

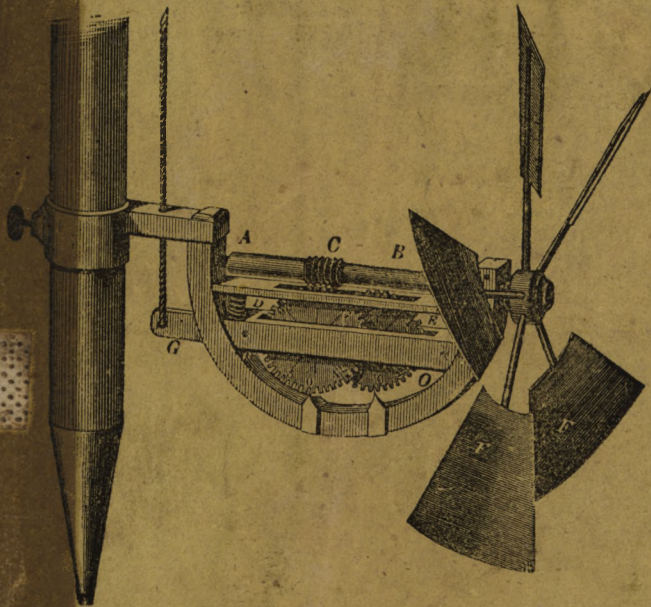
# MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA

PRZEZ

Juliusza Weisbacha.

z DRUGIEGO WYDANIA NIEMIECKIEGO NA POLSKI JĘZYK PRZEŁOŻYŁ

Stanisław Bakka.



TOM I. MECHANIKA TEORETYCZNA

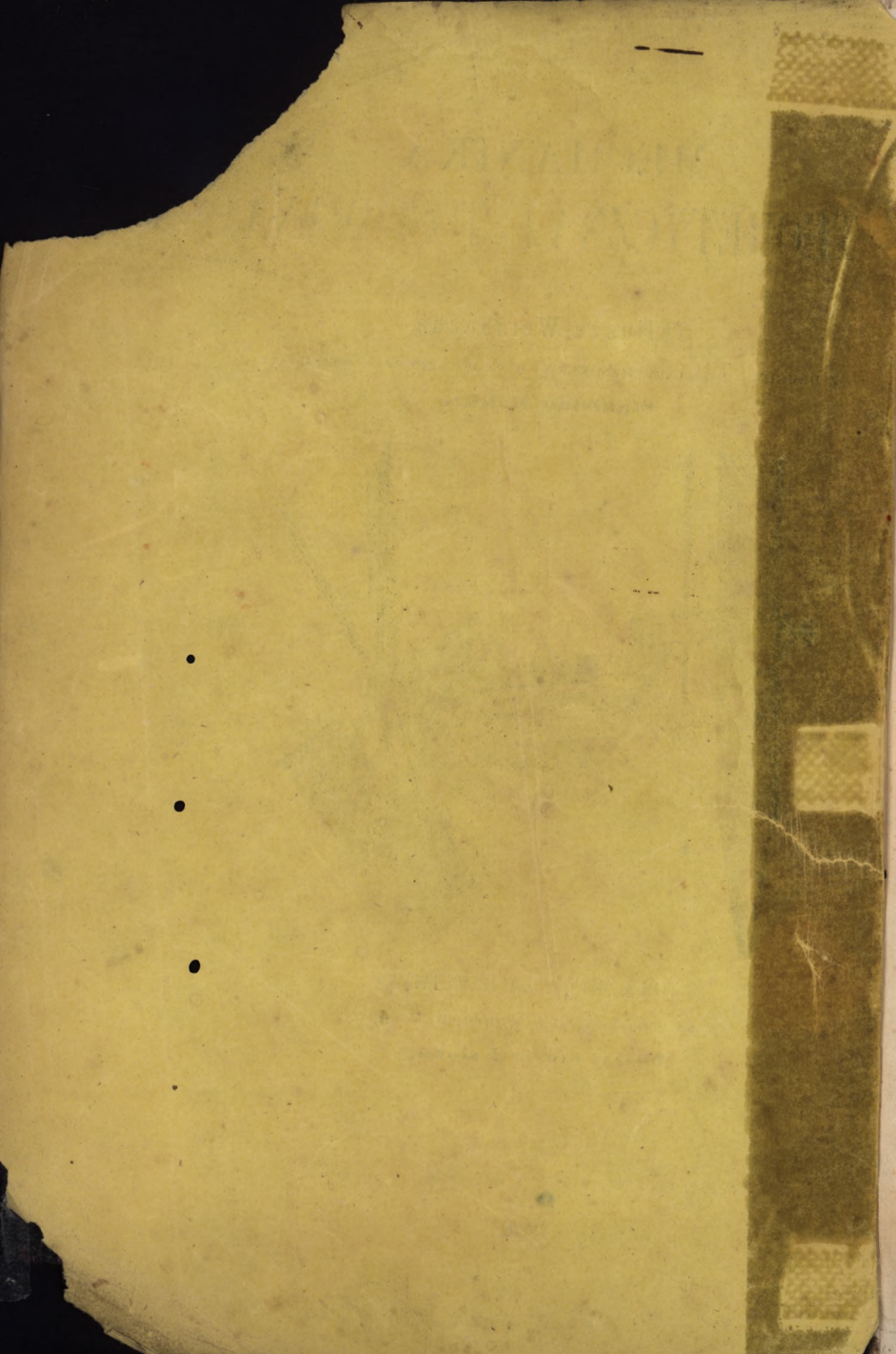
Z 632 BLISKO DRZEWORYTAMI W TEKŚCIE.

Poszyt szósty i siódmy.

WARSZAWA.

NAKŁADEM HENRYKA NATANSONA.

1856.



MECHANIKA

MECHANIKA

TEORETYCZNA I PRAKTYCZNA

WYKŁADY DR. JULIUSZA WEISBERGA

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

JULIUSZ WEISBERG

Juliusz Weisberg

Profesor w Wydziale Inżynierskim Uniwersytetu Warszawskiego

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

# MECHANIKA.

MECHANIKA TEORETYCZNA

MECHANIKA TEORETYCZNA

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

WARSZAWA

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

WYDAWCA: WILKES I SPOŁECZNIKI

1880

# MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA

DLA UŻYTKU INŻYNIERÓW I TECHNIKÓW.

PRZEZ

**Juliusza Weisbacha.**

Profesora przy Królewsko - Saskiej górniczej Akademii w Frejbergu.

Przełożył

Z DRUGIEGO WYDANIA NIEMIECKIEGO NA JĘZYK POLSKI

**Stanisław Bakka**

INŻYNIER.

---

TOM I.

MECHANIKA TEORETYCZNA.

---

---

Z 632 DRZEWORYTAMI W TEKSCIE.

---

WARSZAWA.

NAKŁADEM HENRYKA NATANSONA.

—  
1856.

186602

# MECHANIKA TEORETYCZNA

DLA UŻYTKU INŻYNIERÓW I TECHNIKÓW.

PRZEZ

**Juliusza Weisbacha.**

Profesora przy Królewsko-Saskiej górniczej Akademii w Frejbergu.

Przełożył

Z DRUGIEGO WYDANIA NIEMIECKIEGO NA JĘZYK POLSKI

**Stanisław Bakka**

INŻYNIER.

---

Z 632 DRZEWORYTAMI W TEKSCIE.

---

WARSZAWA.

NAKŁADEM HENRYKA NATANSONA.

1856.



332819

Wolno drukować pod warunkiem złożenia w Komitecie Cenzury, po wydrukowaniu, prawem przepisanej liczby exemplarzy.  
w Warszawie, dnia 15 (27) Października 1855 r.

Starszy Cenzor,  
*F. Sobieszczański.*

w Drukarni J. Jaworskiego.

równowazy się z siłą skupienia wody, od której także zależy natężenie  $S$  powierzchni. Czyniąc siłę, z jaką ściana rurki, fig. 461, przyciąga do siebie kolumnę cieczy, proporcjonalną

Rurki włoskowate.

Fig. 460.

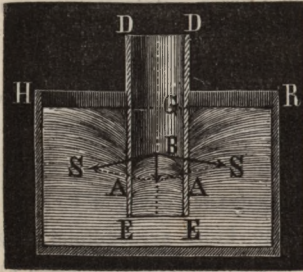
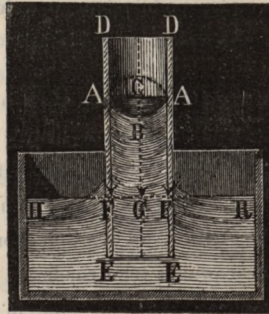


Fig. 461.



do obwodu rurki, kładąc więc dla rurki walcowej siłę  $P = 2\mu \cdot 2\pi a$ , gdzie  $\mu$  oznacza współczynnik, to mamy  $\pi a^2 h = 2\mu\pi a$ , a ztąd średnie wzniesienie się wody w rurkach

$$h = \frac{2\mu}{a}.$$

Dla dwóch zaś równoległych tablic jest  $P = 2\mu l$  i  $P = 2ah\gamma$ , gdzie  $l$  wyraża nieoznaczoną długość kolumny wody, i ztąd

$$h = \frac{\mu}{a},$$

to jest połowę tak wielkie jak w rurkach, gdy odległość  $2a$  tablic jest równą otworowi rury. To zgadza się także zupełnie z wypadkami ostatniego paragrafu.

