9$$

N. Widzicie, że w 2-m odejmowaniu odjemna i odjemnik są o 1-ść większe od odjemnéj i odjemnika w 1-m odejmowaniu; odjemna i odjemnik w 3-m odejmowaniu są o 2 większe od odjemnéj i odjemnika w 1-m odejmowaniu; odjemna i odjemnik w 4-m odejmowaniu są o 3 większe od odjemnéj i odjemnika w 1-m odejmowaniu. We wszystkich zaś odejmowaniach reszta jest tąż samą liczbą 9.

Gdyby rysunek przedstawiał nam jakiekolwiek odejmowanie i gdybym nakréślił jeszcze z prawéj strony ilekolwiek kropek, to przez to dodanie kropek odjemna i odjemnik powiększą się o jednakową liczbę reszta zaś zawsze pozostanie ta sama. Możemy więc wypowiedzić prawdę następującą:

Jeżeli odjemną i odjemnik powiększymy o tę samę liczbę, to reszta pozostanie ta sama, co poprzednio.

Nauczyciel pisze: 2372 — 999 = ? N. Jakiéj liczby okrągłéj odjemnik jest bliski? U. Odjemnik 999 jest bliski liczby 1000. N. Co trzeba dodać do odjemnika, żeby suma była liczbą 1000? U. Trzeba dodać 1-ść. N. Powiększymy odjemną i odjemnik o 1-ść i znajdziemy resztę.

Nauczyciel pisze: 2373 — 1000 = 1373.

N. Więc także: 2372 — 999 = 1373.

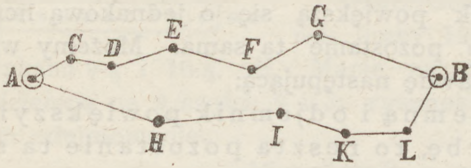
Nauczyciel pisze: 8794 — 5998 = ? Uczniowie powiększają odjemną i odjemnik o 2:

8796 — 6000 = 2796.
8794 — 5998 = 2796.

Zadania.

1378 — 999 = ?	8472 — 1998 = ?	6215 — 2980 = ?
2784 — 997 = ?	9724 — 8995 = ?	i t. d.

§ 113. Zadania.



1. Z miasta A do miasta B prowadzą 2 drogi: jedna przez miasteczka: C, D, E F i G; druga przez miasteczka: H, I, K i L.

Odległ. od A do C = 137 werst	Odległ. od A do H = 278 w.
„ „ C „ D = 124 „	„ „ H „ I = 296 „
„ „ D „ E = 192 „	„ „ I „ K = 166 „
„ „ E „ F = 197 „	„ „ K „ L = 145 „
„ „ F „ G = 174 „	„ „ L „ B = 198 „
„ „ G „ B = 266 „	

Która z tych dwu dróg jest krótsza i o ile werst krótsza od drugiéj?

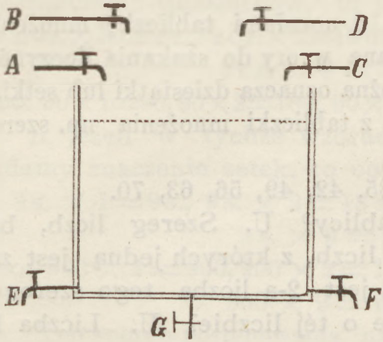
2. Cztéry osoby: A, B, C i D chcą kupić na spółkę 2 place w Warszawie. Osoba A daje 2760 rubli; B daje 2575 rub.; C daje 1925 rub., D daje ? rub. Jeden plac kosztuje 4875 rub., a 2-i 4950 rub. Spólnikom brak jeszcze 825-u rub. Ile dała osoba D?

3. Ugodzono się z grabarzami o wykopanie studni 8 łokci głębokiéj. Za 1-y łok. należy się im 385 kop.

„ 2-i „	więcéj niż za 1-y o	245	„
„ 3-i „	„ „ „ 2-i „	245	„
„ 4-y „	„ „ „ 3-i „	245	„

i t. d. Dano im z góry 850 kop. Ile im się jeszcze będzie należéć po ukończeniu roboty?

4. Mamy zbiornik wody, opatrzony 7-u rurami: A, B, C, D, E, F, G z kranami. Rurami: A, B, C i D woda wléwa się do zbiornika, rurami zaś: E, F i G woda się z niego wyléwa. W zbiorniku było wody 3875 kwart, a wszystkie krany były zamknięte. Otworzyliśmy jednocześnie wszystkie krany i po upływie jednéj minuty również jednocześnie wszystkie zamknęliśmy. Jeżeli w ciągu tego czasu



rurą A wlało się 379 kwart,	rurą E wylało się 483 kwart,
„ B „ „ 287 „	„ F „ „ 472 „
„ C „ „ 463 „	„ G „ „ 396 „
„ D „ „ 384 „	

to ile jest teraz wody w tym zbiorniku po zamknięciu kranów?

5. Na początku tygodnia było w kasie 3775 rub.

W poniedziałek	włożono 379 rub.,	wybrano 483 rub.;
we wtorek	„ 287 „	„ 176 „
we środę	„ 456 „	„ 512 „
we czwartek	„ 316 „	„ 264 „
w piątek	„ 417 „	„ 384 „
w sobotę	„ 475 „	„ 363 „

Ile rubli jest w kasie w końcu tygodnia?

§ 114. Mnożenie. Mnożnik jednocyfrowy.

Nauczyciel powtarza z uczniami tabliczkę mnożenia (§ 92) i stosuje wyprowadzane wzory do szukania iloczynów w tym przypadku, gdy mnożna oznacza dziesiątki lub setki.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia np. szereg 7-y liczb:

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70.

N. Co macie na tablicy? U. Szereg liczb, będących iloczynami dwu liczb, z których jedną jest zawsze liczba 7. N. Jaka jest 2-a liczba tego szeregu? U. 14. N. Co powiecie o téj liczbie? U. Liczba 14 jest iloczynem dwu liczb: 2 i 7. N. Wyraźcie to na piśmie, pisząc naprzód liczbę 7.

Uczniowie piszą: $7 \times 2 = 14$.

N. W tym wzorze, jak wiecie, jedności mnożnéj mogą przybiérać znaczenie jakichkolwiek jednostek; Naprzykład:
7 fun. $\times 2 =$ 14 fun., 7 gr. $\times 2 =$ 14 gr., 7 mil $\times 2 =$ 14 mil i t. d. Przypuśćmy, że jednostką mnożnéj jest dziesiątek; wówczas:

7 dz. $\times 2 =$ 14 dz., czyli $70 \times 2 = 140$.

Podobnie, jeżeli jednostką mnożnéj jest setka, to:

7 s. $\times 2 =$ 14 s., czyli $700 \times 2 = 1400$.

Taksamo rozumując, nauczyciel wyprowadzi wzory:

$70 \times 3 = 210$, $70 \times 4 = 280$, $70 \times 5 = 350$, i t. d., $70 \times 9 \times 630$.
$700 \times 3 = 2100$, $700 \times 4 = 2800$, i t. d., $700 \times 9 = 6300$.

Weźmy jeszcze z tabliczki mnożenia szereg 9-y:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.

N. Napiszcie iloczyny, które przedstawiają te liczby, pisząc w nich naprzód liczbę 9.

Uczniowie piszą:

$9 \times 1 = 9$, $9 \times 2 = 18$, $9 \times 3 = 27$, i t. d., $9 \times 9 = 81$.

N. Jeżeli w tych wzorach jednościom mnożnéj nadamy znaczenie dziesiątków, to jakie otrzymamy wzory?

U. 9 dz.$\times$1=9 dz., 9 dz.$\times$2=18 dz., 9 dz.$\times$3=27 dz., i t. d.,
9 dz. $\times$ 9 = 81 dz.

albo: $90 \times 1 = 90$, $90 \times 2 = 180$, $90 \times 3 = 270$, i t. d., $90 \times 9 = 810$.

N. A jeżeli w tychże wzorach jednościom mnożnéj nadamy znaczenie setek, to co otrzymamy?

U. 9 s. $\times$ 1 = 9 s., 9 s. $\times$ 2 = 18 s., 9 s. $\times$ 3 = 27 s., i t. d.,
9 s. $\times$ 9 = 81 s.

albo: $900 \times 1 = 900$, $900 \times 2 = 1800$, $900 \times 3 = 2700$, i t. d.,
$900 \times 9 = 8100$.

Ten sposób postępowania należy zastosować i do pozostałych szeregów tabliczki mnożenia

Nauczyciel pisze: $89 \times 6 = ?$ N. Mamy 89 pomnożyć przez 6, czyli: mamy znaléść iloczyn, w którym mnożną jest liczba 89, a mnożnikiem liczba 6. Wiecie, że iloczynem nazywa się suma równych składników, więc jak powiecie inaczéj: co mamy znaléść? U. Sumę równych składników. N. Ile jest tych składników i jaką liczbą jest każdy z nich? U. Składników jest 6, a każdy z nich jest liczbą 89. N. Wiecie, że sumę możemy znaléść dwoma różnymi sposobami; więc i ten iloczyn również możemy znaléść 2-ma sposobami.

N. Iloczyn, którego szukamy, jest sumą 6-u równych składników; każdy z nich ma po 8 dz. i 9 jedności, więc w iloczynie jest 6 razy po 8 dz. i 6 razy po 9 jedności. Nauczyciel pisze:

8 dz. $\times$ 6 = 48 dz., czyli 480 jedności,
9 $\times$ 6 = 54 jedności.

N. Liczby: 480 i 54 są częściami szukanego iloczynu; połączymy je w jednę całość. Nauczyciel pisze:

$$480 + 54 = 534.$$

N. Więc: $89 \times 6 = 534$. Ten sposób wykonywania mnożenia jest pamięciowy.

N. Jak na piśmie szukaliście sumy kilku składników? U. Podpisywaliśmy składniki dane tak, żeby cyfry odpowiednie były jedne pod drugimi i dodawaliśmy je poczynając od jedności. N. Ile tu mamy składników i jakie one są. Mamy 6 składników równych, z których każdy jest liczbą 89. N. Znajdźcie więc zapomocą dodawania iloczyn 89×6. Uczniowie podpisują składniki jedne pod drugimi i dodają. U. 9 i 9, 18, i 9 27, i 9 36, i 9 45, i 9 54. N. Pamiętacie tabliczkę mnożenia. Jak można to krócéj powiedzieć? U. 6 razy 9 jest 54. N. Cóż teraz należy zrobić? U. Napiszę pod kréską cyfrę 4 na 1-m miejscu, a 5 dziesiątków dodam do dziesiątków. N. Zachowajcie tymczasem te 5 dziesiątków w pamięci. Powiedzcie odrazu krótko, jaka będzie suma dziesiątków, wypisanych składników. U. 6 razy 8 dz. jest 48 dz. N. Co jeszcze do tych dziesiątków macie dodać? U. 5 dz., otrzymane z dodawania jedności. N. Dodajcie je. U. 48 dz. i 5 dz. 53 dz., czyli 5 s. i 3 dz., cyfry 3 i 5 piszę pod kréską na miejscach 2-m i 3-m.

$$\begin{array}{r} 89 \\ 89 \\ 89 \\ 89 \\ 89 \\ \underline{89} \\ 534 \end{array}$$

Ponieważ składniki są równe, więc dla oszczędzenia miejsca i czasu pisze się zwykle jeden tylko składnik (mnożna), a pod nim liczba (mnożnik), oznaczająca ile jest składników. Przed mnożnikiem kładzie się znak mnożenia. Uczniowie te liczby podkréślają i odbywają mnożenie powtórnie. N. Tak wykonywamy mnożenie na piśmie.

$$\begin{array}{r} 89 \\ \underline{\times\ 6} \\ 534 \end{array}$$

Nauczyciel pisze: $375 \times 5 = ?$ Uczniowie wykonywają to mnożenie 2-ma sposobami:

3 s. × 5 = 15 s., czyli 1500,
7 s. × 5 = 35 s. „ 350,
5 × 5 = 25;

1500 + 350 + 25 = 1875

$$\begin{array}{r} 375 \\ 375 \\ 375 \\ 375 \\ 375 \\ \hline 1875 \end{array}$$

krócéj:

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times\ 5 \\ \hline 1875 \end{array}$$

więc: 375 × 5 = 1875.

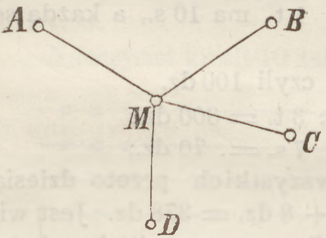
Zadania.

1. 63×4=?, 72×8=?, 87×8=?, 97×6=? i t. d.

2. Znaleść i wypisać iloczyny każdéj z liczb: 12, 15, 24, 25, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 75, 84, 96 przez wszystkie liczby jednocyfrowe.

3. 147×3=?, 254×4=?, 387×7=?, 458×9=? i t. d.

4. Miasto M jest połączone linijami kolei żelaznéj z fabrykami: A, B, C i D.



Odległość MA (od M do A) = 73 wiorsty, MB = 67 wiorst, MC = 64 wiorst, MD = 66 wiorst. Dyrektor tych fabryk, mieszkający w mieście M, jeździł: do fabryki A 3 razy, do B 2 razy, do C 4 razy, a do D jeden raz, i obecnie jest w mieście M Ile zrobił drogi podczas tych wszystkich przejazdów?

5. Gospodyni wiejska sprzedała w mieście: 7 indyków po 145 kop. sztuka, 8 gęsi po 96 kop. i 9 kaczek po 45 kop. Za otrzymane ze sprzedaży piéniądze kupiła: 2 głowy cukru po 476 kop. każdą; 3 funty herbaty po 175 kop. funt i samowar. Ile kosztuje samowar, jeżeli po zapłaceniu za kupione rzeczy pozostało jéj 67 kop.?

§ 115. Mnożnik 10.

Nauczyciel pisze na tablicy 378 × 10 = ? Uczniowie wykonywają mnożenie na piśmie:

$$\begin{array}{r} 378 \\ \times 10 \\ \hline 3780 \end{array}$$

U. 8 × 10 = 80 jedności; piszę pod kréską cyfrę 0 na 1-m miejscu, a 8 dz. dodam do dziesiątków; 7 dz. × 10 = 70 dz.; 70 dz. + 8 dz. = 78 dz., czyli 7 s. + 8 dz.; cyfrę 8 piszę na 2-m miejscu, a 7 s. dodam do setek; 3 s. × 10 = 30 s. 30 s. + 7 s. = 37 s., czyli 3 t. + 7 s.; cyfry 7 i 3 piszę na miejscach: 3-m i 4-m. Więc:

378 × 10 = 3780.

N. Przeczytajcie iloczyn. U. 3780.

N. Tysiące i setki iloczynu rozmieńcie na dziesiątki, dodajcie dziesiątki i powiedzcie, ile wypadnie wszystkich dziesiątków? U. 1 t. ma 10 s., a każda setka ma 10 dz.; więc:

1 t. = 10 dz. × 10, czyli 100 dz.

Ponieważ 1 t. = 100 dz., więc 3 t. = 300 dz.;
„ 1 s. = 10 dz., „ 7 s. = 70 dz.;

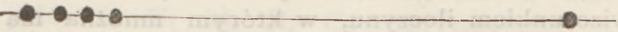
nadto mamy jeszcze 8 dz.; wszystkich przeto dziesiątków będzie: 300 dz. + 70 dz. + 8 dz. = 378 dz. Jest więc w iloczynie 378 dz. N. A ile w mnożnéj jest jedności? U. 378. N. Widzicie więc, że w tym przykładzie w iloczynie jest tyle dziesiątków, ile jedności w mnożnéj.

Nauczyciel daje 2-i przykład na mnożenie, w którym mnożnikiem jest znowu liczba 10. Uczniowie po wykonaniu mnożenia spostrzegają, że i w tym przykładzie w iloczynie jest tyle dziesiątków, ile jedności w mnożnéj.

$$\begin{array}{r} 564 \\ \times 10 \\ \hline 5640 \end{array}$$

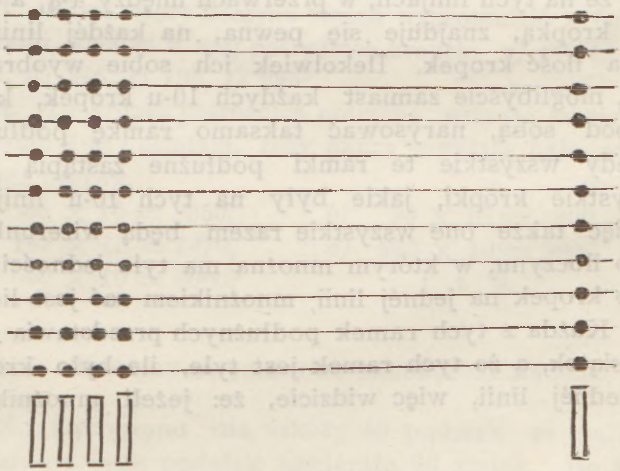
N. Co powiecie o tych dwu przykładach. U. W obu przykładach mnożnikiem jest liczba 10 i w iloczynie jest tyle dziesiątków ile w mnożnéj jest jedności.

Nauczyciel kréśli na tablicy liniją i umieszcza na je-



dnym jéj końcu (od ręki lewéj) kilka kropek, naprzykład 4, na 2-m zaś końcu jednę kropkę. N. Ponieważ kropka, jak wiecie, jest wizerunkiem jedności, więc ta linija wraz z kropkami wyobraża liczbę. Narysowałem wam tylko: 1-ą, 2-ą, 3-ą, 4-ą i ostatnią kropkę; widzicie, że pomiędzy kropkami: 4-ą i ostatnią jest przerwa; otóż w téj przerwie możecie sobie wyobrazić jakąkolwiek liczbę kropek pośrednich. Jeżeli tych pośrednich kropek wyobrazicie sobie np. 12, to kropki na linii przedstawią liczbę 17; jeżeli pośrednich kropek wyobrazicie sobie 27, to te kropki na linii przedstawją liczbę 32, i t. d.

Nauczyciel kréśli 10 takiéj saméj długości linij z tyluż



kropkami. N. Mamy obecnie na tablicy 10 linij; przypuśćmy, że na każdéj z nich pomiędzy kropkami: 4-ą i ostatnią jest j e d n a k o w a ilość kropek pośrednich; w takim razie wszystkie kropki na tych 10-u linijach są wizerunkiem iloczynu, w którym mnożna ma tyle jedności, ile jest kropek na jednéj linii, mnożnikiem zaś jest liczba 10. Przedstawimy inaczéj ten iloczyn.— Mamy 10 linij; ile jest kropek, zajmujących piérwsze miejsce (od ręki lewéj) na tych linijach? U. Tyle, ile linij, to jest 10. N. Połączymy je w jednę całość (nauczyciel ściéra te kropki i zamiast nich kréśli podspodem ramkę podłużną). N. Ile jest kropek, zajmujących na linijach 2-gie miejsce? U. Także 10. N. Połączymy je również w jednę całość (nauczyciel ściéra te kropki i natomiast kréśli 2-ą ramkę podłużną). Tak postępując daléj, nauczyciel zamiast kropek, zajmujących 3-e i 4-e miejsce na linijach, nakréśli 3-ą i 4-ą ramkę podłużną. Ostatnia ramka podłużna utworzy się z 10-u kropek, które zajmują na linijach miejsce ostatnie. N. Wyobraziliście sobie, że na tych linijach, w przerwach między 4-ą, a ostatnią kropką, znajduje się pewna, na każdéj linii taż sama ilość kropek. Ilekolwiek ich sobie wyobraziliście, moglibyście zamiast każdych 10-u kropek, które są pod sobą, narysować taksamo ramkę podłużną. Wtedy wszystkie te ramki podłużne zastąpią nam wszystkie kropki, jakie były na tych 10-u linijach, a więc także one wszystkie razem będą wizerunkiem tego iloczynu, w którym mnożna ma tyle jedności, ile było kropek na jednéj linii, mnożnikiem zaś jest liczba 10. Każda z tych ramek podłużnych przedstawia nam dziesiątek, a że tych ramek jest tyle, ile było kropek na jednéj linii, więc widzicie, że: jeżeli mnożnikiem jest liczbą 10, to w iloczynie jest tyle dziesiątków, ile jest jedności w mnożnéj.

Nauczyciel pisze: 24 × 10 = ? N. Jaka liczba jest tu mnożnikiem? U. Liczba 10. N. Ile w mnożnéj jest jedności? U. 24. N. Co więc powiecie o iloczynie? U. W iloczynie mieć będziemy 24 dziesiątki. N. Napiszcie tę liczbę zamiast znaku zapytania. Powstaje w ten sposób wzór: 24 × 10 = 240. N. Widzicie więc, że: aby liczbę pomnożyć przez 10, należy do niéj z prawéj strony dopisać jedno zero.

N. Powiedzcie teraz, liczba 350 jakich 10-u równych składników może być sumą? U. 10-u składników 35. N. Ile w liczbie 350 jest dziesiątków? U. 35. N. Widzicie więc, że: jeżeli liczba kończy się na zero, to ona jest sumą 10 równych składników; w każdym z tych składników jest tyle jedności, ile w sumie jest dziesiątków.

Zadania.

1. Jakie wzory iloczynu można wyprowadzić z figury powyższéj, kréśląc w niéj pośrednich kropek: *a)* 68, *b)* 75, *c)* 173, *d)* 246, *e)* 795, *f)* 995?

2. Ile kropek pośrednich potrzeba wstawić pomiędzy kropkami: 4-tą i ostatnią, żeby figura powyższa była wizerunkiem wzorów:

a) 85 × 10 = 850,	*b)* 90 × 10 = 900,
c) 147 × 10 = 1470,	*d)* 280 × 10 = 2800,
f) 600 × 10 = 6000?	i t d.

§ 116. Mnożnik dwucyfrowy zakończony na zero.

N. Zakupiono dla szkoły 40 pudełek ze stalkami; każde z tych pudełek zawiérało 96 stalek. Ile kupiono stalek? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Co macie znaléść? U. Liczbę kupionych stalek. N. Z ilu i jakich części składa się ta liczba? U. Ta liczba składa sią z 40-u części równych. N. Więc ta liczba jest iloczynem. Co w tym iloczynie jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest liczba 96, mnożnikiem zaś 40. Nauczyciel pisze:

$$96 \times 40 = ?$$

N. Wiecie, że: $10 \times 4 = 40$, więc liczbę 40 można przedstawić w postaci 4-ch równych szeregów, w każdym po 10 kropek.

Jeżeli każda kropka wyobraża pudełko ze stalkami, to ta figura jest wizerunkiem 40-u pudełek. Należy policzyć stalki zawarte w tych pudełkach, a to można wykonać 2-ma sposobami.

1). W piérwszym szeregu podłużnym jest 10 pudełek; a że w każdym pudełku jest 96 stalek, więc w tym szeregu jest stalek:

$$96 \times 10 = 960.$$

Czy trzeba szukać, ile jest stalek w pozostałych szeregach podłużnych? U. Nie trzeba. N. Dlaczego? U. Bo wiemy, że w każdym z tych szeregów jest także po 960 stalek. N. Ile mamy szeregów podłużnych? U. 4. N. Więc wszystkich stalek jest:

$$960 \times 4 = 3840.$$

2). W piérwszym szeregu poprzecznym są 4 pudełka; a że w każdym pudełku jest 96 stalek, więc w tym szeregu jest stalek:

$$96 \times 4 = 384.$$

Czy trzeba szukać, ile jest stalek w pozostałych szeregach poprzecznych? U. Nie trzeba. N. Dlaczego? U. Bo wiemy, że w każdym z tych szeregów jest także po 384 stalek. N. Ile mamy szeregów poprzecznych? U. 10. N. Więc wszystkich stalek jest:

$$384 \times 10 = 3840.$$

N. W każdym z tych dwu sposobów przed znalezieniem iloczynu, t. j. sumy szukanéj, łączyliśmy uprzednio jéj składniki w równe sumy częściowe. Ponieważ:

$$10 \times 4 = 40 \text{ i } 4 \times 10 = 40,$$

więc składniki dały się ułożyć:

1). w 4 grupy po 10 składników w każdéj, albo
2). „ 10 grup „ 4 składniki „

Przypuśćmy teraz, że, zamiast 40-u, kupiono pudełek 70. Wiecie, że $10 \times 7 = 70$; jak więc znajdziecie liczbę kupionych stalek?....

Nauczyciel pisze: $73 \times 90 = ?$ N. Iloczyn szukany jest sumą 90-u równych składników; znajdźcie ten iloczyn przy pomocy sum częściowych. U. Ponieważ $10 \times 9 = 90$, więc 90 składników szukanego iloczynu można uszykować w 9 grup, po 10 składników w każdéj grupie. Suma składników jednéj grupy jest:

$$73 \times 10 = 730.$$

N. Jest to jedna suma częściowa. A ile jest takich sum częściowych? U. Takich sum częściowych jest 9; więc cała suma, czyli iloczyn szukany, jest:

$$730 \times 9 = 6570.$$

N. Znajdźcie ten sam iloczyn inaczéj, na zasadzie, że $9 \times 10 = 90$....

N. Znaleźliśmy trzy iloczyny:

$$96 \times 40 = 3840, \; 96 \times 70 = 6720, \; 73 \times 90 = 6570.$$

W każdym z tych iloczynów mnożnikiem jest liczba dwucyfrowa, a piérwsze miejsce w niéj zajmuje cyfra zero. Iloczyny te obliczyliśmy dwoma sposobami. Obliczając je jednym sposobem, naprzód mnożyliśmy mnożną przez 10, a wypadek stąd otrzymany mnożyliśmy następnie przez cyfrę dziesiątków mnożnika. Obliczając zaś te iloczyny drugim sposobem, naprzód mnożyliśmy mnożną przez cyfrę dziesiątków mnożnika, a wypadek stąd otrzymany mnożyliśmy następnie przez

10, t. j. do wypadku z pomnożenia mnożnéj przez cyfrę dziesiątków dopisywaliśmy z prawéj strony cyfrę zero. Zwykle się używa tego drugiego sposobu.

Nauczyciel pisze: $17 \times 30 = ?$ N. Znajdźcie iloczyn. U. $17 \times 3 = 51$; dopisuję z prawéj strony 0; mam liczbę 510; więc $17 \times 30 = 510$.

Zadania.

$18 \times 40 = ?$	$23 \times 60 = ?$	$73 \times 30 = ?$
$16 \times 50 = ?$	$37 \times 80 = ?$	$85 \times 90 — ?$
$19 \times 70 = ?$	$47 \times 20 = ?$	$98 \times 70 = ?$

§ 117. Mnożnik dwucyfrowy.

Nauczyciel pisze: $38 \times 24 = ?$ Mamy znaléść sumę 24-ch składników, z których każdy jest liczbą 38. Znajdziemy tę sumę zapomocą sum częściowych. Ponieważ $20 + 4 = 24$, więc dane składniki można rozłożyć na 2 grupy; jednę, mającą 20 składników 38, i 2-gą, mającą ich 4. Znajdźcie sumę składników piérwszéj grupy.