Podług Hage na doświadczeń, moc czyli natężenie powierzchni płynu, zależy nie od stopnia płynności, lecz jest tém większe, im mocniej płyn do innych ciał przylega. Podług innych, mianowicie podług Brunnera i Frankenheima (patrz Poggendorffa Roczniki, tom 70 i 72) wysokość wzniesienia  $h$  w rurkach włoskowatych, a tém samém i  $S$  zmniejsza się, gdy temperatura płynu jest większą.

Dla alkoholu jest  $S$  prawie połową, a dla merkurjuszu ośm razy większe niż dla wody.

*Uwaga 1.* Hagen przez mierzenie i ważenie kropli płynów, jakie się odrywały od podstaw małych walców, znajdował prawie te same wartości jak z doświadczeń z tablicami włoskowatemi. Podobnież zgodne dały wypadki, doświadczenia z platem przyłgnięcia w przypuszczeniu że siła potrzebna do oderwania platy jest utrzymywana w równowadze przez ciężar podniesionego walca wody i przez natężenie na powierzchni tegoż walca.

*Uwaga 2.* Liczba pism o włoskowatości traktująca jest za wielką ażeby je tu można wylczyć. Tym przedmiotem zajmowali się najznakomitsi matematycy, jak Laplace, Poisson, Gauss it. d. Dokładne wylczenie dzieł w tym przedmiocie znajdujemy w Frankenhaima „Lehre von der Cohäsion.” Pismo które szczególnież służyło do wypracowania tego rozdziału jest: „Ueber die Oberfläche der Flüssigkeiten von Hagen, eine in der K. Akademie der Wissenschaften gelesene Abhandlung. Berlin, 1845.”

#### ROZDZIAŁ IV.

### Równowaga i ciśnienie powietrza

Bezprzeżliwość  
gazów.

§ 326. Powietrze atmosferyczne nas otaczające, jako téż i wszelkieinne ciała powietrzne, czyli gazy (Luft arten, Gase; атмосферный воздух; gaz), posiadają skutkiem właściwej im siły, usiłującej ich cząstki oddalić od siebie, dążność do zajmowania coraz większej przestrzeni. Otrzymujemy więc ograniczoną masę powietrza tylko przez zawarcie tegoż w dokładnie zamkniętych naczyniach. Siłę z jaką gazy usiłują się rozszerzać, zwiemy s pręż y s t o ś c i ą, r o z p r ęż l i w o ś c i ą lub prężnością (Spannkraft, Expansivkraft; yпырoть; tension). Objawia się ona przez ciśnienie na ściany naczynia



zamykającego powietrze, i tém różni się od sprężystości ciał stałych i płynnych, że ma miejsce przy każdym stopniu gęstości, gdy tymczasem w ciałach stałych i płynnych przy pewnym stopniu rozrzedzenia staje się żadną. Mierzmy ciśnienie albo prężność powietrza i innych gazów barometrami, manometrami i wentylami. Barometr (Barometer; Барометръ; baromètre) szczególniej jest używanym do oznaczenia ciśnienia powietrza atmosferycznego. Pospolity, czyli tak zwany barometr naczyńkowy (Gefässbarometer) fig. 462, składa się z rurki szklanej, w jednym końcu *A* zamkniętej, wypełnionej merkurjuszem, przewróconej do góry, i drugim końcem otwartym *B* zanurzonej w naczyniu *CD*, także merkurjusz zawierającym. Po przewróceniu rurki pozostaje w tejże kolumna merkurjuszu *BS*, która ciśnieniem powietrza na powierzchni *HR* merkurjuszu jest utrzymywana w równowadze. Przestrzeń *AS* nad słupem merkurjuszu jest próżnią, słup więc ten nie znosi żadnego ciśnienia z góry i dla tego wysokość jego, czyli raczej wyniesienie merkurjuszu w rurce nad poziom merkurjuszu w naczyniu *HR*, może służyć za miarę ciśnienia

Fig. 462.



powietrza. Ażeby można było mierzyć dogodnie i dokładnie tę wysokość, umieszcza się wzdłuż rurki dokładnie zrobiona podziałka.

Bliższe opisanie rozmaitych rodzajów barometrów, sposobów ich użycia i t. p. należy do fizyki.

§ 327. Za pomocą barometru znaleziono, że przy średnim stanie atmosfery i w miejscach nie wiele wyniesionych nad poziom morza, ciśnienie powietrza jest równoważonem przez słup merkurjuszu mający prawie 76 centymetrów, czyli 28 cali paryzkich = 29 cali pruskich wysokości. Ponieważ ciężar gatunkowy merkurjuszu jest blisko 13,6, to wypada że ciśnienie powietrza jest także równe ciężarowi kolumny wody

Rozprężliwość  
gazów.

mającej wysokość równą  $0,76 \cdot 13,6 = 10,336$  metrów  $= 31,73$  stóp paryzkich, lub  $32,84$  stóp pruskich.

Mierzmy także często natężenie powietrza, przez ciśnienie jakie ono wywiera na jedność powierzchni. Ponieważ centymetr sześcienny merkurjuszu waży  $0,0136$  kilogramów, to ciśnienie atmosfery, czyli waga słupa merkurjuszu mającego  $76$  centymetrów wysokości, a za podstawę  $1$  centymetr kwadr.  $= 0,0136 \cdot 76 = 1,0336$  kilogramów, i ponieważ cal kub. merkurjuszu  $= \frac{66,13,6}{1728} = 0,5194$  funt. pruskich waży, to średnie ciśnienie atmosfery wynosi także  $29 \cdot 0,5194 = 15,05$  funt. prus. na cal kwadr., a  $2167$  funt. na stopę kwadratową.

Przyjmując średni stan barometru  $28$  cali, otrzymujemy ciśnienie atmosfery na cal kwadr.  $15,01$  funt., a na stopę kwadr.  $2162$  funt.

Zwykle w mechanice, uważa się średnie ciśnienie atmosfery za jedność, i inne siły rozprężliwości odnoszą się do tego i wyrażają się w ciśnieniach atmosfery, albo jak pospolicie mówią w atmosferach. Według tego ciśnienie  $n$  atmosfer, odpowiada kolumnie merkurjuszu wysokości  $28n$  cali paryzkich, czyli ciężarowi  $15,01n$  funt. pruskich na cal kwadratowy, i odwrotnie słup merkurjuszu wysoki cali  $h$ , odpowiada sile prężności  $\frac{h}{28} = 0,03571h$  atmosfer, a ciśnienie  $p$  funt. na cal kwadr., natężeniu  $\frac{p}{15,01} = 0,06662p$  atmosfer. W końcu równanie  $\frac{h}{28} = \frac{p}{15,01}$  daje wzory redukcyjne  $h = 1,865p$  cali i  $p = 0,5361h$  funt. Przy natężeniu  $h$  cali i  $p$  funtów, jest ciśnienie na powierzchnię  $F$  cali kwadr.  $P = Fp = 0,5361Fh$  funtów. \*)

\*) *Przypisek.* Wysokość kolumny merkurjuszu, równoważącej ciśnienie powietrza, wyrażona w miarach Rossyjskich i Angielskich wynosi  $29,8$  cali ros. lub ang., w miarach zaś polskich  $31\frac{2}{3}$  cali n. p. Wysokość kolumny wody wynosi  $33,77$  stóp ross. i ang. a  $35,8$  stóp polskich.

Rozprężliwość  
gazów.

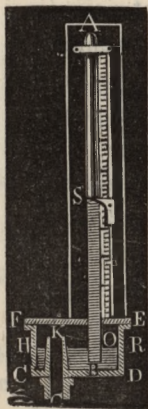
Przykład 1). Gdy w maszynie o kolumnie wody, woda stoi nad powierzchnią tłoku 250 stóp, to ciśnienie na tę powierzchnię =  $\frac{250}{32,84} = 7,6$  atmosfer.

2) Gdy dęcie miecha walcowego ma natężenie 1,2 atmosfer, to ciśnienie tegoż na każdy cal  $\square = 1,2 \cdot 15,01 = 18,01$  funt. a na powierzchnię tłoku mającego 50 cali średnicy =  $\frac{\pi \cdot 50^2}{4} \cdot 18,01 = 35364$  funt. Ponieważ atmosfera wywiera na tłok ciśnienie w przeciwnym kierunku  $\frac{\pi \cdot 50^2}{4} \cdot 15,01 = 29427$  funt., to wypada siła tłoku  $P = 35364 - 29427 = 5890$  funt.

§ 328. Ażeby oznaczyć prężność gazu lub pary zamkniętych w naczyniach, używa się narzędzi podobnych do barometrów, zwanych manometrami (Manometer; Манометръ; manomètres). Narzędzia te są merkurjuszem lub wodą wypełnione, z wierzchu otwarte lub zamknięte, w ostatnim zaś przypadku w górnej części wypełnione powietrzem lub próżnią. Manometr z próżnią u wierzchu, fig. 463, nie różni się od zwy-

Manometry.

Fig. 463.



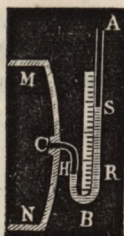
kłego barometru. Ażeby tego rodzaju manometrem można było mierzyć natężenie powietrza zawartego w rezerwoarze, dodaje się rurka  $GK$ , która jednym końcem  $G$  wprowadza się do rezerwoaru, w drugim  $K$  wychodzi nad powierzchnię merkurjuszu  $HK$  w naczynku  $CE$  narzędzia. Przestrzeń  $EFHI$  nad merkurjuszem tym sposobem wprowadza się w związek z rezerwoarem, i powietrze znajdujące się w niej nabywa natężenia powietrza zawartego w rezerwoarze, i wciska w rurkę słup merkurjuszu  $OS$ , który układa się do równowagi z mającym się wymierzyć ciśnieniem powietrza.