U. $38 \times 20 = 760$.

N. Znajdźcie sumę składników 2-éj grupy.

U. $38 \times 4 = 152$.

N. Liczby 760 i 152 są sumami częściowymi; znajdźcie całą sumę.

U. $760 + 152 = 912$.

N. Więc: $38 \times 24 = 912$.

N. Rozumując w podobny sposób, uczniowie znajdą iloczyny następujące:

$47 \times 13 = ?$, $56 \times 15 = ?$, $63 \times 18 = ?$
$36 \times 23 = ?$, $45 \times 27 = ?$, $58 \times 32 = ?$
$73 \times 34 = ?$, $82 \times 46 = ?$, $98 \times 51 = ?$ i t. d.

Nauczyciel pisze: 89 × 67 = ? Uczniowie wykonywają działanie pamięciowo i zapisują wypadki:

89 × 60 = 5340; 89 × 7 = 623: 5340 + 623 = 5963.

Więc: 89 × 67 = 5963.

N. Opowiedzcie, w jaki sposób wykonaliście to mnożenie? U. Naprzód pomnożyliśmy mnożną przez dziesiątki mnożnika, następnie pomnożyliśmy mnożną przez jedności mnożnika i te iloczyny dodaliśmy do siebie.

N. Tak zwykle postępujemy, gdy mnożenie wykonywamy pamięciowo. Możemy jednak rozpocząć działanie od mnożenia mnożnéj przez jedności mnożnika.

$$\begin{array}{r} 89 \\ \times\, 67 \\ \hline 623 \\ 534 \\ \hline 5963 \end{array}$$

Nauczyciel podpisuje mnożnik pod mnożną, kładzie przed mnożnikiem znak mnożenia i te liczby podkréśla. N. Mnóżcie naprzód przez 7. U. 7 razy 9 jest 63, czyli: 6 dz. i 3 jedności; cyfrę 3 piszę na 1-m miejscu pod kréską; 7 razy 8 dz. jest 56 dz.; 56 dz. i 6 dz. 62 dz., czyli 6 s. i 2 dz.; cyfry 2 i 6 piszę pod kréską na miejscach 2-m i 3-m. N. Co teraz trzeba zrobić? U. Trzeba 89 pomnożyć przez 60. N. Jakże to można wykonać? U. 2-ma sposobami; albo trzeba pomnożyć 89 przez cyfrę dziesiątków 6 i do wypadku z prawéj strony dopisać 0; albotéż trzeba 89 pomnożyć przez 10, a wypadek otrzymany pomnożyć przez 6. N. 10 razy 89 jest 890, czyli 89 dz; pomnożcie teraz 89 dz. przez 6. U. 6 razy 9 dz. jest 54 dz., czyli 5 s. i 4 dz. N. Gdzie należy podpisać cyfrę 4? U. Na 2-im miejscu pod liczbą 623. N. Dlaczego? U. Bo cyfra 6 oznacza dziesiątki (uczeń pisze cyfrę 4 pod cyfrą 2 liczby 623). N. Mieliście 89 dz. pomnożyć przez 6. Pomnożyliście już 9 dz. przez 6; co jeszcze trzeba zrobić? U. Trzeba 80 dz., czyli 8 s., po mnożyć przez 6. N. Pomnóżcie więc. U. 6 razy 8 s. jest 48 s.; 48 s. i 5 s. to 53 s., czyli 5 t. i 3 s. (uczeń pisze cyfrę 3 na 3-m miejscu pod liczbą 623, a cyfrę 5 na 4-m miejscu). Co przedstawia liczba 623? U. Wypadek z pomnożenia mnożnéj przez cyfrę jedności mnożnika. N. Jaką drugą liczbę otrzymaliśmy. U. 534 dz., czyli 5340. N. Co trzeba z tymi dwiema liczbami zrobić? U. Dodać je do siebie. N. Dodajcie je do siebie. Uczniowie dodają. N. Więc:

$$89 \times 67 = 5963.$$

N. Zrobiliśmy ten przykład 2-ma sposobami. Poprzednio pomnożyliśmy mnożną naprzód przez 'jedności mnożnika, a następnie przez dziesiątki mnożnika i te iloczyny do siebie dodaliśmy; tego sposobu, jak mówiłem, używamy, wykonywając mnożenie pamięciowo. Teraz zaś pomnożyliśmy mnożną naprzód przez jedności mnożnika, a następnie przez dziesiątki mnożnika; tego sposobu używamy, wykonywając mnożenie na piśmie.

Zadania.

$$\begin{array}{r}76\\ \times 45\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r}85\\ \times 73\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r}87\\ \times 98\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r}123\\ \times 37\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r}289\\ \times 27\\ \hline\end{array}\ \text{i t. d.}$$

Każde z tych zadań uczniowie wykonają sposobem piśmiennym.

a) Kupiono 24 łokcie sukna szaraczkowego po 125 kopiéjek i 29 łokci sukna czarnego po 136 kopiéjek za łokieć. Ile zapłacono?

b) Właściciel dwupiętrowego domu pobiéra miesięcznie komornego: za mieszkanie na dole 197 rubli, za 1-sze piętro 359 rubli, za 2-gie piętro 189 rubli. Ile on ma czystego rocznego dochodu z tego domu, jeżeli podatki wraz z innymi wydatkami wynoszą 287 rubli na kwartał? (kwartał ma 3 miesiące).

§ 118. Mnożnik: 100, 200, 300, 400,..., 900.

N. W pewnéj fabryce pracuje 100 robotników; każdemu płacą dziennie po 73 kop. Ile oni wszyscy razem pobiérają dziennie? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Liczba, którą mamy znaléść, składa się ze 100-u równych części, każda po 73 kop. Co więc powiecie o téj liczbie? U. Liczba ta jest iloczynem, w którym mnożną jest 73 kop., a mnożnik ma tyle jedności, ile jednostek jest w liczbie 100 robotników.

Nauczyciel pisze na tablicy: 73 kop. $\times$ 100 = ?

N. Macie znaléść sumę 100-u równych składników; wiecie, że 10 $\times$ 10 = 100; jak więc tę sumę można znaléść zapomocą sum częściowych? U. Można każde 10 składników skupić w oddzielną grupę, tak iż miéć będziemy 10 równych grup, w każdéj po 10 składników. N. Znajdźcie sumę jednéj takiéj grupy składników. U. 73 kop. $\times$ 10 = 730 kop. N. Czy potrzebujecie szukać sumy składników każdéj z pozostałych grup? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo wiemy, że one są wszystkie równe sobie, a więc każda jest liczbą 730 kop. N. Ponieważ grup jest 10, więc i sum częściowych jest także 10; a że każda z nich jest liczbą 730 kop., przeto cała suma jest: 730 kop. $\times$ 10 = 7300 kop. Więc:

73 kop. $\times$ 100 = 7300 kop.

Nauczyciel może dojść do tego wypadku tą drogą, jakié używał przy szukaniu iloczynu, gdy mnożnikiem była liczba 10 (§ 115). N. Wyobraźmy sobie dzienną płacę robotnika, czyli liczbę 73 kop., w postaci kropek i uszykujmy te kropki w jednym rzędzie podłużnym; co będziemy mieli w tym rzędzie? U. 73 kropki. N. Postępując taksamo z płacą każdego robotnika, otrzymamy 100 rzędów podłużnych, po 73 kropki w każdym. Jeżeli te rzędy podłużne będą się znajdowały jedne pod drugimi, to ile w téj figurze będzie rzędów poprzecznych? U. 73. N. Po ile kropek będzie w każdym rzędzie poprzecznym? U. Po 100 kropek. N. Jeżeli 100 kropek każdego rzędu poprzecznego wyobrazimy sobie zastąpione przez ramkę kwadratową, to ile będziemy mieli tych ramek? U. 73. N. Otóż te 73 ramki kwadratowe będą wtedy wizerunkiem szukanego iloczynu.

Widzicie, że ramek kwadratowych jest tyle, ile było kropek w jednym rzędzie podłużnym. Że zaś każda ramka kwadratowa oznacza setkę, a każda kropka oznacza jedność, więc: jeżeli mnożnikiem jest liczba 100, to w iloczynie jest tyle setek, ile jedności w mnożnéj. Z tego także to wypada, że: aby liczbę pomnożyć przez 100, należy dopisać do niéj z prawéj strony 2 zera. Nawzajem: liczbę, mającą 2 zera na końcu (t. j. na miejscach: 1-m i 2-m), możemy uważać jako sumę 100-u równych składników; w każdym z takich składników jest tyle jedności, ile w sumie jest setek. Np. 1800 jest sumą 100-u składników, z których każdy jest liczbą 18.

Zad. $37 \times 100 = ?$ $89 \times 100 = ?$ $94 \times 100 = ?$ i t. d.

N. W pewnéj fabryce pracuje 500 (pięciuset) robotników; każdemu płacą dziennie 9 złotych; ile oni wszyscy pobiérają razem dziennie? Rozumując podobnie, jak na początku poprzedniego przykładu, nauczyciel dochodzi do tego, że dla rozwiązania tego zadania należy 9 złotych pomnożyć przez 500.

Nauczyciel pisze na tablicy: 9 zł. $\times$ $500 = ?$ N. Wiecie, że $5 \times 100 = 500$, czyli: 500 jest sumą 100-u równych składników, każdy po 5 jedności. Więc nawzajem, liczbę 500 można rozłożyć na 100 równych części, a każda z nich będzie miała po 5 jedności. I tak naprzykład: 500 kwart mléka można zlać do 100 naczyń, nalėwając do każdego po 5 kwart; 500 (pięciuset) żołnierzy można uszykować w 100 szeregów, stawiąc w każdym szeregu po 5-u żołnierzy. Wogóle, mając 500 jakichkolwiek przedmiotów jednakowych, można z nich ułożyć 100 równych grup, umieszczając po 5 tych przedmiotów w każdéj grupie.

Dla rozwiązania naszego zadania o zapłacie dziennéj 500 robotnikom, mamy znaléść sumę 500 składników, z których każdy jest liczbą 9. Ułóżmy uprzednio z tych składników 100 równych grup. Ponieważ w każdéj grupie jest 5 składników, więc ich suma jest 9 zł. $\times$ 5 = 45 zł. Ponieważ zaś grup jest 100, a w każdéj jest po 45 zł., więc cała suma jest 45 zł. $\times$ 100 = = 4500 zł. Uczniowie powtarzają to rozumowanie.

Nauczyciel pisze: 100 $\times$ 5 = 500. N. Co powiecie teraz o liczbie 500? U. 500 jest sumą 5-u składników, z których w każdym jest 100 jedności. N. Gdybyśmy więc mieli 500 jednakowych przedmiotów, to ileby z nich na zasadzie tego wzoru można było ułożyć równych grup? U. 5 grup po 100 przedmiotów w każdéj. N. Zarobek dzienny tych 500 robotników jest sumą 500 równych składników; ułóżcie z tych składników 5 równych grup, znajdźcie sumę składników każdéj grupy i te sumy częściowe połączcie w sumę ostateczną. U. W jednéj grupie jest 100 składników; więc suma ich jest: 9 zł. $\times$ 100 = 900 zł. A że takich grup jest 5, więc cała suma jest 900 zł. $\times$ 5 = 4500 zł.

Nauczyciel pisze: 9 zł. $\times$ 500 = 4500 zł.

N. Ilu sposobami znaleźliśmy ten iloczyn? U. 2-ma sposobami. N. Opowiedzcie piérwszy sposób.

U. Mnożyliśmy mnożną (9 zł.) przez cyfrę setek mnożnika (5) i do wypadku dopisaliśmy z prawéj strony 2 zera. N, Opowiedzcie teraz drugi sposób. U. Do mnożnéj (t. j. do ilości jedności w liczbie 9 zł.) dopisaliśmy z prawéj strony 2 zera, a wypadek pomnożyliśmy przez cyfrę setek mnożnika (5). N. A co robimy z liczbą, dopisując do niéj z prawéj strony 2 zera? U. Mnożymy tę liczbę przez 100. N. Z tych dwu sposobów, któreście opisali, używamy zwykle tylko piérwszego.

N. Znajdźcie teraz sami dzienną zapłatę robotników, jeżeli ich jest 800, a każdy pobiéra dziennie po 7 złotych. Uczniowie pod kierunkiem nauczyciela powtarzając powyższe rozumowania, dochodzą do wniosku, że dzienny zarobek wszystkich robotników jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 7 zł., a w mnożniku jest tyle jedności, ile w liczbie mianowanéj 800 robotników jest jednostek, i t. d.

Zadania.

1. Rozmienić na sztuki 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700 i 800 tuzinów.

2. Rozmienić na sztuki 100, 200, 300, 400, 500 i 600 mendli.

3. Ile jest werst w 100, 200, 300, i t. d., 900 milach?

4. Ile jest arkuszy papiéru w 100, 200, 300, 400 librach.

5. Rozmienić na garnce 100, 200 i 300 korcy.

(Nauczyciel dobiéra zawsze takie zadania, w których wypadek działania nie jest większy od liczby 10000).

§ 119. Mnożnik trzycyfrowy.

N. Korzec żyta kosztuje 9 rubli; znaléść wartość 876-u korcy. Zapomocą znanego rozumowania, którego już tu nie powtarzamy, uczniowie dochodzą do wniosku, że wartość 876-u korcy jest iloczynem, w którym mnożną jest cena jednego korca (9 rub.), w mnożniku zaś jest tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie 876 korcy.

Nauczyciel pisze: $9 \times 876 = ?$ N. Iloczyn szukany jest sumą 876-u składników równych. Znajdziemy ją zapomocą sum częściowych. Ponieważ:

$$876 = 800 + 70 + 6,$$

więc dane składniki można skupić w 3 grupy: 1-a grupa będzie miała 800 składników, 2-a 70 składników, a 3-a 6 składników.

Suma składników 1-éj grupy jest:	$9 \times 800 =$	7200
„ „ 2-éj „ „	$9 \times 70 =$	630
„ „ 3-éj „ „	$9 \times 6 =$	54
cała suma, czyli iloczyn szukany, jest:		7884

Wiecie, że jednostką każdego składnika (mnożnéj) jest rubel, a więc i jednostką sumy (iloczynu) jest także rubel; zatym:

$$9 \text{ rub.} \times 876 = 7884 \text{ rub.},$$

czyli wartość 876-u korcy żyta jest 7884 rubli.

N. Opowiedzcie, jakeście wykonali to mnożenie? U. Pomnożyliśmy mnożną pokolei przez: setki, dziesiątki i jedności mnożnika i te iloczyny częściowe dodaliśmy do siebie.

N. Można znaléść iloczyn, wykonywając mnożenie w porządku odwrotnym, to jest zaczynając od mnożenia mnożnéj przez jedności mnożnika.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times\ 876 \\ \hline 54 \\ 63 \\ 72 \\ \hline 7884 \end{array}$$

Nauczyciel pisze mnożnik pod mnożną, przed mnożnikiem kładzie znak mnożenia i te liczby podkréśla. Uczniowie mnożą.
$9 \times 6 = 54$; liczbę 54 piszę pod kréską.
$9 \times 70 = 630$, czyli 3 dz. i 6 s.; w 2-m rzędzie pod kréską piszę cyfry 3 i 6 na 2-m i 3-m miejscu.
$9 \times 800 = 7200$, czyli 2 s. i 7 t.; w 3-m rzędzie pod kréską piszę cyfry 2 i 7 na miejscach: 3-m i 4-m. N. Ile otrzymaliście iloczynów? U. 3. N. Przeczytajcie je. U. 54, 630 i 7200. N. Dodajcie je do siebie. Uczniowie dodają i otrzymują sumę 7884.

N. Opowiedzcie, jakeście teraz wykonali to mnożenie. U. Pomnożyliśmy mnożną pokolei przez jedności, dziesiątki i setki mnożnika i te iloczyny częściowe dodaliśmy do siebie.

N. Poprzedniego sposobu używamy wtedy, kiedy pamięciowo wykonywamy mnożenie; tego zaś sposobu, którym teraz znajdowaliście iloczyn, używamy wtedy, kiedy wykonywamy mnożenie na piśmie.

Uczniowie wykonają dwoma sposobami:

Zadania.

$3 \times 496 = ?$	$8 \times 689 = ?$	$9 \times 573 = ?$
$12 \times 325 = ?$	$15 \times 497 = ?$	$24 \times 268 = ?$

N. Do składu szkła przywieziono z huty 748 tuzinów szklanek. Ile przywieziono szklanek? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Co to jest tuzin? U. 12 sztuk. N. Więc tuzin szklanek jestto 12 szklanek. Ile razy więcéj niż 12 szklanek przywieziono do składu. U. 748 razy. N. Co więc powiecie o szukanéj ilości szklanek? U. Liczba ta jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 12 szk., a w mnożniku jest tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie 748 tuzinów. Nauczyciel pisze: 12 szk. $\times$ $\times$ 748 = ? Uczniowie szukają iloczynu 2-ma sposobami:

$$
1)\quad \begin{array}{r}
12 \times 700 = 8400 \\
12 \times 40 = 480 \\
12 \times 8 = 96 \\
\hline
8976
\end{array}
\qquad\qquad
2)\quad \begin{array}{r}
12 \\
\times 748 \\
\hline
96 \\
48 \\
84 \\
\hline
8976
\end{array}
$$

Więc: 12 szk. $\times$ 748 = 8976 szk.

N. Ile więc szklanek przywieziono do składu? U. 8976 szklanek.

N. Wróćmy jeszcze do naszego zadania. Przypuszczam, że w tym składzie jest długi stół. Ustawmy na nim przywiezione szklanki w równe rzędy, po 12 szklanek w każdym. Ile będziemy mieli rzędów? U. Tyle, ile jest tuzinów, to jest: 748. N. Będziemy teraz te szklanki zbiérali ze stołu i przestawiali do szaf sklepowych; weźmy naprzód z każdego rzędu po j e d n é j szklance i przenieśmy je do szafy; ile szklanek postawimy w szafie? U. 748 szklanek. N. Po ile szklanek zostało na stole w każdym rzędzie? U Po 11. N. Bierzemy powtórnie z każdego rzędu po j e d n é j szklance i te szklanki stawiamy w szafie; ile szklanek postawiliśmy tym razem w szafie. U. Znowu 748 szklanek. N. Po ile szklanek pozostało teraz na stole w każdym rzędzie? U. Po 10 szklanek. N. Jeżeli po raz 3-ci weźmiemy z każdego rzędu po j e d n é j szklance i te szklanki również postawimy w szafie, to ile znowu przybędzie szklanek do szafy i po ile ich zostanie na stole w każdym rzędzie? U. Do szafy przybędzie jeszcze 748 szklanek, a w każdym rzędzie na stole pozostanie po 9 szklanek. N. Ile razy wzięliśmy z każdego rzędu po jednéj szklance? U. 3 razy. N. Ile razy postawiliśmy w szafie po 748 szklanek? U. Także 3 razy. N. Ile jeszcze razy możemy z każdego rzędu na stole wziąć po *jednéj* szklance? U. 9 razy. N. Ile więc razy postawimy jeszcze w szafie po 748 szklanek? U. Jeszcze 9 razy. N. Ile więc razy mieć będziemy teraz w szafie po 748 szklanek? U. 12 razy. N. Co pozostało na stole? U. Nic. N. Mamy w szafie 12 razy po 748 szklanek. Co więc powiecie o ilości tych szklanek? U. Liczba ta jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 748 szklanek, a w mnożniku jest tyle jedności, ile razy przenosiliśmy szklanki ze stołu do szafy; to jest: 12 jedności. Nauczyciel pisze:

$$748 \text{ szk.} \times 12 = ?$$

Uczniowie wykonywają działanie 2-ma sposobami:

1)
$$\begin{array}{r} 748 \times 10 = 7480 \\ 748 \times 2 = \underline{1496} \\ 8976 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 748 \\ \underline{\times 12} \\ 1496 \\ \underline{748} \\ 8976 \end{array}$$

Więc: $748 \text{ szk.} \times 12 = 8976 \text{ szk.}$

N. Widzicie, że liczba szklanek przywiezionych do składu, dała się przedstawić w postaci iloczynu 2-ma sposobami. Gdyśmy te szklanki liczyli na stole, to ich liczba była: $12 \text{ szk.} \times 748$; po przeniesieniu ich do szafy, ta sama liczba stała się iloczynem $748 \text{ szk.} \times 12$. Widzimy więc, że te dwa iloczyny są równe, czyli:

$$12 \text{ szk.} \times 748 = 748 \text{ szk.} \times 12.$$

N. *a)* Przed świętami Wielkiéjnocy przywieziono do miasta na rynek 579 mendli jaj; ile przywieziono jaj? (W mendlu jest 15 sztuk).

b) W papiérni zakupiono do drukarni 386 liber papiéru; ile zakupiono arkuszy? (Libra papiéru drukarskiego ma 25 arkuszy.)

Każde z tych dwu zadań nauczyciel rozwiąże, na wzór zadania o szklankach, 2-ma sposobami. Po rozwiązaniu tych 3-ch zadań nauczyciel wypisze na tablicy następujące 3 wzory:

12 szkl. × 748 = 748 szk. × 12
15 jaj × 579 = 579 jaj × 15
25 ark. × 386 = 386 ark. × 25.

Zadania.

$5 \times 573 = ?$ $8 \times 679 = ?$ $9 \times 873 = ?$ i t. d.

Każde z tych zadań uczniowie zrobią 2-ma sposobami.

1)	2)
$\begin{array}{r} 5 \\ \times\, 573 \\ \hline 15 \\ 35 \\ 25 \\ \hline 2865 \end{array}$	$\begin{array}{r} 573 \\ \times\, 5 \\ \hline 2865 \end{array}$

I t. d.

Kupiec miał: 479 papiérków 3-rublowych, 278 5-rublowych i 147 25-rublowych. Kupił 149 ćwierci nasienia koniczyny po 27 rubli i 186 korcy pszenicy po 9 rubli za korzec. Ile mu pozostało rubli po zapłaceniu za kupione zboże?

§ 120. Mnożnik 1000.

Nauczyciel pisze: $7 \times 1000 = ?$

N. Mamy 7 pomnożyć przez 1000, to jest: mamy znaléść sumę 1000-a składników, z których każdy jest liczbą 7. Ponieważ $1000 = 100 \times 10$, więc składniki szukanéj sumy można ułożyć w 10 równych grup, w każdéj po 100 składników. Suma składników każdéj grupy jest:

$$7 \times 100 = 700.$$

Grup mamy 10, więc i sum częściowych jest 10, a że te sumy są równe i każda jest liczbą 700, więc cała suma jest 700 $\times$ 10 czyli 7000. Przeto:

$$7 \times 1000 = 7000.$$

Stąd widzimy, że jeżeli mnożnikiem jest liczba 1000, to w iloczynie jest tyle tysięcy, ile jedności w mnożnéj; a więc: ażeby liczbę pomnożyć przez 1000, należy dopisać do niéj z prawéj strony 3 zera. Nawzajem, liczba, mająca 3 zera na końcu (to jest na miejscach: 1-m, 2-m i 3-m), jest sumą 1000 równych składników; z których w każdym jest tyle jedności, ile w sumie jest tysięcy. Np. liczba 5000 jest sumą 1000 składników, z których każdy jest liczbą 5.

§ 121. Dzielenie. — Dzielnik jednocyfrowy. — Sposób pamięciowy szukania ilorazu.

Możemy, rozpoczynając naukę dzielenia, wziąć takie przykłady, w których dzielną jest liczba, powstająca z iloczynu dwu liczb jednocyfrowych przez dopisanie jednego albo dwu zer na końcu. Przypuśćmy, że przedmiotem pogadanki z uczniami jest dzielenie, w którym dzielnikiem jest liczba 6.

6	60	600
12	120	1200
18	180	1800
24	240	2400
30	300	3000
36	360	3600
42	420	4200
48	480	4800
54	540	5400
60	600	6000

Nauczyciel pisze z tabliczki mnożenia szereg 6-y. N. Co jest na tablicy? U. Iloczyny dwu liczb, z których jedną jest liczba 6. N. Jeżeli każdą z tych liczb pomnożymy przez 10, to jakie liczby otrzymamy jako iloczyny? U. 60, 120, 180, i t. d., 540, 600. Nauczyciel wypisuje te iloczyny obok poprzednich. N. A jeżeli każdą z liczb piérwszego szeregu pomnożymy przez 100, to jakie liczby otrzymamy jako iloczyny? U. 600, 1200, 1 800, i t. d., 5400, 6000. Nauczyciel wypisuje znowu te iloczyny obok poprzednich.

N. Macie na tablicy 3 szeregi liczb; będziemy te liczby wymierzać liczbą 6. Ale poprzednio powiedzcie, o co nam idzie, gdy chcemy wymierzyć liczbą 6 liczbę daną? U. Idzie nam o to, aby znaléść, ile razy liczba 6 mieści się w danéj liczbie; albo: liczbę daną rozłożyć na części równe 6 jednościom. (Porów. str. 39.)

N. Piérwszy szereg liczb, będących na tablicy wymierzcie liczbą 6 i napiszcie odpowiednie wzory. U. $6:6=1$, $12:6=2$, $18:6=3$, i t. d. $54:6=9$, $60:6=10$.

N. O piérwszéj liczbie 2-go szeregu wiemy już, że $60 = 6 \times 10$; więc $60 : 6 = 10$. Weźmy teraz liczbę 120. Nauczyciel pisze:

$$120 : 6 = ?$$

N. Wiecie, że dzielna 120 jest iloczynem liczby 12 przez 10. Inaczéj: liczba 120 jest sumą 10-u składników, z których każdy jest liczbą 12. Jeżeli więc liczbę 120 rozłożymy na równych części 10, to jaką będzie każda taka część? U. Liczbą 12. N. Liczba 6 w każdéj z tych części mieści się 2 razy, a więc w całości, czyli w liczbie 120, liczba 6 mieści się 10 razy po 2 razy, to jest 20 razy. A więc: $120 : 6 = 20$.

N. Wymierzcie teraz sami liczbę 180 liczbą 6. U. Rozkładamy naprzód 180 na 10 równych części; każda część jest liczbą 18. Ponieważ 6 w 18-tu mieści się 3 razy, więc w 180-u mieści się 10 razy po 3 razy, czyli 30 razy. Stąd: $180 : 6 = 30$.

Rozumując w podobny sposób, uczniowie wyprowadzą wzory:

$240:6=40$, $300:6=50$, i t. d., $540:6=90$, $600:6=100$.

N. Jak otrzymaliście liczbę 1200? U. Mnożąc 12 przez 100. N. Liczba więc 1200 jest iloczynem liczby 12 przez 100, czyli jest sumą 100-u składników, z których każdy jest liczbą 12. Wymierzcie teraz każdy składnik liczbą 6 i powiedzcie, ile razy 6 mieści się w sumie. U. Ponieważ 6 w 12-tu mieści się 2 razy, więc w 1200-u mieści się 100 razy po 2 razy, czyli 200 razy. To jest $1200 : 6 = 200$.