Przy średniej wysokości barometru 28 cali paryż., ciśnienie na cal kw. ros. i ang. wynosi 16,31 funt ros., a na cal kw. pol. 14,7 funt. pols.

Manometry.

U góry otwarty lewarkowy manometr *ABC* fig. 464, daje przewyżkę ciśnieniu powietrza zawartego

Fig. 464.

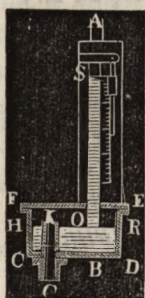


w naczyniu nad ciśnienie atmosfery, gdyż ciśnienie w naczyniu jest tu równoważonem przez połączenie ciśnienia kolumny powietrza znajdującego się nad *S*, i słupa merkurjuszu *RS*. Jeżeli *b* jest wysokością barometru, a *h* wysokością manometru, czyli różnicą poziomów merkurjuszu *RS* w obydwóch ramieniach manometru, to mamy wyrażone przez wysokość kolumny merkurjuszu ciśnienie

powietrza komunikującego się z krótszym ramieniem,  $b_1 = b + h$ , lub wyrażone przez ciśnienie na cal kwadratowy:  $p = 0,5361 (b + h)$  funt., lub gdy *b* oznacza średni stan barometru,  $p = 15,01 + 0,5361 h$  funt.

Pospoliciej jak manometry lewarkowe używają się manometry naczynkowe, jak *ABCE*, fig. 465. Ponieważ tu powietrze

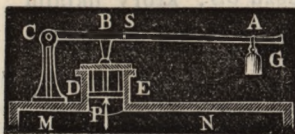
Fig. 465.



przez większą masę merkurjuszu lub też wody działa na kolumnę płynu, to kołysania powietrza nie udzielają się tak łatwo kolumnie płynu, i mierzenie takiej kolumny będącej w spoczynku staje się łatwiejszem i pewniejszym. Dla dogodności mierzenia i odczytywania na podziałce zastosowuje się często pływak który unosi się na powierzchni merkurjuszu i za pośrednictwem nitki przechodzącej przez bloczek, połączony jest ze skazówką posuwającą się po podziałce.

Zapomocą wentylu czyli kłapy *DE*, fig. 466, można oznaczyć tak-

Fig. 466.



że ale z mniejszą dokładnością prężność gazu lub pary zamkniętej w naczyniu *MN*. jeżeli ciężar *G*, mogący się przesuwac, tak ustawimy, że on równoważy ciśnienie powietrza lub pary. Gdy  $CS = s$  jest odległością środka ciężkości drąga od osi obrotu *C*,

$CA = a$  ramieniem drąga ciężaru  $G$ , a  $Q$  ciężarem drąga razem z wentylem, to mamy moment statyczny siły, jaką wentyl przez ciężar jest przyciskany  $Ga + Qs$ ; jeżeli następnie ciśnienie gazu lub pary ze spodu  $= P$ , a ciśnienie powietrza atmosferycznego z wierzchu  $= P_1$  i na koniec ramię drąga  $CB$  wentylu  $= d$ , to mamy moment statyczny siły z jaką wentyl usiłuje podnieść się do góry  $= (P - P_1) d$ , i porównanie tych dwóch momentów daje  $Pd - P_1 d = Ga + Qs$ , więc  $P = P_1 + \frac{Ga + Qs}{d}$ . Oznaczywszy przez  $r$  promień  $\frac{1}{2}$

$DE$  wentylu, przez  $p$  wewnętrzne, a przez  $p_1$  zewnętrzne napięcie, wyrażone przez ciśnienie na cal kwadratowy, mamy  $P = \pi r^2 p$  i  $P_1 = \pi r^2 p_1$  ztąd  $p = p_1 + \frac{Ga + Qs}{\pi r^2 d}$ .

*Przykłady* 1). Jeżeli wysokość merkurjuszu w manometrze otwartym u wierzchu 3,5 cali wynosi, a wysokość barometru jest 27 cali, to odpowiednia siła prężności  $h = b + h_1 = 27 + 3,5 = 30,5$  cali czyli  $p = 0,5361 \cdot h = 0,5361 \cdot 30,5 = 16,35$  funt. 2) Jeżeli stan manometru wypełnionego wodą 21 cali wynosi, to przy wysokości barometru 27 cali, odpowiada prężności  $h = 27 + \frac{21}{13,6} = 28,54$  cali  $= 15,34$  funt. 3) Gdy moment statyczny nie obciążonej kłapy bezpieczeństwa 10 calofuntów, a położenie zmieniającego ciężaru 10-funtowego 10.15  $= 150$  calofuntów, zaś ramię drąga wentylu, czyli odległość tegoż od osi obrotu 4 cale, a promień wentylu 1,5 cala wynoszą; to różnica ciśnień na obie powierzchnie wentylu  $p - p_1 = \frac{150 + 10}{\pi (1,5)^2 \cdot 4} = \frac{160}{9 \pi} = 5,66$  funt. Gdyby ciśnienie atmosfery  $p_1 = 14$  funt, to wypadłaby podług tego prężność powietrza pod klapą  $p = 19,66$  funt.

§ 329. Prężność gazu wzrasta w miarę zgęszczania tegoż. Im bardziej pewną ilość powietrza ściskamy lub zgęszczamy, tém większą jest także jego prężność, im zaś bardziej pozwalamy jej rozszerzać się lub rozrzedzać, tém mniejszą okazuje się też prężność. Stosunek w jakim zostaje siła prężności do gęstości, czyli objętości gazów, oznacza się podług

Prawo  
Marjotta.

prawa przez Marjotta odkrytego i od niego nazwanego, które jest: Że gęstość jednéj i téj saméj ilości powietrza jest proporcjonalną sile prężności tegoż, czyli, ponieważ przestrzenie jakie przez jednakową ilość powietrza są zajmowane, są w stosunku odwrotnym do gęstości, że objętości jednéj i téj saméj ilości powietrza są w stosunku odwrotnym jego prężności. Podług tego, gdy pewną ilość powietrza ściśniemy aż do połowy jego objętości, podwoimy przeto gęstość powietrza, to i jego prężność będzie dwa razy większą; gdy zaś przeciwnie powiększymy przestrzeń jaką pewna ilość powietrza zajmuje trzy razy, czyli jej gęstość sprowadzimy do trzeciej części, to i sprężystość wypadnie trzy razy mniejsza od początkowej prężności. Jeżeli np. pod tłokiem  $EF$  walca  $AC$ , fig. 467, znajduje się zwyczajne powietrze atmosferyczne, które początkowo ciśnie na każdy cal kwadratowy siłą 15 funt., to powietrze to będzie cisnąć z siłą 30 funt. gdy tłok przesuniemy w położenie  $E_1F_1$  i przez to objętość zamkniętego powietrza zmniejszymy o połowę, a siła ta będzie wynosić  $3 \cdot 15 = 45$  funt., gdy tłok posuniemy do  $E_2F_2$  o dwie trzecie całej wysokości. Jeżeli powierzchnia tłoku wynosi stopę kwadratową, to ciśnienie atmosfery na takowy jest  $144 \cdot 15,01 = 2161$  funt. Ażeby przeto tłok wcisnąć do połowy wysokości walca, potrzeba 2161 funt., ażeby zaś posunąć go do  $\frac{2}{3}$  téjże wysokości potrzeba  $2 \cdot 2161 = 4322$  funt. siły.

Fig. 467.

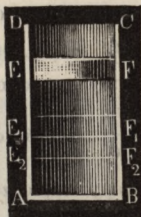
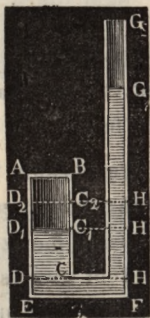


Fig. 468.



Podobnie można sprawdzić prawo Marjotta, przez przylewanie merkurjuszu do rurki  $GH$  mającej komunikację z walcem  $AC$  wypełnionym powietrzem, fig. 468. Jeżeli początkowo pewną ilością merkurjuszu  $DEFH$  oddzielimy kolumnę powietrza  $AC$  któ-

ra z powietrzem zewnętrznym posiada jednakową siłę prężności, inastępnie przez dolewanie merkurjuszu, walec powietrzny ściskamy do  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$  i t. d. jego początkowej objętości, to znajdziemy, że odległości poziomów  $G_1H_1$ ,  $G_2H_2$  i t. d. merkurjuszu, równają się pojedynczej, potrójnej wysokości barometru i t. d., że więc gdy dodamy do tego pojedynczą wysokość odpowiednią ciśnieniu zewnętrznego powietrza, siła prężności jest dwa razy, cztery razy i t. d. tak wielka, jak przy początkowej objętości.

Gdy  $h$  i  $h_1$  czyli  $p$  i  $p_1$  są siłami prężności,  $\gamma$  i  $\gamma_1$  odpowiedniami gęstościami, a  $V$  i  $V_1$  objętościami tej samej masy powietrza, to mamy podług podanego prawa:

$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V} = \frac{h}{h_1} = \frac{p}{p_1}; \text{ ztąd}$$

$$\gamma_1 = \frac{h_1}{h} \gamma = \frac{p_1}{p} \gamma \text{ a } V_1 = \frac{h}{h_1} V = \frac{p}{p_1} V.$$

Podług tego można, mając wiadomą gęstość i objętość dla jednej siły prężności, znaleźć gęstość i prężność dla drugiej.

*Przykłady:* 1) Gdy w miechu stan manometru wynosi 3 cale, przy stanie barometru 28 cali, to gęstość wiatru jest  $= \frac{28 + 3}{28} = \frac{31}{28}$

1,107 razy tak wielka, jak gęstość zewnętrznego powietrza. 2) Gdy stopa kubiczna powietrza atmosferycznego przy stanie barometru 28

cali, waży  $\frac{66}{770}$  funta, to przy stanie barometru 34 cali ma ciężar:

$$\frac{66}{770} \cdot \frac{34}{28} = \frac{2244}{21560} = 0,1041 \text{ funt.}$$

Fig. 469.



§ 330. Pracę jaką trzeba zużyć ażeby pewną ilość powietrza zgęścić do pewnego stopnia, jak równie i pracę, jaką wydać może powietrze przy rozszerzaniu się, nie można tak łatwo oznaczyć, z przyczyny że siła prężności w każdym momencie zgęszczania lub rozszerzania jest inną; musimy więc wyprowadzić oddzielny wzór na obrachowanie tej wartości. Wystawmy sobie w walcu  $AC$  fig. 469,

Prawo  
Marjotta.

pewną ilość powietrza  $AF$ , zamkniętą tłokiem  $EF$ , i szukajmy jakiej pracy potrzeba, ażeby tłok posunąć o pewną drogę  $EE_1=FF_1$ . Jeżeli początkowe natężenie  $=p$  i początkowa wysokość przestrzeni walcowej  $=s$ , po przebieżeniu zaś drogi  $EE_1$  natężenie  $=p_1$  a wysokość jeszcze pozostałej objętości powietrza  $=s_1$ , to mamy proporcję:

$$p_1 : p = s : s_1 \text{ a ztąd } p_1 = \frac{s}{s_1} p.$$

W czasie przebieżenia bardzo małej cząstki drogi  $E_1E_2=\sigma$  można natężenie  $p_1$  uważać za niezmienne, a ztąd jest zużyta przytem praca mechaniczna  $=Ap_1\sigma = \frac{Aps\sigma}{s_1}$ ; gdzie  $A$  oznacza powierzchnię tłoku.

Na zasadzie nauki o logarytmach jest bardzo mała ilość  $y = \log \text{ nat. } (1 + y) = 2,3026 \log (1 + y)$ ; można więc u-

$$\begin{aligned} \text{czynić } Aps \frac{\sigma}{s_1} &= Aps \log. \text{ nat. } \left(1 + \frac{\sigma}{s_1}\right) \\ &= 2,3026 Aps \log. \text{ nat. } \left(1 + \frac{\sigma}{s_1}\right). \text{ Jest zaś także} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log. \text{ nat. } \left(1 + \frac{\sigma}{s_1}\right) &= \log. \text{ nat. } \left(\frac{s_1 + \sigma}{s_1}\right) \\ &= \log. \text{ nat. } (s_1 + \sigma) - \log. \text{ nat. } s_1; \text{ to praca cząstkowa} \\ &= Aps [\log. \text{ nat. } (s_1 + \sigma) - \log. \text{ nat. } s_1]. \end{aligned}$$

Wystawiwszy sobie całą drogę  $EE_1$  składającą się z  $n$  takich cząstek jak  $\sigma$ , czyniąc więc  $EE_1 = n\sigma$ , znajdziemy prace odpowiadające tym cząstkom, gdy w ostatni wzór będziemy wstawiać jedno po drugim wartości za  $s_1, s_1 + \sigma, s_1 + 2\sigma, s_1 + 3\sigma, \dots$  aż do  $s_1 + n\sigma$  czyli  $s$ , i znajdziemy przez zsumowanie całkowitą pracę użytą przy przebieżeniu drogi  $s - s_1$ :

$$\begin{aligned} L = Aps \left\{ \begin{array}{l} \log. \text{ nat. } (s_1 + \sigma) - \log. \text{ nat. } s_1 \\ \log. \text{ nat. } (s_1 + 2\sigma) - \log. \text{ nat. } (s_1 + \sigma) \\ \log. \text{ nat. } (s_1 + 3\sigma) - \log. \text{ nat. } (s_1 + 2\sigma) \\ \cdot \\ \cdot \\ \log. \text{ nat. } (s_1 + n\sigma) - \log. \text{ nat. } [s_1 + (n-1)\sigma] \end{array} \right\} \\ = Aps [\log. \text{ nat. } (s_1 + n\sigma) - \log. \text{ nat. } s_1] \end{aligned}$$



$$= A p s (\log. \text{nat. } s - \log. \text{nat. } s_1 = A p s \log. \text{nat. } \left(\frac{s}{s_1}\right))$$

z przyczyny że wyrazy środkowe jako ze znakami przeciwnymi znoszą się.

Ponieważ  $\frac{s}{s_1} = \frac{h_1}{h} = \frac{p_1}{p}$ , to można jeszcze położyć pracę:

$$L = A p s \log. \text{nat. } \left(\frac{h_1}{h}\right) = A p s \log. \text{nat. } \left(\frac{p_1}{p}\right).$$

Przyjmując drogę tłoku  $s - s_1 = x$ , to znajdziemy także średnią siłę tłoku przy zgęszczeniu powietrza w stosunku

$$\frac{h_1}{h} = \frac{p_1}{p}, P = \frac{L}{x} = A p \frac{s}{x} \log. \text{nat. } \left(\frac{p_1}{p}\right).$$

Czyniąc  $A=1$  (stopie kwadratowej) a  $s=1$  (stopie) otrzymamy działanie  $L = p \log. \text{nat. } \left(\frac{p_1}{p}\right) = 2,3026 = p \log. \left(\frac{p_1}{p}\right)$ .

Wzór ten wyraża pracę mechaniczną, jakiej należy użyć ażeby jedną objętość, np. stopę kubiczną powietrza, z niższego ciśnienia czyli prężności  $p$  wprawić w wyższą prężność  $p_1$ .

Przeciwnie zaś  $L = p_1 \log. \text{nat. } \left(\frac{p_1}{p}\right) = 2,3026 p_1 \log. \left(\frac{p_1}{p}\right)$

wyraża pracę, jaką jedną objętość gazu wydaje, gdy z wyższego ciśnienia  $p_1$  przechodzi w niższe  $p$ .

Ażeby masę powietrza mającą objętość  $V$  i prężność  $p$ , przez zgęszczenie do objętości  $V_1$  i prężności  $p_1 = \frac{V}{V_1} p$  doprowadzić, potrzebną jest podług tego praca mechaniczna

$V p \log. \text{nat. } \left(\frac{V}{V_1}\right)$ , gdy zaś odwrotnie objętość  $V_1$  przy prężności  $p_1$ , przez rozrzedzenie do objętości  $V$  i prężności  $p = \frac{V_1}{V} p_1$  przechodzi, to wydziela się praca  $V p \log. \text{nat. } \left(\frac{V}{V_1}\right) =$

$V_1 p_1 \log. \text{nat. } \left(\frac{V}{V_1}\right)$ .

$V_1 p_1 \log. \text{nat. } \left(\frac{V}{V_1}\right)$ .

Przykłady. 1) Gdy miech zamienia na sekundę 10 stóp kub.

Prawo  
Marjotta.

powietrza mającego prężność 28 cali, na wiatr z prężnością 30 cali, to praca uskuteczniona przez tenże w ciągu sekundy =

$17280,0,5361 \ 28 \log. \text{nat.} \left( \frac{30}{28} \right) = 259400 \ (\log. \text{nat.} \ 15 - \log. \text{nat.} \ 14)$   
 $= 259400 \ (2,708050 - 2,639057) = 259400 \cdot 0,068993$   
 $= 17896 \ \text{calofuntów} = 1491 \ \text{stopofuntów.}$  2) Gdy w maszynie parowej pod powierzchnią tłoku  $A = \pi \cdot 8^2 = 201$  cali kwadratowych, znajduje się masa pary 15 cali wysoka, z prężnością 3 atmosfer, która tenże tłok przez swoją rozszerzalność o 25 cali posuwa, to rozwinięta i na tłok przeniesiona praca mechaniczna jest:

$$L = 201 \cdot 3 \cdot 15,01 \cdot 15 \cdot \log. \text{nat.} \left( \frac{15 + 25}{15} \right) = 135765 \ \log. \text{nat.} \frac{8}{3} =$$

$135765 \cdot 0,98083 = 133162 \ \text{calofuntów} = 11097 \ \text{stopofuntów,}$  a średnia siła tłoku bez względu na tarcie tłoku i ciśnienie ze strony przeciwnéj jest  $= \frac{133162}{25} = 5326$  funt.

Warstwy  
powietrza.

§ 331. Powietrze zamknięte w naczyniu, w rozmaitych głębokościach jest różnej gęstości i prężności, gdyż wierzchnie warstwy powietrza naciskają warstwy pod niemi się znajdujące, dla tego téż powietrze jest jednakowej gęstości i prężności tylko w jednéj i téj saméj poziomej warstwie, a gęstość i prężność wzrasta w miarę zwiększania się głębokości. Ażeby oznaczyć prawo wzrostu gęstości, idąc z góry do dołu, lub téż ubytku tejże, wznosząc się z dołu do góry, postąpimy podobną drogą jak w poprzedzającym paragrafie.