W taki sam sposób dadzą się wyprowadzić wzory:

$1800 : 6 = 300$, $2400 : 6 = 400$, i t. d., $6000 : 6 = 1000$.

W czasie przerabiania z uczniami następujących ustępów (A—D) nauczyciel pozostawia na tablicy wypisane na początku tego paragrafu szeregi liczb.

A). N. Znajdźcie 2 liczby: jednę, w którój 6 mieści się 20 razy, i drugą, w którój 6 mieści się 7 razy. U. 120 i 42. N. Dodajcie je do siebie. U. 120 i 42 jest 162. N. Napiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie piszą: $120 + 42 = 162$. N. Wymierzcie tę sumę liczbą 6. U. 162 składa się z dwu części: 120 i 42; ponieważ 6 w jednéj części mieści się 20 razy, a w 2-éj 7 razy, więc w całości, czyli w liczbie 162, mieści się 27 razy. N. Napiszcie wzór tego ilorazu. Uczniowie piszą:

$$162 : 6 = 27.$$

Nauczyciel zastosowywa ten wzór do zadań:

Ile jest sążni w 162 stopach polskich?

Jabłko kosztuje 6 groszy; ile jabłek można kupić za 162 grosze?

Ile jest ławek w szkole, jeżeli na każdéj ławce siedzi 6-u uczniów, a wszystkich uczniów jest 162? I t. d.

Po rozwiązaniu każdego z tych zadań, uczniowie powinni do niego zastosować wzór dzielenia, napisany na tablicy. Mianowicie pod wzorem powyższym napiszą:

162 stopy : 6 stóp = 27
162 gr. : 6 gr. = 27
162 ucz. : 6 ucz. = 27. I t. d.

N. Urzędnik złożył w kasie oszczędności 6-tą część swego miesięcznego zarobku. Ile on złożył w kasie, jeżeli miesięczny jego zarobek wynosi 162 ruble?

Staś ma 162 książki i 6-tą ich część oddał do oprawy; ile książek dał on do oprawy? I t. d.

Uczniowie rozwiązują te zadania i piszą:

162 rub. : 6 = 27 rub., 162 ks. : 6 = 27 ks. i t. d.

B). Nauczyciel pisze na tablicy: 534 : 6 = ?

Czy którakolwiek z liczb, wypisanych w tych szeregach, które są na tablicy, jest liczbą 534, która jest teraz dzielną? U. Nie. N. Wymieńcie z napisanych na tablicy dwie po sobie następujące liczby, między którymi znajduje się dzielna 534. U. 480 i 540. N. Odejmijcie od dzielnéj liczbę 480 i powiedzcie, co pozostanie. U. 534 bez 480, pozostanie 54. N. Napiszcie ten wzór. Uczniowie piszą: 534 — 480 = 54. N. Na ile części rozłożyliście dzielną 534 i jakie są te części? U. Na 2 części: 480 i 54. N. Napiszcie wzór odpowiedni. Uczniowie piszą: 480 + 54 = 534. N. Wymierzcie te części liczbą 6 i powiedzcie, ile razy 6 mieści się w całości. U. 6 w 480-u mieści się 80 razy w 54-ch 9 razy, więc w liczbie 534 mieści się 89 razy N. Napiszcie wzór. Uczniowie piszą:

534 : 6 = 89.

N. Pociąg pospieszny kolei żelaznéj przebiega na godzinę 6 mil; w ciągu ilu godzin on przebieży 534 mile?

Handlarz owoców sprzedaje za złoty 6 jabłek ile on złotych otrzyma ze sprzedaży 534 jabłek?

We wsi jest 534 mieszkańców; 6-ta ich część trudni się rybołówstwem; ilu jest w téj wsi rybaków?

C). N. Z każdego szeregu liczb, napisanych na tablicy, wybierzcie po jednéj i dodajcie je do siebie. Uczniowie wybiérają naprzykład liczby: 2400, 180 i 36 i piszą wzór: 2400 + 180 + 36 = 2616. N. Z ilu i jakich części składa się liczba 2616? U. Z 3-ch części: 2400, 180 i 36. N. Znajdźcie, ile razy 6 mieści się w całości, czyli w liczbie 2616. U. 6 w 2400 mieści się 400 razy, w 180-u 30 razy, w 36-u 6 razy; przeto w ich sumie mieści się 436 razy. A więc:

2616 : 6 = 436.

N. Ilu robotnikom wypłacono 2616 rubli, jeżeli każdy z nich dostał po 6 rubli?

6 łokci sukna kosztuje 2616 kopiéjek. Ile kosztuje łokieć tego sukna? I t. d.

D). Nauczyciel pisze: 1788 : 6 = ?

N. Pośród liczb napisanych na tablicy znajdźcie dwie po sobie następujące, między którymi znajduje się liczba 1788. U. 1200 i 1800. N. Odejmijcie 1200 od 1788 i powiedzcie, co zostanie. U. 1788 bez 1200 jest 588. Uczniowie piszą: 1788 — 1200 = 588. N. Znajdźcie teraz dwie liczby po sobie następujące, między którymi znajduje się reszta 588. U. 540 i 600. N. Odejmijcie 540 od 588, powiedzcie, co zostanie, i napiszcie wzór odpowiedni. U. 588 — 540 = 48. N. Na ile części rozłożyliście dzielną i jakieto są części? U. Na 3 części: 1200, 540 i 48. Uczniowie piszą:

1200 + 540 + 48 = 1788.

N. Znajdźcie, ile razy liczba 6 mieści się w dzielnéj. U. 6 w 1200 mieści się 200 razy, w 540-u 90 razy, w 48-u 8 razy; więc w całości liczba 6 mieści się 298 razy. 1788 : 6 = 298.

N. W składzie mebli sprzedano krzeseł za 1788 rubli; ile sprzedano krzeseł, jeżeli cena każdego jest 6 rubli?

N. Pewna osoba zobowiązała się wypłacić należność wynoszącą 1788 rubli w 6-u równych miesięcznych ratach; jak wielką ma być rata miesięczna?

Zupełnie taksamo, wychodząc z innych szeregów liczb w tabliczce mnożenia, nauczyciel przerabia z uczniami dzielenie przez inne jednocyfrowe liczby.

Zadania.

138 : 2 = ?	228 : 3 = ?	316 : 4 = ?	195 : 5 = ?	312 : 6 = ?
176 : 2 = ?	174 : 3 = ?	272 : 4 = ?	285 : 5 = ?	474 : 6 = ?
192 : 2 = ?	252 : 3 = ?	384 : 4 = ?	345 : 5 = ?	552 : 6 = ?

252 : 7 = ?	216 : 8 = ?	504 : 9 = ?	
329 : 7 = ?	392 : 8 = ?	702 : 9 = ?	
644 : 7 = ?	496 : 8 = ?	855 : 9 = ?	I t. d.

§ 122. Dzielnik jednocyfrowy.— Piśmienny sposób szukania ilorazu.

8 (*)	3752
16	— 3200 : 8 = 400
24	552
32	— 480 : 8 = 60
40	72
48	— 72 : 8 = 9
56	0 469
64	
72	
80	

Nauczyciel pisze na tablicy: 3752 : 8 = ? i na boku odpowiedni, t. j. 8-my szereg z tabliczki mnożenia.

N. Czy można każdą liczbę tego (*) szeregu odjąć od dzielnéj 3752? U. Możńa. N. Dlaczego? U. Bo każda z nich jest mniejsza od liczby 3752. N. Jeżeli każdą liczbę tego (*) szeregu pomnożymy przez 10, t. j. dopiszemy do każdéj z prawéj strony jedno zero, to czy można będzie każdy z tych iloczynów odjąć od dzielnéj? U. Można. N. A jeżeli liczby tego (*) szeregu pomnożymy przez 100, t. j. dopiszemy do każdéj z nich 2 zera, to czy można będzie każdy z tych iloczynów odjąć od dzielnéj? Uczniowie po namyśle odpowiadają, że można odjąć następujące tylko iloczyny: 800, 1600, 2400 i 3200. N. Odejmijcie największy z nich Uczniowie od liczby 3750 odejmują 3200 i otrzymują resztę 552. N. Które liczby z zerem na końcu można odjąć od reszty 552. U. 80, 160, 240, 320, 400 i 480. N. Odejmijcie największą z nich. Uczniowie od liczby 552 odejmują 480 i otrzymują 2-ą resztę 72. N. Którą liczbę tego (*) szeregu można odjąć od 2-éj reszty? U. 9-tą liczbę, to jest 72. Uczniowie odejmują i jako resztę piszą 0. N. Ile razy wykonaliście odejmowanie? U. 3 razy. N. Jakie liczby odejmowaliście? U. 3200, 480 i 72. N. Co zostało? U. Nic. N. Dzielna więc 3752 została rozłożona na 3 części, mianowicie: 3200, 480 i 72. Szukajcie teraz ilorazu. Uczniowie dowiadują się, ile razy 8 mieści się w każdéj części dzielnéj i otrzymane częściowe ilorazy dodają do siebie. Więc:

$$3752 : 8 = 469.$$

$$\begin{array}{rl} 4235 & \\ -\underline{4200} & : 7 = 600 \\ 35 & \\ -\underline{35} & : 7 = \underline{\quad 5} \\ 0 & \qquad\;\; 605 \end{array}$$

Nauczyciel pisze:

$$4235 : 7 = ?$$

N. Powiedzcie z tabliczki mnożenia szereg 7-y. U. 7, 14, 21, i t. d., 70. N. Powiedzcie, jakie otrzymacie iloczyny, jeżeli te liczby pomnożycie przez 10? U. 70, 140, 210, i t. d., 700. N. A jakie otrzymacie iloczyny, mnożąc owe liczby przez 100? U. 700, 1400, 2100 i t. d., 7000. N. Jaką największą z wyliczonych liczb można odjąć od dzielnéj 4235? U. 4200. N. Odejmijcie ją od liczby 4235 i powiedzcie, jaką otrzymacie resztę? U. 35. N. Co możecie od niéj odjąć? U. 35. W taki sposób uczniowie rozłożyli dzielną na 2 części: 4200 i 35, a znajdując następnie, ile razy 7 mieści się w każdéj z tych części, dowiadują się, że:

$$4235 : 7 = 605.$$

$$\begin{array}{r l}
5340 & \\
-\,\underline{4800} : 6 = & 800 \\
540 & \\
-\,\underline{540} : 6 = & \underline{\;\;90} \\
0 & 890
\end{array}$$

Nauczyciel pisze:

$$5340 : 6 = ?$$

Uczniowie wyliczają liczby 3-go szeregu z tabliczki mnożenia, oraz iloczyny tych liczb przez 10 i przez 100; następnie, zapomocą dwukrotnego odejmowania, rozkładają dzielną na 2 części: 4800 i 540, a wykazawszy, ile razy w każdéj z tych części mieści się liczba 6, znajdują nakoniec, że:

$$5340 : 6 = 890.$$

Zadania.

2268 : 3 = ?	812 : 2 = ?	6960 : 8 = ?
3948 : 4 = ?	2428 : 4 = ?	5180 : 7 = ?
1985 : 5 = ?	6345 : 9 = ?	4410 : 9 = ?

Każdy z otrzymanych tu wzorów uczniowie zastosują do odpowiednio dobranych zadań.

§ 123. Dzielenie piśmienne przez liczbę jednocyfrową (ciąg dalszy).

Nauczyciel pisze na tablicy 4923 : 9 = ? Chcąc oznaczyć liczbę cyfr ilorazu, nauczyciel pisze na tablicy dwie liczby: 900 i 9000 i zawiązuje z uczniami taką pogadankę.

Liczba 900 ma na końcu 2 zera; co więc o niéj możecie powiedzieć? U. 900 jest sumą 100 składników 9. N. Ile więc razy 9 mieści się w liczbie 900? U. 100 razy. N. Porównajcie dzielną 4923 z liczbą 900 i powiedzcie, która z nich jest większa? U. Dzielna 4923. N. Więc 9 w dzielnéj 4923 mieści się więcéj niż 100 razy; powiedzcie to inaczéj. U. Iloraz, którego szukamy, jest większy od 100. N. A co powiecie o liczbie 9000? U. 9000 jest sumą 1000-ca składników 9. N. Ile więc razy 9 mieści się w liczbie 9000? U. 1000 razy. N. Porównajcie dzielną 4923 z liczbą 9000 i powiedzcie, która z tych liczb jest mniejsza? U. Dzielna 4923 jest mniejsza od liczby 9000. N. Więc 9 w dzielnéj 4923 mieści się mniéj niż 1000 razy. Jak to inaczéj powiecie? U. Iloraz którego szukamy, jest mniejszy od 1000. N. Iloraz więc, którego szukamy, jest zawarty między liczbami 100 i 1000. Wiecie, że wszystkie liczby, pośrednie między tymi liczbami krańcowymi, są trzycyfrowe; co więc powiecie o ilorazie szukanym? U. Iloraz szukany jest liczbą trzycyfrową, to jest złożoną z setek, dziesiątków i jedności.