Wystawmy sobie pionowy słup powietrza  $AE$ , fig. 470, z przecięciem poprzecznym  $AB = 1$  i mający wysokość  $AF = s$ . Oznaczywszy dolną warstwę gęstość przez  $\gamma$ , a prężność przez  $p$ , górnej zaś warstwy  $EF$  gęstość przez  $\gamma_1$  a



Fig. 470.

prężność przez  $p_1$ , to mamy  $\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{p_1}{p}$ . Jeżeli następnie  $x$  oznacza wysokość  $EE_1$  warstwy  $E_1F$ , to mamy jéj ciężar, a ztąd i odpowiadające wysokości  $x$  zmniejszenie prężności,  $y =$

$$1 \cdot x \cdot \gamma_1 = \frac{x \gamma p_1}{p} \text{ i odwrotnie } x = \frac{p}{\gamma \cdot p_1} y,$$

lub jak w poprzednim paragrafie:

$$x = \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( 1 + \frac{y}{p_1} \right) = [\log. \text{ nat.} (p_1 + y) - \log. \text{ nat.} p_1].$$

Warstwy  
powietrza.

Wstawiając tu zamiast  $p_1$  jedne po drugie wartości:  $p_1 + y$ ,  $p_1 + 2y$ ,  $p_1 + 3y$ , aż do  $p = p_1 + (n-1)y$ , i dodawszy odpowiednie wysokości warstw powietrza, czyli wartości na  $x$ , to otrzymamy wysokość całego słupa powietrza tak jak w poprzednim paragrafie:

$$s = \frac{p}{\gamma} (\log. \text{ nat.} p - \log. \text{ nat.} p_1) = \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{p}{p_1} \right) \text{ czyli}$$

także  $s = \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{b}{b_1} \right) = 2,302 \frac{p}{\gamma} \log. \left( \frac{b}{b_1} \right)$  gdzie  $b$  i  $b_1$  oznaczają wysokości barometru odpowiadające prężnościom w  $A$  i  $F$ .

Jeżeli naodwrot daną jest wysokość  $s$ , to można obliczyć odpowiadającą jej gęstość i siłę prężności; jest bowiem:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{\gamma}{\gamma_1} = e^{\frac{s\gamma}{p}}, \text{ więc } \gamma_1 = \gamma e^{-\frac{s\gamma}{p}}, \text{ gdzie } e = 2,71828 \text{ zasa-}$$

dy naturalnego układu logarytmów.

*Uwaga.* Wzór ten ma zastosowanie przy wymierzaniu wysokości barometrem. Bez względu na temperaturę i inne okoliczności można przyjąć  $s = 58604 \log. \left( \frac{b}{b_1} \right)$ .

*Przykłady.* 1) Jeżeli wysokość barometru u podnóżka góry 339 linij, a na wierzchołku téjże 315 linij wynosi, to wypada wysokość téj góry  $s = 58604 \log. \frac{339}{315} = 58604 \cdot 0,031889 = 1869$  stóp.

2) Dla gęstości powietrza na górze wysokości 10000 stóp, wypada  $\log. \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{10000}{58604} = 0,1706$ , ztąd  $\frac{\gamma}{\gamma_1} = 1,481$ , a  $\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{1}{1,481} = 0,675$ , gęstość więc ta jest  $67\frac{1}{2}$  procent gęstości u spodu góry.

§ 332. Na gęstość i prężność gazów znaczny wpływ wywiera ciepło czyli temperatura. Im więcej ogrzaném jest powietrze zamknięte w jakim naczyniu, tém większą okazuje się

Prawo  
Gay-Lussaca.

jego siła prężności, i im bardziej podniesioną zostanie temperatura powietrza zamkniętego tłokiem w naczyniu, tém więcéj rozszerza się powietrze i podnosi tłok do góry. Doświadczenia Gay-Lussaca, które w nowszych czasach zostały powtórzone przez Rudberga, Magnusa i Regnaulta, okazały że przy równych gęstościach prężność, a przy równej prężności objętość jednej i téj saméj ilości powietrza wzrasta stosownie do temperatury. Prawo to można umieścić obok prawa Mariotta i nazwać go dla odróżnienia prawem Gay-Lussaca. Według najnowszych doświadczeń prężność pewnej objętości powietrza wzrasta przy ogrzaniu od zera do punktu wrzenia o 0,367 swojej początkowéj wartości, czyli przy takiém podwyższeniu temperatury, objętość pewnej masy powietrza wzrasta przy niezmiennéj prężności o 36,7 na sto. Gdy temperaturę podamy podług termometru stustopniowego, gdzie przestrzeń pomiędzy topniejącym lodem i punktem wrzenia podzieloną jest na sto stopni, to wypada rozszerzenie na każdy stopień = 0,00367, a na stopni  $t^{\circ}$ , = 0,00367  $t$ ; używając zaś cieplomierza Reaumura, podzielonego pomiędzy punktem marzenia i wrzenia na 80 stopni, mamy rozszerzenie na każdy stopień, = 0,00459 więc dla  $t^{\circ}$ , = 0,00459  $t$ . Te stosunki służą właściwie tylko dla powietrza atmosferycznego; gdyż innym gazom po największej części odpowiadają większe wartości; a ten sam współczynnik przy powietrzu atmosferyczném nawet cokolwiek się powiększa z temperaturą.

Jeżeli masa powietrza mająca objętość  $V_0$  i temperaturę zero, ogrzaną zostanie do  $t$  stopni, bez nabycia innéj prężności, to nowa objętość tejże będzie  $V = (1 + 0,00367 t) V_0$ , gdy zaś otrzyma temperaturę  $t_1$ , to objętość wynosić będzie  $V_1 = (1 + 0,00367 t_1) V_0$ , a dzieląc te wyrażenia przez siebie otrzymujemy stosunek objętości

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1 + 0,00367 t}{1 + 0,00367 t_1}, \text{ odpowiedni zaś stosunek gęstości}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V} = \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t}.$$

Prawo  
Gay-Lussaca.

Gdy jeszcze prócz tego zachodzi zmiana w prężności i  $p_0$  jest prężnością przy temperaturze zero,  $p$  przy  $t$ , a  $p_1$  przy  $t_1$  stopniach ciepła, to mamy  $V = (1 + 0,00367 t) \frac{p_0}{p} V_0$ , nastę-

pnie  $V_1 = (1 + 0,00367 t_1) \frac{p_0}{p_1} V_0$ ,

$$\text{z tąd } \frac{V}{V_1} = \frac{1 + 0,00367 t}{1 + 0,00367 t_1} \frac{p_1}{p} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{p}{p_1}$$

$$\text{czyli } \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{b}{b_1}.$$

*Przykład.* Gdy masa powietrza mająca 800 stóp kub. objętości, 15 funt. prężności i  $10^0$  ciepła, przez miech i aparat do ogrzewania otrzyma prężność 19 funt. i temperaturę 200 stopni, to powiększy swoje objętość do

$$V_1 = \frac{1 + 0,00367 \cdot 200}{1 + 0,00367 \cdot 10} \cdot \frac{15}{19} \cdot 800 = \frac{1,734}{1,0367} \cdot \frac{12000}{19} =$$

1056 stóp kubicznych.

§ 333 Za pomocą wzoru podanego na końcu poprzedniego paragrafu, można obliczyć odpowiednią gęstość powietrza  $\gamma$ , mając dane temperaturę i prężność. Przez dokładne ważenie i mierzenie znaleziono ciężar metra kub. powietrza atmosferycznego, przy temperaturze zero i wysokości barometru = 0,76 metrów, = 1,2995 kilogramów. Ponieważ pruska stopa kubiczna = 0,030916 metra kub., a 1 kilogram = 2,13809 funt., to przy danych powyżej okolicznościach, gęstość powietrza =  $0,030916 \cdot 2,13809 \cdot 1,2995 = 0,08590$  funt pruskich. Jeżeli następnie temperatura =  $t^0$  stustopniowego podziału, to gęstość w miarach francuzkich wypada:

Gęstość  
powietrza.

$$\gamma = \frac{1,2995}{1 + 0,00367 t} \text{ kilogr.}$$

$$\text{a w miarach pruskich } \gamma = \frac{0,08590}{1 + 0,00367 t} \text{ funt.}$$

Jeżeli prócz tego siła prężności zbacza od średniej, gdy więc wysokość barometru nie 0,76 metrów lecz  $b$ , wynosi, to otrzymamy

$$\gamma = \frac{1,2995}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{b}{0,76} = \frac{1,71 \cdot b}{1 + 0,00367 t} \text{ kilogr.}$$

Gęstość  
powietrza.

czyli gdy jak zwykle  $b$  damy w calach paryzkich

$$\gamma = \frac{0,08565}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{b}{28} = \frac{0,003058 \cdot b}{1 + 0,00367 t} \text{ funt.}$$

Bardzo często wyraża się siłę prężności przez ciśnienie  $p$  na centymetr kwadr. albo na cal kwadr., natenczas należy wprowadzić czynnik

$$\frac{p}{1,0336} \text{ lub } \frac{p}{15,01} \text{ i wypada}$$

$$\gamma = \frac{1,2995}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{p}{1,0336} = \frac{1,2572 p}{1 + 0,00367 t} \text{ kilogr. lub}$$

$$\gamma = \frac{0,08565}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{p}{15,01} = \frac{0,005706 p}{1 + 0,00367 t} \text{ funt.}$$

Przy jednakowej temperaturze i prężności, gęstość pary wodnej jest  $\frac{5}{8}$  gęstości powietrza atmosferycznego, ztąd więc dla pary mamy:

$$\gamma = \frac{0,8122}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{p}{1,0336} = \frac{0,7851 p}{1 + 0,00367 t} \text{ kilogr.,}$$

$$\text{lub } \gamma = \frac{0,05353}{1 + 0,00367 t} \cdot \frac{p}{15,01} = \frac{0,003566 p}{1 + 0,00367 t} \text{ funt.}$$

*Przykłady.* 1) Jaką gęstość ma wiatr zawarty w walcowym regulatorze, mającym 40 stóp długości, 6 stóp szerokości, przy  $10^0$  ciepła i 18 funt. ciśnienia? Gęstość wiatru jest

$$= \frac{0,005706 \cdot 18}{1,0367} = \frac{0,10271}{1,0367} = 0,09908 \text{ funt., przestrzeń ko-}$$

tła w którym jest zawarte powietrze  $= \pi \cdot 3^2 \cdot 40 = 1131$  stóp kub., ztąd więc waga powyższej ilości powietrza  $= 0,09908 \cdot 1131 = 112$  funt.

2) Machina parowa zużywa na minutę 500 stóp kub. pary  $10^0$  gorącej, i mającej prężność 36 cali paryzkich, ile funtów wody potrzeba do utworzenia téj pary. Gęstość téj pary jest

$$= \frac{0,05353}{1 + 0,00367 \cdot 107} \cdot \frac{36}{28} = \frac{0,05353 \cdot 36}{1,393 \cdot 18} = 0,0494 \text{ funt.,}$$

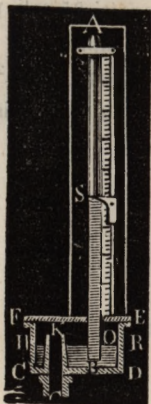
ztąd ciężar 500 stóp kub., czyli waga odpowiedniej ilości wody  $= 500 \cdot 0,0494 = 24,7$  funt.

Manometr  
powietrzny.

§ 334. Za pomocą otrzymanych w ostatnim paragrafie wypadków, można także wprowadzić teorię manometru

powietrznego. Składa się on z rurki barometrycznej  $AB$ , fig. 471, mającej równy kalibr, wypełnionej u góry powietrzem a u spodu merkurjuszem, i z naczynia  $CE$  zawierającego także merkurjusz, a które z gazem lub parą, której chcemy dojsć siły prężności, ma komunikacyę za pomocą rury  $GK$ . Z wysokości kolumn powietrza i merkurjuszu, można tę prężność obrać chować jak następuje. Zwykle narzędzie jest tak urządzone że poziomy merkurjusz w rurce i w naczynku znajdują się na jednej płaszczyźnie, gdy temperatura zamkniętego powietrza  $t = 10^0$ , a prężność w przestrzeni  $EH$  równa jest średniemu ciśnieniu atmosfery  $b = 0,76$  metrów albo 28 cali.

Fig. 471.



Jeżeli przy stanie  $b$  barometru, w  $EH$  słup merkurjuszu  $h_1$  wszedł w rurkę, a długość pozostałego słupa powietrza jest  $h_2$ , to mamy prężność tegoż

$$\frac{h_1 + h_2}{h_2} \cdot b, \text{ ztąd } b_1 = h_1 + \frac{h_1 + h_2}{h_2} b.$$

Gdy nadto ma jeszcze miejsce zmiana temperatury, i temperatura w czasie obserwacji  $h_1$  i  $h_2$  nie jest jak początkowo  $t$  lecz  $t_1$ , to mamy prężność słupa powietrza  $AS$

$$= \frac{h_1 + h_2}{h_2} \cdot \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t} \cdot b,$$

a ztąd szukaną wysokość barometru

$$b_1 = \frac{h_1 + h_2}{h_2} \cdot \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t} \cdot b.$$

Dla  $b = 28$  cali paryzkich i  $t = 10^0$  Cel. wypada

$$b_1 = h_1 + 27 \left( 1 + 0,00367 t_1 \frac{h}{h_2} \right) \text{ gdzie } h = h_1 + h_2 \text{ oznacza całą długość rurki do poziomu merkurjuszu } HR.$$

Z wysokości barometru  $b_1$  wypada ciśnienie na cal kwadr.

$$(\text{pruski}) p = \frac{15,01}{28} h_1 + 15,01 \cdot \frac{27}{28} \left( 1 + 0,00367 t_1 \right) \frac{h}{h_2}$$

Manometr  
powietrzny

$$= 0,5361 h_1 + 14,47 (1 + 0,00367 t_1) \frac{h}{h_2} \text{ funt.}$$

*Przykład.* Gdy monometr powietrzny, mający długości 25 cali, przy 21° ciepła, okazuje słup powietrzny długi cali 12, to odpowiedni stan barometru  $b_1 = 25 - 12 + 27 (1 + 0,00367 \cdot 21)^{25/12} = 13 + 9 \cdot 1,07707 \cdot 25/4 = 13 + 60,58 = 73,58$  cali, a ciśnienie na cal kwadr.  $= 0,5361 \cdot 73,58 = 39,45$  funt.



Jeżeli przy stanie  $b$  barometru, w  $h$  słup merkurjuszny  $A_1$  weździ w rurkę, a długość pozostałego słupa powietrza jest  $A_2$ , to mamy przynależność  $b = \frac{A_1 + A_2}{A_1} \cdot b_1 + \frac{A_2}{A_1} \cdot b_2$ .  
 Gdy nagle ma miejsce zmiana temperatury, i temperatura w czasie obserwacji  $A_1$  i  $A_2$  nie jest jak początkowo  $t_1$  lecz  $t_2$ , to mamy przynależność słupa powietrza  $A_2 = \frac{A_1 + A_2}{A_1} \cdot \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t_2} \cdot b_1$ .  
 a stąd szukana wysokość barometru  $b = \frac{A_1 + A_2}{A_1} \cdot \frac{1 + 0,00367 t_1}{1 + 0,00367 t_2} \cdot b_1 + \frac{A_2}{A_1} \cdot b_2$ .  
 Dla  $b = 28$  cali parzykch i 10° Cel. wypada  $b_1 = A_1 + 27 (1 + 0,00367 t_1) \frac{A_2}{A_1}$  gdzie  $A_2 = A_1 + A_2$  oznacza całą długość rurki do poziomu merkurjuszny  $h$ .  
 Z wysokości barometru  $b$  wypada ciśnienie na cal kwadr. (parzyki)  $p = \frac{15,01}{28} A_1 + 15,01 \frac{A_2}{A_1} (1 + 0,00367 t_1) \frac{h}{h_2}$



## DZIAŁ SZÓSTY.

### Dynamika ciał płynnych.

#### ROZDZIAŁ I.

#### Nauki ogólne o wypływie wody z naczyń.

§ 335. Nauka o wypływie (Ausfluss; истечение жидкости; écoulement) płynów z naczyń stanowi pierwszą główną część Hydrodynamiki. Odróżniamy najprzód wypływ powietrza i wypływ wody, następnie wypływ przy niezmienném i zmienném ciśnieniu. Najpierw mówić będziemy o wypływie wody przy stałym ciśnieniu. Za stałe ciśnienie można uważać, gdy z jednej strony tyle wody przychodzi ile z drugiej odpływa, lub gdy w oznaczonym czasie ilość wypływu wody jest bardzo małą stosunkowo do wielkości naczynia. Zadanie główne, o którego rozwiązanie tu idzie, jesto znaczenie ilości wody (Wassermenge; количество истечения; dépense), która przy daném ciśnieniu, w oznaczonym czasie wypływa przez dany otwór (Oeffnung, orifice).

Jeżeli masa wody wypływającej w sekundzie =  $Q$ , to mamy wypływ przy niezmienném ciśnieniu w ciągu  $t$  sekund:  $Q_1 = Qt$ . Ażeby zaś masę wypływu na sekundę oznaczyć, potrzeba mieć wiadome: wielkość otworu i prędkość wypływających cząstek wody. Dla uproszczenia poszukiwań w tym względzie przyjmijemy najprzód, że cząstki wody wypływają w liniach prostych i równoległych, tworzą więc graniastosłu-

Wypływ.

Wypływ.

slupową żyłę wody (Wasserstrahl veine). Jeżeli więc  $F$  jest powierzchnią otworu, a  $v$  prędkością wody, czyli każdej cząstki płynu na sekundę, to masa wypływu na sekundę tworzy graniastosłup mający za podstawę  $F$  a za wysokość  $v$ , jest więc  $Q = Fv$  jednością objętości, a  $G = Fv\gamma$  jednością ciężaru, gdy  $\gamma$  gęstość wody lub wypływającej cieczy oznacza.

*Przykłady.* 1) Gdy przez stawidło mające 1,7 stóp kw., woda wypływa z prędkością 14 stóp, to ilość wypływu na sekundę wynosi  $Q = 14 \cdot 1,7 = 23,8$  stóp kubiczn., ztąd wypływ wody na godzinę  $= 23,8 \cdot 3600 = 85680$  stóp kub. 2) Jeżeli przez otwór mający 5 cali kwadr. w 3 minutach i 10 sekundach, 264 stóp kubiczn. wody wypłynęło, to średnia prędkość wypływu wynosiła

$$v = \frac{Q_1}{Ft} = \frac{264}{5 \cdot 190} = \frac{264 \cdot 144}{5 \cdot 190} = 40 \text{ stóp.}$$

Prędkość  
wypływu§ 336. Wystawiwszy sobie naczynie  $AC$  wypełnione wodą,

Fig. 472.