Nauczyciel we wzorze, będącym na tablicy, ściéra znak zapytania i znak równości, a zamiast znaku dzielenia prowadzi kréskę pionową, nieco na dół przeciągniętą, i mówi: ta kréska oddzieli dzielnik od dzielnéj i ilorazu. Następnie pod dzielnikiem prowadzi kréskę poziomą, a pod nią umieszcza trzy kropki, mówiąc: pod kréską będziemy pisali iloraz; przeto ta kréska oddzieli dzielnik od ilorazu. Wiecie, że iloraz szukany jest liczbą trzycyfrową; niechaj te miejsca, na których będziemy pisali cyfry setek, dziesiątków i jedności ilorazu, będą oznaczone tymi trzema kropkami.

$$
\begin{array}{r|l}
4923 & 9 \\ \cline{2-2}
-45 & 547 \\ \cline{1-1}
42 & \cdot\,\cdot\,\cdot \\
-36 & \\ \cline{1-1}
63 & \\
-63 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

N. Znajdziemy naprzód cyfrę setek ilorazu. W dzielnéj, jak widzicie, są 4 tysiące i 9 setek; otóż, rozmieńcie te 4 tysiące na setki, dodajcie 9 setek i powiedzcie, jaką otrzymacie sumę? U. 4 t. = 40 s., 40 s. + + 9 s. = 49 s., czyli 4900. N. Wiecie, że liczba 4900 jest sumą 100 równych składników; więc jeżeli ją rozłożymy na 100 równych części, to jaka będzie każda część? U. 49 jedności. N. Powiedzcie iloczyny dzielnika przez jedno cyfrowe liczby. U. 9, 18, 27, i t. d., 81. N. Między którymi z tych liczb znajduje się liczba 49? U. Między liczbami: 45 i 54? N. O ile jedności liczba 49 jest większą od 45-u? U. O 4 jedności. N. Wiecie, że 9 mieści się w 45-u 5 razy, czyli 9 można odjąć od 45-u 5 razy; ile więc razy można odjąć 9 od 49-u? U. Także 5 razy, ale pozostanie jeszcze 4. N. Otóż uważcie: 49 setek dzielnéj rozłożyliśmy na równych części 100, z których każda jest liczbą 49 jedności; jeżeli od każdéj z tych części odejmiemy 5 razy po 9, to ile razy odejmiemy liczbę 9 od wszystkich 49-u setek? U. 100 razy po 5, to jest 500 razy (nauczyciel pisze w ilorazie na 3-m miejscu cyfrę 5). N. 500 razy 9 jest 4500, czyli 45 s. Odejmijmy 45 s. od 49 s. (nauczyciel pod lic zbą 49, oznaczającą setki dzielnéj podpisuje 45 i odejmuje: zostaje 4).

N. Zostały w dzielnéj 4 setki. Rozmieńcie je na dziesiątki i dodajcie 2 dziesiątki dzielnéj. U. 4 s. = 40 dz., 40 dz. + 2 dz. = 42 dz. (nauczyciel z prawéj strony reszty 4 dopisuje cyfrę 2).

N. Liczba 42 dz., czyli 420, jest sumą 10-u składników 42. Wiecie, że 9 w 42 mieści się 4 razy; jeżeli więc od każdego składnika 42 odejmiemy 4 razy po 9, to ile razy odejmiemy liczbę 9 od 42 dz.? U. 10 razy po 4, to jest 40 razy (nauczyciel pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 4).

N. 40 razy 9 jest 360, czyli 36 dz. (nauczyciel pod liczbą 42, oznaczającą dziesiątki reszty, podpisuje 36 i odejmuje: pozostaje 6).

N. Zostało 6 dziesiątków. Rozmieńcie je na jedności i dodajcie 3 jedności dzielnéj. U. 6 dz. = 60, 60 + 3 = 63 jedności (nauczyciel z prawéj strony 2-éj reszty 6 dopisuje cyfrę 3).

N. Ile razy 9 mieści się w liczbie 63? U. 7 razy (nauczyciel pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 7).

N. 7 razy 9 jest 63 (nauczyciel pod liczbą 63, oznaczającą jedności 2-éj reszty, podpisuje iloczyn 63, odejmuje, i dla wyraźnego oznaczenia, że nic nie pozostało, pisze zamiast reszty cyfrę 0, co wyjaśnia uczniom).

Uczniowie pod kierunkiem nauczyciela powtarzają powyższe rozumowanie na innych liczbach. Np.

$$6152 \,\big|\, \underline{8}$$

N. Czego się naprzód trzeba dowiedzieć? U. Ile jest cyfr w ilorazie. N. Powiedzcie liczby, w których się dzielnik 8 mieści: 10 razy, 100 i 1000 razy. U. 80, 800 i 8000. N. Mędzy którymi z tych liczb znajduje się dzielna? U. Pomiędzy liczbami 800 i 8000. I t. d. (uczniowie tak, jak poprzednio, dowiadują się, że iloraz będzie trzycyfrowy).

N. Któréj z tych cyfr będziemy naprzód szukali? U. Cyfry setek. N. Ile dzielna ma wszystkich setek? U. 61 s. N. Dlaczego? U. Bo 6 t. = 60 s.; 60 s. + + 1 s. = 61 s. N. Szukajcie setek ilorazu tak, jak to robiliśmy w przykładzie poprzednim. U. Jeżeli 61 s. rozłożymy na równych części 100, to w każdéj będzie 61 jedności; 8 w 61 mieści się 7 razy; więc od liczby 61 można liczbę 8 odjąć 7 razy; nadto pozostanie 5. Jeżeli od każdéj części, to jest od każdéj liczby 61, odejmiemy dzielnik 7 razy, to od 61 s. odejmiemy dzielnik 700 razy.

N. Krócéj tak zwykle mówimy: ponieważ 8 w 61 mieści się 7 razy, więc cyfra setek ilorazu jest 7; napiszę tu cyfrę 7 na 3-m miejscu. 700 razy 8 jest 5600, czyli 56 s., podpisuję 56 s. pod 61 s.; odejmuję; zostaje 5 s. Cóż teraz należy zrobić? U. Należy rozmienić 5 s. na dziesiątk i dodać 5 dziesiątków; 5 s. = 50 dz.; 50 dz. + 5 dz. = 55 dz.

```
 6155 | 8
— 56  |-----
   55 | 769
— 48  | ...
   72
— 72
    0
```

(uczeń z prawéj strony reszty 5 dopisuje cyfrę 5). Liczbę 55 dz. rozkładam na 10 równych części; w każdéj z tych części, to jest w liczbie 55, dzielnik 8 mieści się 6 razy. Jeżeli od każdéj części odejmiemy 6 razy dzielnik 8, to od 55 dz. dzielnik będzie odjęty 60 razy. N. Jak to powiecie krócéj? U. Ponieważ 8 w 55 mieści się 6 razy, więc cyfrą dziesiątków w ilorazie jest 6 (uczeń pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 6).

U. 60 razy 8 jest 480, czyli 48 dz. (uczeń podpisuje 48 pod 55 i odejmuje). Zostało 7 dz. Rozmieniam je na jedności i dodaję 2 jedności; 7 dz. = 70; 70 + 2 = 72, (uczeń z prawéj strony reszty 7 dopisuje cyfrę 2).

U. 8 w 72 mieści się 9 razy (uczeń pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 9), 9 razy 8 jest 72 (uczeń podpisuje 72 pod liczbą 72 i odejmuje).

N. Ile razy wykonaliście odejmowanie? U. 3 razy. N. Przez to trzykrotne odejmowanie, na ile i na jakie części dzielna została rozłożoną? U. Na 3 części: 56 s., 48 dz. i 72. N. Odejmując od dzielnéj piérwszą część, to jest 56 s., ile razy odjęliście dzielnik 8? U. 700 razy. N. Odejmując 2-gą i 3-cią część, to jest: 48 dz. i 72, ileście razy odjęli dzielnik 8? U. 60

razy i 9 razy. N. Więc ostatecznie, ile razy dzielnik 8 został odjęty od dzielnéj? U. 768 razy. N. Ile więc razy 8 mieści się w liczbie 6152? U. 768 razy. Liczba więc 768 jest szukanym ilorazem. Ponieważ z ostatniego odejmowania nie otrzymaliśmy reszty, więc mówimy, że liczba 8 mieści się w liczbie 6152 768 razy bez reszty.

Zadania.

2895 : 3 = ?	4295 : 5 = ?	3976 : 7 = ?
2572 : 4 = ?	4788 : 6 = ?	7864 : 8 = ?
8883 : 9 = ?	i t. d.	

Uczniowie oznaczają naprzód ilość cyfr ilorazu, a następnie przy wynajdywaniu tych cyfr, powtarzają szczegółowo powyższe rozumowanie.

§ 124. Wynajdywanie połowy, trzeciéj części i t. d.

N. Koncert, dany w Warszawie na cel dobroczynny, przyniósł dochodu 4374 ruble. Z tego dochodu ofiarowano: 1) połowę na ochrony, 2) 6-tą część na szpital dziecinny, 3) 9-tą część na czytelnie bezpłatne, i 4) resztę tego dochodu na osady rolne. Ile rubli dostała każda z tych instytucyj dobroczynnych?

Uczniowe, jak zwykle, powtarzają zadanie i, przy pomocy stosownéj pogadanki, dochodzą do wniosku, że dla rozwiązania zadania należy liczbę 4374 rub. rozłożyć na takie 4 części, żeby jedna była połową téj całości (liczby 4374 rub.), 2-ga 6-tą jéj częścią, 3-cia 9-tą jéj częścią, a wtedy reszta będzie ostatnią jéj częścią. N. Co mamy znaléść naprzód? U. Połowę liczby 4374 rub. N. Powiedzcie: jeden rubel jest połową ilu rubli? U. Połową 2 rubli. N. Dowiedzcie się, ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 4374.

Uczniowie dzielą:

N. Ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 4374?

$$\begin{array}{r|l} 4374 & 2 \\ \cline{2-2} -4 & 2187 \\ \cline{1-1} 3 & \\ -2 & \\ \cline{1-1} 17 & \\ -16 & \\ \cline{1-1} 14 & \\ -14 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

U. 2187 razy. N. Ile więc razy od 4374 rub. można odjąć po 2 ruble? U. 2187 razy. N. Jeżeli za każdym razem, odjąwszy 2 ruble, oddzielimy połowę tych 2-u rubli, t. j. 1 rubel, to odejmując 2 rub. od 4374 rub. 2187 razy, oddzielimy wszystkiego 2187 rubli. A więc połową liczby 4374 rub. jest 2187 rub. Uczniowie powtarzają powyższe rozumowanie.

N. Liczbę 4374 można także rozłożyć na 2 równe części, czyli rozłożyć ją na połowy, nie dowiadując się uprzednio, ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 4374. Nauczyciel pisze na tablicy:

4373 rub. : 2 = ?

N. Przeczytajcie, co jest napisane na tablicy? U. Liczbę 4374 rub. rozłożyć na 2 równe części. N. Powiedzcie to inaczéj. U. Znaléść połowę liczby 4374 rub. N. Ile macie tysięcy? U. 4 t. N. Połowa 4-ch tysięcy jest 2 t. (nauczyciel ściéra we wzorze znak zapytania i, oznaczywszy 4 kropki, pisze w ilorazie na 4-m miejscu cyfrę 2). N. Ile mamy setek? U. 3 s. N. 3-ch s. nie można tak rozłożyć na 2 równe części, ażeby każdą z tych części stanowiły całe setki. Dlatego bierzemy tylko 2 s. i dzielimy je na połowy. Połowa 2 s. jest 1 s. (nauczyciel pisze w ilorazie na 3-m miejscu cyfrę 1). N. Została 1 s.; rozmieńcie ją na dziesiątki i dodajcie dziesiątki dzielnéj. U. 1 s. = 10 dz.; 10 dz. + + 7 dz. = 17 dz, N. Czy liczbę 17 możecie podzielić bez reszty na połowy? U. Nie. N. Wymieńcie liczby mniejsze od 17, które się dzielą bez reszty na połowy. U. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 i 16. N. Z tych liczb najbliższą 17-u jest liczba 16; połowa 16-u jest 8; więc połowa 16 dz. jest 8 dz. (nauczyciel pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 8). N. Ile jeszcze zostało dziesiątków nierozłożonych? U. 1 dz. N. Rozmieńcie go na jedności i dodajcie jedności dzielnéj. U. 1 dz. = = 10; 10 + 4 = 14. N. Połowa 14-tu jest 7 (nauczyciel pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 7). N. Jaka więc liczba jest połową liczby 4374 r.? U. 2187 rub. N. Co ta liczba oznacza w zadaniu, które wam na początku powiedziałem? U. Jest to ilość rubli, ofiarowanych na ochrony.

N. Jaką część dochodu z koncertu ofiarowano na szpital dziecinny? U. 6-tą część. N. Będziemy jéj szukali. Powiedzcie: jeden rubel jest 6-tą częścią ilu rubli? U. 6-u rub. N. Dowiedzcie się, ile razy 6 mieści się w 4374.

Uczniowie dzielą.

```
 4374 | 6
—42   |729
  17
 —12
   54
  —54
    0
```

N. Ile więc razy od 4374 rub. można odjąć po 6 rub. U. 729 razy. N. Jeżeli za każdym razem po odjęciu 6-u rubli oddzielimy 6-tą część tych 6-u rub., t. j. 1 rubel, to oddzielimy wszystkiego 729 rubli. A więc 6-tą częścią liczby 4374 jest 729 rub. N. Liczbę 4374 można rozłożyć na 6 równych części, nie dowiadując się uprzednio, ile razy liczba 6 mieści się w liczbie 4374. Nauczyciel pisze na tablicy:

4374 rub. : 6 = ?