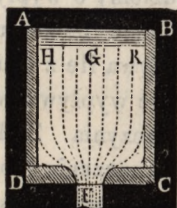


fig. 472, z otworem poziomym wewnątrz zaokrąglonym  $F$ , który tylko bardzo małą część powierzchni przecięcia poprzecznego czyli podstawy  $CD$  zajmuje. Uczyńmy wysokość ciśnienia  $FG$  (Druckhöhe; высота давления; charge d'eau) uważaną za niezmienną w czasie przepływu  $= h$ , prędkość wypływu  $= v$ ,

i ilość wypływu w każdej sekundzie  $= Q$ , więc ciężar tejże ilości  $= Q\gamma$ . Praca mechaniczna jaką masa wody przy spadaniu z wysokości  $h$  może wydać, jest  $= Qh\gamma$ , praca zaś mechaniczna jaką wypływająca woda  $Q\gamma$  zużywa przechodząc z spoczynku w prędkość  $v$ , jest  $\frac{v^2}{2g} Q\gamma$  (§. 71). Jeżeli więc nie ma miejsca przy przechodzeniu przez otwór strata pracy, to obie prace są sobie równe, jest więc

$$hQ\gamma = \frac{v^2}{2g} Q\gamma \text{ to jest } h = \frac{v^2}{2g}$$

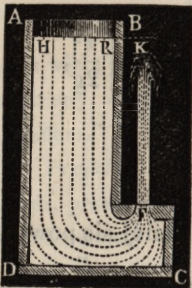
i odwrotnie  $v = \sqrt{2gh}$  czyli w miarach stopowych  
 $h = 0,016 v^2$ , a  $v = 7,906\sqrt{h}$ .

Prędkość  
wypływu.

Jest więc prędkość wypływającej wody równa prędkości końcowej ciała wolno spadającego z wysokości ciśnienia.

Dokładność tego prawa, można okazać przez następujące doświadczenie. Jeżeli w naczyniu *AC*, fig. 473, zrobimy otwór skierowany do góry, to żyła wody wytryska do góry, i dosięga prawie poziomu *HK* wody w naczyniu, i można przyjąć, że zupełnie by gof dosięgnęła, gdyby wszystkie przeszkody, jak np. opór powietrza, tarcie o ściany naczynia, przeszkody ze spadającej nazad wody i t. p. zostały usunięte, ponieważ zaś ciało wznoszące się do wysokości *h*, ma prędkość początkową  $v = \sqrt{2gh}$  (§. 15) to wypada ztąd, że prędkość wypływu

Fig. 473



musi być  $v = \sqrt{2gh}$ .

Dla innej wysokości ciśnienia  $h_1$  jest prędkość  $v_1 = \sqrt{2gh_1}$  ztąd mamy  $v : v_1 = \sqrt{h} : \sqrt{h_1}$ , prędkości więc wypływu mają się do siebie jak pierwiastki kwadratowe z wysokości ciśnienia.

*Przykłady.* 1) Masa wody jaka wypływa w każdej sekundzie przez otwór mający 10 cali kwadr. przy wysokości ciśnienia 5 stóp, jest  $Q = Fv = 10 \cdot 12 \sqrt{2gh} = 120 \cdot 7,906 \sqrt{5} = 948,7 \cdot 2,236 = 2121$  cali kub. 2) Ażeby przez otwór mający 6 cali  $\square$  wypłynęło w sekundzie 252 cale kub. wody, potrzebną jest wysokość ciśnienia

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{F} \right)^2 = 0,016 \left( \frac{252}{6} \right)^2 = 0,016 \cdot 42^2 = 28,22 \text{ cali}$$

§ 337. Gdy woda z pewną prędkością  $c$  przyplywa, to do pracy  $h \cdot Q\gamma$  przybywa jeszcze odpowiadająca wysokości z prędkości  $h_1 = \frac{c^2}{2g}$ , praca  $\frac{c^2}{2g} Q\gamma$ , dla tego należy położyć:

Prędkość przy-  
pływu i wy-  
pływu.

Prędkość przy-  
plywu i wy-  
plywu.

$$(h + h_1) Q\gamma = \frac{v^2}{2g} Q\gamma, \text{ czyli } h + h_1 = \frac{v^2}{2g},$$

a ztąd prędkość wypływu  $v = \sqrt{2g(h + h_1)} = \sqrt{2gh + c^2}$ .

Ponieważ w ciągu pełnym naczyniu, masa wody przy-  
plywającej jest tak wielką jak ilość wypływająca  $Q$ , to można  
położyć  $Gc = Fv$ , gdy  $G$  powierzchnię przecięcia poprzecznego  
 $HR$  (fig. 472) wody przyplywającej oznacza, kładąc więc

$$c = \frac{F}{G} v, \text{ otrzymujemy:}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} - \left(\frac{F}{G}\right)^2 \frac{v^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g},$$

$$\text{i ztąd } v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2}}$$

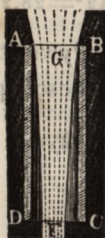
Według tego wzoru prędkość tém bardziej się powiększa  
im większy jest stosunek przecięć poprzecznych  $\frac{F}{G}$ , wypada

więc prędkość najmniejsza, mianowicie  $= \sqrt{2gh}$ , gdy przecię-  
cie poprzeczne  $F$  otworu wypływu jest bardzo małym stosun-  
kowo do przecięcia poprzecznego  $G$  otworu przyplywu, a  
zbliża się tém więcej do nieskończoności, im mniejszą jest róż-  
nica pomiędzy temi otworami. Gdy  $F = G$ ,

więc  $\frac{F}{G} = 1$ , to  $v = \frac{\sqrt{2gh}}{0} = \infty$  a ztąd i  $c = \infty$ . Tę war-

tość nieskończenie wielką należy tak rozumieć, że w naczyniu  
 $AC$  bez dna, fig. 474, woda musi przyplywać i odpływać z nie-  
zmiernie wielką prędkością, ażeby żyła wo-  
dna  $GF$  wypełniła ujście  $F$ .

Fig. 474.



Kładąc  $v = \frac{Gc}{F}$  otrzymujemy

$$h = \left[ \left(\frac{G}{F}\right)^2 - 1 \right] \frac{c^2}{2g}, \text{ ztąd } F = \frac{G}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{c^2}}},$$

które to wyrażenie okazuje, że przecięcie po-  
przeczne  $F$  żyły wody wypływającej, przy

skończonej prędkości przyptywu, zawsze jest mniejszym niż przecięcie poprzeczne  $G$  żyły przyptywającej, i że dla tego nie wypełnia nigdy zupełnie ujścia, gdy to jest większe jak

$$\frac{G}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{c^2}}}$$

*Uwaga.* Dokładność jeszcze przez Daniela Bernouilli oznaczonego wzoru  $v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \left(\frac{F}{G}\right)^2}}$ , następuje w późniejszym czasie

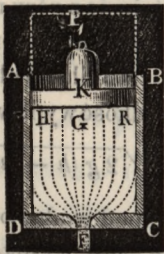
przez wielu podaną była w wątpliwość, jak jednak nieuzasadnione były te zarzuty, okazał to autor w ogólnej Encyklopedyi machin w artykule „Ausfluss.“

*Przykład.* Gdy z naczynia graniastosłupowego mającego 60 cali kwadr. przecięcia poprzecznego, woda wypływa przez otwór okrągły w dnie, mający 5 cali średnicy przy wysokości ciśnienia 6 stóp, to prędkość jest  $v = \frac{7,906 \sqrt{6}}{\sqrt{1 - \left(\frac{25\pi}{4 \cdot 60}\right)^2}} = \frac{7,906 \cdot 2,449}{\sqrt{1 - (0,327)^2}} = \frac{19,362}{\sqrt{0,8931}} = \frac{19,362}{0,945} = 20,49$  stóp.

§ 338 Znalezione wzory służą tylko wtenczas, gdy ciśnienie powietrza na powierzchni wody, jest tak wielkie jak ciśnienie powietrza na otwór wypływu, gdy zaś te ciśnienia są

Prędkość wypływu, ciśnienie i gęstość.

Fig. 475.



różne, to należy wzór dopełnić. Jeżeli powierzchnia  $HR$ , fig. 475, jest naciskana za pośrednictwem tłoku  $K$  siłą  $P_1$ , który to przypadek ma np. miejsce w sikawkach, to wyobraźmy sobie tę siłę zastąpioną ciśnieniem kolumny wody, i gdy  $h_1$  będzie wysokością tej kolumny, a  $\gamma$  gęstością płynu, to należy położyć  $P_1 = Gh_1\gamma$ . wprowadzając więc za  $h$  powiększoną o

$$h_1 = \frac{P_1}{G\gamma} \text{ wysokość ciśnienia}$$

$$h + h_1 = h + \frac{P_1}{G\gamma}, \text{ otrzymamy na prędkość wypływu:}$$

Prędkość wypływu, ciśnienie i gęstość.