N. W 6-éj części 4-ch t. nie będzie całych tysięcy; dlatego rozmieńcie te 4 t. na setki i dodajcie setki dzielnéj. U. 4t. = 40s.; 40s. + 3s. = 43 s. N. Wymieńcie wszystkie liczby, mniejsze od 60-ciu, które dają się bez reszty podzielić na 6 równych części. U. 6, 12, 18, 24, 30, 35, 42, 48, 54. N. Liczba 43 nie znajduje się w tym szeregu liczb; jaka z liczbli tego szeregu, mniejsza od 43-ch, jest najbliższa 43-ch? U. 42. N. Jaka jest 6-ta część liczby 42? U. 7. N. Więc 6-ta część 42-u setek jest 7 s.; otóż, od 43 setek odejmujemy 42 s. i dzielimy je na równych części 6; w każdéj z tych części jest 7 s. (nauczyciel we wzorze ściéra znak zapytania i, oznaczywszy trzy kropki, pisze na 3-m miejscu cyfrę 7). N. Ile zostało setek niepodzielonych? U. 1 s. N. Powiedzcie teraz sami: jak znaleźliśmy cyfrę setek ilorazu? U. O4 43 s. odjęliśmy 42 s. i podzieliliśmy je na 6 równych części; otrzymaliśmy w ilorazie 7 s. i została jeszcze niepodzielona 1 setka. N. Krócéj się tak mówi: 6-tą część 45-u setek jest 7 s., a nadto zostaje reszta 1 s. — Znajdźcie teraz sami cyfrę dziesiątków ilorazu. U. Rozmieniamy 1 s. na dziesiątki i dodajemy dziesiątki dzielnéj: 1 s. = 10 dz.; 10 dz. + 7 dz. = 17 dz. Od 17 dz. odejmujemy 12 dz. i dzielimy je na 6 równych części; na każdą część przypada po 2 dz., a pozostaje niepodzielonych 5 dz. N. Jak to krócéj powiecie? U. 6-ta część 17-u dziesiątków jest 2 dz., a nadto zostaje reszta 5 dz. (nauczyciel pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 2). — N. Znajdźcie teraz sami cyfrę jedności ilorazu. U. 5 dz. = 50, 50 + 4 = 54; 6-ta część 54-ch jest 9 bez reszty, (nauczyciel pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 9). N. Więc:

$$4374\,\text{rub.} : 6 = 729\,\text{rub.}$$

N. Co ta liczba oznacza w zadaniu? U. Są to piéniądze, ofiarowane z koncertu na szpital dziecinny.

N. Czego się teraz trzeba dowiedzieć? U. Ile rubli ofiarowano na czytelnie bezpłatne. N. Co powiedziano w zadaniu o téj ilości rubli? U. Ta ilość rubli jest 9-tą częścią całego dochodu z koncertu. N. Wiecie, że cały dochód z koncertu wynosi 4374 rub. Będziemy więc szukali 9-éj części téj liczby. Przy szukaniu téj 9-éj części liczby 4374 rubli można, jak poprzednio, albo naprzód dowiedzieć się, ile razy liczba 9 mieści się w liczbie 4374, albo odrazu rozkładać pokolei tysiące, setki, dziesiątki i jedności danéj liczby na równych części 9. Otóż, znajdźcie iloraz tym ostatnim sposobem.

Nauczyciel pisze na tablicy.

4374 rub. : 9 = ?

U. Ponieważ w 9-éj części 4-ch t. nie będzie całych tysięcy, więc rozmieniamy je na setki i dodajemy setki dzielnéj: 4 t. = 40 s.; 40 s. + 3 s. = 43 s. N. Wymieńcie liczby, mniejsze od 43-ch, które się dają podzielić bez reszty na 9 równych części. U. 9, 18, 27 i 36 N. Jaka jest 9-ta część 36-u? U. 4. N. Jaka jest więc 9-ta część 43-ch setek? U. 9-ta część 43 s. jest 4 s., a nadto zostaje reszta 7 s. (uczeń ściéra znak zapytania i w ilorazie, oznaczywszy uprzednio 3 kropki, na 3-m miejscu pisze cyfrę 4). N. Szukajcie cyfry dziesiątków ilorazu. U. 7 s. = 70 dz.; 70 dz. + 7 dz. = 77 dz.; 9-ta część 77 dz. jest 8 dz., a nadto zostanie reszta 5 dz. (uczeń pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 8). U. 5 dz. = 50; 50 + 4 = 54. 9-ta część 54-ch jest 6 (uczeń pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 6). Więc:

4374 rub. : 9 = 486 rub.

U. Na czytelnie bezpłatne ofiarowano 486 rub.

N. Czy zadanie nasze jest już zupełnie rozwiązane? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo nie wiemy jeszcze, ile otrzymają osady rolne. N. Znajdźcie to sami. (Uczniowie dodają liczby: 2187 rub., 729 r. i 486 r. i tę sumę odejmują od liczby 4374 r.)

Zadania.

5732 funty; 2=?	2785 pud. : 5=?	2952 jabł. : 8=f
7496 mil : 2=?	7830 pud. : 5=?	5976 funt. : 8=?
7707 rubli : 3=?	5256 korcy : 6=?	9872 kwar. : 8=?
5715 arku. : 3=?	8538 cent. : 6=?	3573 sążnie : 9=?
2936 godz. : 4=?	6475 cali : 7=?	8883 minuty : 9=?
9592 łokcie : 4=?	9996 złot. : 7=?	9756 dni : 9=?

I t. d.

Rozwiązując wszystkie te zadania, uczniowie wykonywają działania na pamięć i piszą tylko wypadki.

§ 125. Dzielnik jest większy od 10-u.

N. Mieszkańcy wsi zebrali pomiędzy sobą 8856 gr. na założenie przy szkółce czytelni bezpłatnéj dla dzieci. Ilu mieszkańców brało udział w téj składce, jeżeli każdy z nich dał po 24 gr.?

Uczniowie powtarzają zadanie i, przy stosownéj z nauczycielem pogadance, dochodzą do wniosku, że dla rozwiązania zadania należy liczbę 8856 rozdzielić na takie części, iżby każda była równa liczbie 24, i dowiedziéć się, ile jest tych części; inaczéj trzeba się dowiedziéć, ile razy liczba 24 gr. mieści się w liczbie 8856 gr.

Nauczyciel pisze na tablicy: 8856 gr. : 24 gr. = ?

Przed rozpoczęciem dzielenia uczniowie układają tabliczkę iloczynów dzielnika przez liczby jednocyfrowe, t. j. szereg iloczynów, w których mnożną jest zawsze dzielnik 24, a mnożnik rośnie stopniowo od 1 do 9-u, któreto iloczyny nauczyciel wypisuje na tablicy. Następnie uczniowie dowiadują się, jak poprzednio, ile będzie cyfr w ilorazie.

N. Ile tysięcy jest w dzielnéj? U. 8 tysięcy.

N. Rozmieńcie je na setki i dodajcie setki dzielnéj. U. 8t. = 80s.; 80s. + 8s. = 88s. N. Rozłóżcie te 88s. na 100 równych części i powiedzcie, jaka jest każda część? U- 88 jedności. N. Czy liczba 88 jest w szeregu iloczynów, napisanym na tablicy? U. Nie. N. Znajdźcie w tym szeregu najbliższą liczbę, mniejszą od 88.

24	8856	24
48	— 72	369
72	165	
96	— 144	
120	216	
144	— 216	
168	0	
192		
216		

U. 72. N. Ile razy 24 mieści się w 72? U. 3 razy. N. A ile razy 24 mieści się w 88? U. Także 3 razy, ale pozostanie reszta. N. Liczbę 88s. rozłożyliśmy na 100 części, równych liczbie 88 jedności; jeżeli od każdéj z tych części odejmiemy 3 razy po 24, to od liczby 88s. liczba 24 zostanie odjęta 100 razy po 3, to jest 300 razy. Przypomnijcie sobie, jak to można krócéj powiedzieć? U. Ponieważ 24 w 88-u mieści się 3 razy, więc cyfra setek w ilorazie jest 3 (uczeń pisze w ilorazie na 3-m miejscu cyfrę 3). N. Od dzielnéj odejmijcie 300 razy dzielnik 24. U. 300 razy 24 jest 7200, czyli 72s. (uczeń pod liczbą 88 s. podpisuje 72 s. i odejmuje; pozostaje 16s.). N. Co pozostało? U. 16s N. Co trzeba z nimi zrobić? U. Potrzeba te 16s. rozmienić na dziesiątki i dodać 5 dziesiątków dzielnéj. 16s = 160 dz.; 160 dz. + 5 dz. = 165 dz. (uczeń z prawéj strony reszty 16 dopisuje cyfrę 5). N. Czego teraz będziecie szukali? U. Cyfry dziesiątków ilorazu. N. Jak jéj będziecie szukali? U. Rozłożymy 165 dz. na 10 równych części i dowiemy się, ile razy dzielnik 24 mieści się w jednéj takiéj części. N. Jaka jest

10-ta część liczby 165 dz.? U. 165 jedności. N. Ile razy 24 mieści się w 165 dz.? U. 6 razy. N. Dlaczego? U. Bo największa liczba w wypisanéj tabliczce iloczynów dzielnika, którą można odjąć od 165-u, jest 144, a 24 w 144-ch mieści się 6 razy. N. Jaka więc jest cyfra dziesiątków ilorazu? U. 6 (uczeń pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 6). N. Co teraz zrobicie? U. Od 165 dz. odejmę 60 razy dzielnik 24; 60 razy 24 jest 1440, czyli 144 dz. (uczeń pod liczbą 165 dz. podpisuje 144 dz. i odejmuje). U. Pozostało 21 dz.; rozmieniam je na jedności i dodaję 6 jedności dzielnéj; 21 dz. = 210; 210 + 6 = 216. N. Czy jest w tabliczce iloczynów dzielnika liczba 216? U. Jest. N. Ile się razy w niéj mieści dzielnik 24? U. 9 razy. N. Ile więc jedności jest w ilorazie? U. 9 jedności (uczeń pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 9). U. 9 razy 24 jest 216 (uczeń pod liczbą 216 podpisuje 216 i odejmuje). U. Czy co pozostało? U. Nic. N. Trzy razy wykonywaliście odejmowanie; przez to trzykrotne odejmowanie dzielna 8856 została rozłożona na 3 części: 72 s., 144 dz. i 216 Ponieważ dzielnik 24 mieści się w 1-éj części 300 razy, w 2-éj części 60 razy, a w 3-éj części 9 razy, przeto w całości, to jest w liczbie 8856, dzielnik 24 mieści się 369 razy. Liczba więc 369 jest ilorazem szukanym. Ilu więc mieszkańców wsi złożyło po 24 gr. na czytelnią? U. 369 mieszkańców.

Zadania.

Według powyższego wzoru, mając przed oczyma tabliczkę iloczynów dzielnika przez liczby jednocyfrowe, uczniowie rozwiążą zadania następujące:

1. 9888 cali ileto łokci?
2. 6672 arkusze ileto liber?

3. 4632 garnce ileto korcy?

Następnie zaś, dla nabrania wprawy w wykonywanie dzielenia, przerobią następujące zadania (wypisawszy uprzednio przed rozpoczęciem każdéj grupy trzech ćwiczeń, po sobie tu następujących, tabliczkę iloczynów odpowiedniego dzielnika przez liczby jednocyfrowe):

5844 : 12 = ?	5355 : 15 = ?	5984 : 16 = ?
8316 : 12 = ?	7275 : 15 = ?	9984 : 16 = ?
6588 : 12 = ?	9405 : 15 = ?	6048 : 16 = ?
3288 : 24 = ?	3375 : 25 = ?	6272 : 32 = ?
5880 : 24 = ?	6425 : 25 = ?	8576 : 32 = ?
6552 : 24 = ?	9175 : 25 = ?	9964 : 32 = ?
6048 : 36 = ?	4656 : 48 = ?	
8748 : 36 = ?	4128 : 48 = ?	i t. d.
9252 ; 36 = ?	6864 : 48 = ?	

Nie bez pożytku dla uczniów będą ćwiczenia w rodzaju następujących:

N. Napiszcie tabliczkę iloczynów liczby 36 przez liczby jednocyfrowe. Uczniowie piszą na tablicy (wynajdując iloczyny pamięciowo):

36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, 288, 324.

N. Znajdźcie i wypiszcie liczby, w których 36 mieści się: 200 razy, 70 razy i 4 razy i dodajcie je do siebie. Uczniowie piszą i dodają:

$$\begin{array}{r} 7200 \\ 2520 \\ 144 \\ \hline 9864 \end{array}$$

N. Ile razy 36 mieści się w liczbie: 9864? U. 274 razy. N. Dlaczego? U. Liczba 9864 składa się z 3-ch części; 7200, 2520 i 144; ponieważ 36 mieści się w 1-éj części 200 razy, w 2-éj 70 razy, a w 3-éj części 4 razy; więc w całości, czyli w liczbie 9864, liczba 36 mieści się 274 razy. N. Ile łokci płótna można kupić za 9764 kop., jeżeli łokieć kosztuje 36 kop.? Jeżeli za 36 koni, kupionych dla wojska, zapłacono 9864 rub., to ile płacono za jednego konia? I t. d. N. Znajdźcie liczby, w których 36 mieści się: 187 razy, 196 razy, 48 razy, 85 razy, 76 razy, 93 razy, i t. d., i wypadki sprawdźcie.

W podobny sposób uczniowie będą układali w tabliczki iloczyny liczb: 19, 21, 23, 27, 28, 35, 42, 45, 54, 56 i t. d., przez liczby jednocyfrowe i, mając je przed sobą, wykonywać będą odpowiednie ćwiczenia, nader ważne, ze względu na wykonywanie dzielenia.

§ 126. Wzory i zadania złożone.

N. Staś na oprawę książek, które ma w swojéj biblijoteczce, odkłada tygodniowo po 45 kop.; ile kopiéjek zebrał w ciągu 13 tygodni? Uczniowie powtarzają zadanie, rozwiązują je i piszą na tablicy wzór:

$$45\,\text{kop.} \times 13 = 585\,\text{kop.}$$

Ponieważ zebrane przez Stasia 585 kop.. nie wystarczały na opłacenie oprawy książek, więc ojciec Stasia dołożył brakujące 140 kop. Ile kosztuje oprawa książek? Uczniowie rozwiązują to zadanie i piszą na tablicy wzór:

$$585\,\text{kop.} + 140\,\text{kop.} = 725\,\text{kop.}$$

N. Jakiego działania wypadkiem jest składnik 585 kop. w 2-m wzorze? U. Jest wypadkiem mnożenia? N. Z czego to można widziéć? U. Z piérwszego wzoru, napisanego na tablicy. N. Napiszemy 2-gi wzór tak, żeby i z niego można było widziéć, że składnik 585 kop. jest wypadkiem mnożenia (iloczynem). Nauczyciel w 2-m wzorze ściéra liczbę 585 kop., a na jéj miejscu pisze w nawiasie 43 kop. $\times$ 13, stąd powstaje wzór:

$$(43\,\text{kop.} \times 13) + 140\,\text{kop.} = 725\,\text{kop.}$$

N. Te dwa łuki, pomiędzy którymi napisałem iloczyn, nazywają się nawiasem. Nawias ten ostrzega, w jakim porządku mają się odbywać działania dla otrzymania liczby 725 kop. W tym wzorze mianowicie należy naprzód wykonać mnożenie i dopiéro do otrzymanego iloczynu dodać składnik 140 kop.

N. Oprawa książek Stasia kosztuje 725 kop. Ile mu oprawiono książek za te piéniądze, jeżeli oprawa każdéj książki kosztuje 25 kop.? Uczniowie rozwiązują to ostatnie zadanie i piszą na tablicy wzór:

725 kop. : 25 kop. = 29.

N. Jakich działań wypadkiem jest dzielna 725 kop.? U. Dzielna 725 kop. jest wypadkiem dwu działań: mnożenia i dodawania, jak to widać z poprzedniego wzoru. N. Napiszemy wzór ostatni tak, żeby można było widzieć, że dzielna 725 kop. jest wypadkiem tych działań. Nauczyciel w ostatnim wzorze ściéra liczbę 725 kop., zamiast niéj pisze sumę (45 kop. × 13) + 140 kop. i tę sumę zamyka w 2-gi nawias; stąd powstaje wzór:

[(45 kop. × 13) + 140 kop.] : 25 kop. = 29.

N. Trzy zadania proste, któreśmy rozwiązali, są częściami następującego zadania złożonego. «Staś na oprawę książek, które ma w swojéj biblijotece, odkładał tygodniowo po 45 kop.; po 13 tygodniach ojciec Stasia dodał do zebranych piéniędzy jeszcze 140 kop.; ile oprawiono książek za te wszystkie piéniądze, jeżeli oprawa każdéj książki kosztuje 25 kopiéjek? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Dla rozwiązania tego zadania złożonego, potrzeba było wykonać 3 działania; ostatni wzór, który tu macie na tablicy, wskazuje, jakie to były działania i w jakim porządku należało je wykonać. Patrząc się na ten wzór, opowiedzcie, jak rozwiązaliście to zadanie? U

Naprzód liczbę 45 kop. pomnożyliśmy przez 13. N. Pocoście to robili? U. Żeby dowiedziéć się, ile kopiéjek Staś zebrał w ciągu 13 tygodni. N. Coście późniéj zrobili? U. Do otrzymanego iloczynu dodaliśmy 140 kop. N. Jaki znak wskazuje, że dopiéro po wykonaniu mnożenia należy wykonać dodawanie? U. Nawias, w którym iloczyn jest zamknięty. N. W jakim celu do iloczynu, zamkniętego w nawiasie, dodaliście 140 kop.? U. Żeby wiedziéć, ile kosztuje oprawa wszystkich książek. N. Jakie działanie wykonaliście na końcu? U. Dzielenie. N. Co jest dzielną w tym dzieleniu? U. Otrzymana przez nas suma dwu składników. N. Jaki znak wskazuje, że dzielną jest otrzymana suma? U. 2-gi nawias, w którym ta suma jest zamknięta. N. Dlaczego wykonaliście dzielenie? Żeby się dowiedziéć, ile książek oprawiono za zebrane pieniądze.

N. Wzór: $\left[(45 \text{ kop.} \times 13) + 140 \text{ kop.}\right] : 25 \text{ kop.} = 29$ nazywa się wzorem złożonym; on nam wskazuje, jakie działania i w jakim porządku trzeba wykonać na liczbach, danych w ostatnim zadaniu złożonym, dla otrzymania liczby szukanéj. Każde zadanie złożone prowadzi do odpowiedniego wzoru złożonego.

N. Za 2652 kop. kupiono: 6 funt. herbaty, 15 fun. kawy i głowę cukru. 1 funt herbaty kosztuje 195 kop., a 1 funt kawy 54 kop. Ile funtów waży głowa cukru, jeżeli funt cukru kosztuje 24 kop.? Nauczyciel, jak poprzednio, rozkłada to zadanie złożone na zadania proste i poleca uczniom, wmiarę ich rozwiązania, zapisać wzory:

6 f. herbaty kosztuje $195 \text{ kop.} \times 6 = 1170 \text{ kop.}$;

15 f. kawy kosztuje $54 \text{ kop.} \times 15 = 810 \text{ kop.}$;

herbata i kawa kosztują razem:

$$(195 \text{ kop.} \times 6) + (5 \text{ kop.} \times 15) = 1980 \text{ kop.};$$

głowa cnkru kosztuje:

$$2652\text{ kop.} - [(195\text{ kop.} \times 6) + (54\text{ kop.} \times 15)] = 672\text{ kop.}$$

Cukru kupiono tyle funtów, ile jedności otrzymamy, wykonawszy działania:

$$\{2652\text{ kop.} - [(195\text{ k.} \times 6) + (54\text{ kop.} \times 15)]\} : 24\text{ kop.} = 28.$$

W podobny sposób uczniowie, pod kierunkiem nauczyciela, będą mogli rozwiązywać następujące zadania złożone i napisać odpowiednie wzory złożone:

1. Ogrodnik zebrał z ogrodu 2592 gruszki. Do 15-u koszów wsypał po 64 gruszki; do 13-u mniejszych koszów po 48 gruszek, a pozostałe gruszki do najmniejszych koszów, po 36 gruszek do każdego. Ile najmniejszych koszów napełnił on gruszkami?

2. Sprzedano: 8 pak po 93 szklanki w każdéj pace i 15 pak po 88 szklanek. Za ile złotych sprzedano te szklanki, jeżeli tuzin sprzedawano po 9 złotych?

3. Rozdano ubogim następującą ilość kaszy:

8	worków	po	15	funt.
12	„	„	16	„
16	„	„	21	„
24	„	„	28	„

Ilu ubogim rozdano tę kaszę, jeżeli każdy dostał po 24 funty?

4. Introligator oprawił:

18	kajetów	po	16	arkuszy	w każdym	Ile kosztuje papiér, użyty na te kajety, jeżeli libra kosztuje 25 kop.?
28	„	„	12	„	„	
30	„	„	8	„	„	
36	„	„	6	„	„	
40	„	„	3	„	„	

5. Z 7290 korcy pszenicy połowę sprzedano na miejscu, 3-cią część posłano na sprzedaż do miasta, 15-tą część zachowano na zasiéw; resztę zaś posłano do młyna. Ile korcy pszenicy posłano do młyna?

6. Utrzymujący skład materyjałów piśmiennych miał dochodu w jednym tygodniu 6720 groszy. Za kajety dostał 12-tą część tych pieniędzy, za obsadki 15-tą ich część, za pióra 16-tą ich część. Resztę dochodu miał ze sprzedaży papiéru. Ile liber papiéru sprzedał, jeżeli za librę płacono mu po 28 groszy?

7. W fabryce wyrobów żelazny h z 7560 funtów żelaza użyto: 7-mą część na gwoździe, 5-tą część na obręcze do kół, a 8-mą część na okucia do okien. Ile piecyków żelaznych zrobiono z pozostałego żelaza, jeżeli na każdy piecyk użyto 27 funtów?

8. Miasto jest rozłożone po obu brzegach rzeki; na prawym brzegu jest 5863 mieszkańców, na lewym o 2222 mieszkańców mniéj. Na utrzymanie straży ogniowéj każdych 36-ciu mieszkańców płaci rocznie po 1 rublu. Ile wszyscy płacą rocznie na utrzymanie straży ogniowéj?

9. Do składu nafty przywieziono: 27 beczek po 128 garncy, 12 beczek po 120 garncy i 8 beczek po 126 garncy. W piérwszym tygodniu sprzedano połowę téj nafty, w 2-m tygodniu 3-cią część, a w 3-m tygodniu 4-tą część. Ile garncy jeszcze zostało do sprzedania?

10. Linija kolei żelaznéj przechodzi przez miasta: A, B, C i D. Odległość od A do B jest 321 werst, od B do C 519 werst, a od C do D 378 werst. Z miast A i D jedno-

cześnie wychodzą naprzeciw siebie 2 pociągi: osobowy z miasta A z prędkością 27 werst na godzinę, a z D towarowy z prędkością 15 werst na godzinę. Za ile godzin, licząc od chwili ich wyjścia z owych miast A i D, i w jakiéj od nich odległości te pociągi się z sobą spotkają?

KONIEC.

Redaktor i wydawca czasopisma «Bibl. mat.-fiz.»,
Dr. Maryjan A. Baraniecki.

Z ZAPOMÓG, UDZIELONYCH PRZEZ

KASĘ POMOCY

DLA OSÓB, PRACUJĄCYCH NA POLU NAUKOWYM,

do dnia 1-go stycznia r. 1884-go

oprócz pięciu tomów «Biblijoteki matematyczno-fizycznéj», wymienionych obok tytułu,

WYDANE ZOSTAŁY DZIEŁA NASTĘPUJĄCE:

Krzysztofa Warszewickiego niewydane pisma, listy do znakomitych ludzi, tudzież inne dokumenty, odnoszące się do jego życia i działalności, wraz ze spisem dzieł tegoż autora, dotąd drukiem ogłoszonych, zebrał i wydał *Teodor Wierzbowski*. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. VII, VII, 276. Cena rs. 2.

T. H. Huxley. Wykład biologii praktycznéj. Za upoważnieniem autora przełożył z angielskiego *August Wrześniowski*, Prof. Uniwersytetu. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. X, 271. Cena rs. 1.

Sprawozdania z piśmiennictwa naukowego polskiego w dziedzinie nauk matematycznych i przyrodniczych. Rok I. 1882. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. VIII, 187. Cena rs. 1.

Wybór greckich i łacińskich autorów pod redakcyją *K. Kaszewskiego* i *A. Mierzyńskiego*. Korneliusa Neposa Żywoty znakomitych mężów, przekładał i objaśnienia historyczne dodał *A. Mierzyński*. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. 361. Cena kop. 80.

Na rzecz Kasy Pomocy Naukowéj sprzedają się:

Boberski W. Powstawanie gór i lądów. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. 168. Cena kop. 25.

Wierzbowski Teodor. Jakób Sobieski królewicz. Dyaryusz wyprawy wiedeńskiej w 1683 r., w 200 jéj rocznicę wydał w przekładzie i objaśnił. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. VIII, 22. Cena kop. 50.

Skład główny powyższych dzieł w księgarni E. Wendego i sp.

Wyciąg z Ustawy Kasy pon[...]
na polu naukowym, imien[...]

§ 1. Kasa pomocy Józefa [...] łanie zapomóg pieniężnych, jedn[...] oraz pożyczek osobom pracującym [...] bom, które już poprzednio w tej dziedzinie dały się poznać ze swoich prac naukowych. Zadaniem [...] nie takim osobom środków lubtéż [...]

§ 3. Fundusze Kasy stano[...] dnorazowe i coroczne wnioski czł[...] ry na zasilenie Kasy, *d)* wpływy z [...] i widowisk, urządzanych w celu p[...]

§ 7. Członkowie Kasy dzie[...] stych. Za honorowych członków uważają się ci, którzy ofiarują jednorazowo dla Kasy przynajmniéj sto rubli. Do rzeczywistych zaś członków zaliczają się osoby, wnoszące corocznie do Kasy przynajmniéj pięć rubli.

§ 9. Członkami Komitetu mogą być tylko osoby posiadające stopień naukowy.

§ 10. Komitet składa się z 12-u członków i wybiera ze swego łona większością głosów na lat dwa swego Prezesa i Vice-Prezesa.

§ 18. Komitet drukuje corocznie sprawozdanie z czynności Kasy...

§ 19. Kapitał obrotowy Kasy, przeznaczony na zapomogi jednorazowe i peryjodyczne oraz na pożyczki, składa się: *a)* z wniosków rzeczywistych członków Kasy, *b)* z połowy jednorazowych ofiar członków honorowych Kasy i jéj założycieli, *c)* z procentów od wszystkich kapitałów Kasy i *d)* z wpływów z prelekcyj publicznych, koncertów i widowisk.

§ 21. Sumy, wskazane w punkcie *c* § 3, zaliczają się do kapitału obrotowego lub zapasowego, zgodnie z życzeniem ofiarodawców.

§ 22. Wysokość zapomogi, jednorazowo lubtéż peryjodycznie w ciągu roku do jednych rąk z kapitału obrotowego wydawanéj, nie może przenieść $1/5$ części kapitału obrotowego z poprzedniego roku.

Tymczasowe pomieszczenie Kasy: dla zgłaszających się z Warszawy w biurze Vice-Prezesa Kasy, St. Kronenberga (Mazowiecka, 18); zgłoszenia się zalistowne z prowincyi przyjmuje Członek Komitetu, Kasyjer instytucyi, Karol Deike (ul. hr. Berga, 3).