$v = \sqrt{2g \left( h + \frac{p_1}{G\gamma} \right)}$ , gdy przytém przyjmujemy że  $\frac{F}{G}$  jest bardzo małe. Oznaczając jeszcze ciśnienie na każdą jednostkę powierzchni  $G$  przez  $p_1$ , mamy prościej

$$\frac{P_1}{G} = p_1, \text{ a ztąd } v = \sqrt{2g \left( h + \frac{p_1}{\gamma} \right)}$$

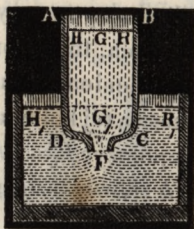
Oznaczywszy nakoniec ciśnienie wody w poziomie ujścia przez  $p$ , możemy położyć  $p = \left( h + \frac{p_1}{\gamma} \right) \gamma$  więc  $h + \frac{p}{\gamma} =$

$$\text{z czego wypada } v = \sqrt{2g \frac{p}{\gamma}}.$$

Podług tego prędkość wypływu wzrasta w stosunku prostym pierwiastku kwadratowego z ciśnienia na jednostkę powierzchni i w stosunku odwrotnym pierwiastku kwadratowego z gęstości płynu. Przy równem ciśnieniu np. 4 razy cięższa ciecz wypływa  $\frac{1}{2}$  raza tak prędko jak ciecz o pojedynczym ciężarze. Ponieważ powietrze jest 770 razy lżejsze niż woda, to gdyby było niesprężystem, wypływałoby  $\sqrt{770} = 27\frac{3}{4}$  razy prędzej niż woda.

Jeżeli woda wypływa nie swobodnie, lecz pod wodą, to z przyczyny przeciwnego ciśnienia ma miejsce zmniejszenie prędkości wypływu. Jeżeli otwór naczynia  $AC$ , fig. 476, znajduje się w wysokości  $FG = h$ , pod poziomem  $HR$  wody górnej a

Fig. 476.



w wysokości  $FG_1 = h_1$ , pod poziomem  $H_1R_1$  wody dolnej, to mamy ciśnienie z góry na dół  $p = h\gamma$ , i ciśnienie w przeciwnym kierunku z dołu do góry  $p_1 = h_1\gamma$ , ztąd siła wypływu:  $p - p_1 = (h - h_1)\gamma$ , a prędkość wypływu

$$v = \sqrt{2g \left( \frac{p - p_1}{\gamma} \right)} = \sqrt{2g (h - h_1)}.$$

Przy wypływie więc pod wodą, odległość poziomów  $h - h_1$  jest wysokością ciśnienia. Jeżeli woda jest ciśnięta od strony wypływu

siłą  $p$ , a od strony poziomu wody siłą  $p_1$ , to mamy w ogólności  $v = \sqrt{2g \left( h + \frac{p_1 - p}{\gamma} \right)}$ . Prędkość wypływu, ciśnienie i gęstość.

*Przykłady.* 1) Jeżeli tłok sikawki w walcu mającym 12 cali średnicy jest ciśnietym siłą 3000 funtów, i nie zachodzą żadne przeszkody w rurach i kischkach, to woda będzie wytryskać z prędkością

$$v = \sqrt{2g \frac{p_1}{\gamma}} = \sqrt{2g \frac{P_1}{G\gamma}} = 7,906 \sqrt{\frac{3000}{\frac{\pi}{4} \cdot 60}} \\ = 7,906 \sqrt{\frac{2000}{11 \pi}} = 60,14 \text{ stóp przez musztuk i skierowana pionowo, wzniesie się do wysokości } h = 0,016 v^2 = 57,9 \text{ stóp.}$$

2) Gdy woda wchodzi w przestrzeń rozrzedzonym powietrzem wypełnioną, np. do kondensatora maszyny parowej, będąc ciśnietą z góry lub od strony wolnej swojej powierzchni powietrzem atmosferycznym, to należy zastosować ostatni wzór na prędkość wypływu

$$v = \sqrt{2g \left( h + \frac{p_1 - p}{\gamma} \right)}$$

Gdy wysokość ciśnienia wody  $h = 3$  stopy, zewnętrzny stan barometru 27, a wewnętrzny 4 cale paryzkie wynosi, to mamy

$$\frac{p_1 - p}{\gamma} = 27 - 4 = 23 \text{ cali paryz.} = \frac{23}{12} \cdot 1,035 = 1,9837 \text{ stóp pruskich, czyli kolumnie wody wysokości } 13,6 \cdot 1,9837 = 26,98 \text{ stop } v \text{ prędkość wpływającej wody w przestrzeń z rozrzedzonym powietrzem:} \\ = 7,906 \sqrt{3 + 26,98} = 7,906 \sqrt{29,98} = 43,29 \text{ stóp.}$$

3) Jeżeli woda w rurze zasilającej kocioł parowy stoi 12 stóp wyżej nad powierzchnię wody w kotle i ciśnienie pary wynosi 20 funt., ciśnienie zaś powietrza tylko 15 funtów na cal kwad., to prędkość z jaką woda wpływa do kotła,

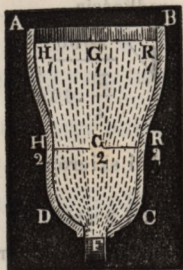
$$v = 7,906 \sqrt{12 + \frac{(15 - 20) 144}{66}} = 7,906 \sqrt{12 - \frac{5 \cdot 144}{66}} \\ = 7,906 \sqrt{1,0909} = 8,25 \text{ stóp.}$$

§ 339. Gdy woda znajdująca się w naczyniu jest w ruchu, to ciśnienie na ściany naczynia słabiej, niż gdy jest w spoczynku; należy przeto odróżnić ciśnienie hydrodynamiczne. Ciśnienie hydrodynamiczne.

Ciśnienie  
hydrauliczne.

miczne czyli hydrauliczne, od ciśnienia wody hydrostatycznego. Niech  $p_1$  będzie ciśnieniem na każdej jednostce powierzchni poziomu wody  $H_1R_1 = G_1$ , fig. 477,  $p$  ciśnieniem zewnątrz otworu  $F$ , a  $h$  wysokością ciśnienia  $FG_1$ , to mamy na

Fig. 477.



$$v = \sqrt{2g \left( h + \frac{p_1 - p}{\gamma} \right)} : \sqrt{1 - \left( \frac{F}{G_1} \right)^2}$$

czyli

$$h + \frac{p_1 - p}{\gamma} = \left[ 1 - \left( \frac{F}{G_1} \right)^2 \right] \frac{v^2}{2g}$$

niech następnie  $p_2$  będzie ciśnieniem w innym przecięciu poprzecznym  $H_2R_2 = G_2$  które znajduje się w odległości  $FG_2 = h_1$  nad otworem, to mamy

$$h_1 + \frac{p_2 - p}{\gamma} \left[ 1 - \left( \frac{F}{G_2} \right)^2 \right] \frac{v^2}{2g}$$

Odjęwszy oba wyrażenia od siebie wypada

$$h - h_1 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \left[ \left( \frac{F}{G_2} \right)^2 - \left( \frac{F}{G_1} \right)^2 \right] \frac{v^2}{2g}$$

czyli, gdy oznaczymy wysokość ciśnienia  $G_1G_2$  warstwy  $H_2R_2 = G_2$  przez  $h_2$  miara hydraulicznego ciśnienia wody w  $H_2R_2$ :

$$\frac{p_2}{\gamma} = h_2 + \frac{p_1}{\gamma} - \left[ \left( \frac{F}{G_2} \right)^2 - \left( \frac{F}{G_1} \right)^2 \right] \frac{v^2}{2g}$$

Ponieważ zaś  $\frac{Fv}{G_1}$  jest prędkością  $v_1$  wody na powierzchni  $G_1$ , a  $\frac{Fv}{G_2}$  prędkością  $v_2$  wody w przecięciu poprzecznym  $G_2$ , to można prościej położyć:

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + h_2 - \left( \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right)$$

Podług tego więc hydrauliczna wysokość ciśnienia  $\frac{p_2}{\gamma}$  w jakimkolwiek miejscu naczynia jest równą hydrostatycznej wysokości ciśnie-

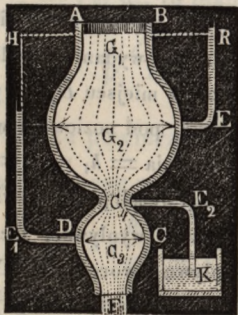


nia  $\frac{p_1}{\gamma} + h_2$ , zmniejszonej o różnicę wysokości z prędkości wody w tém miejscu i w miejscu wejścia. Jeżeli wolna powierzchnia  $G_1$  wody jest wielką to można prędkość przyływu opuścić i położyć

$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + h_2 - \frac{v_2^2}{2g}$  podług tego jest hydrauliczna wysokość ciśnienia mniejszą od hydrostatycznej o prędkość z wysokości. Im przeto woda prędzej płynie w układzie rur, tém słabiej ciśnie na ściany tychże. Dla téj przyczyny często rury pękają albo téż przepuszczają wodę dopiero wtenczas, gdy ruch wody w tychże zostanie wstrzymanym, np. gdy się zatkają i t. p.

Za pomocą wyobrażonego na fig. 478 aparatu do wypływu  $ABCD$ , można naocznie przekonać się o różnicy pomiędzy hydraulicznem i hydrostatycznym ciśnieniem. Jeżeli od przecięcia

Fig. 478.



poprzecznego  $G_2$ , poprowadzimy rurkę  $ER$  w górę, to ta napelni się wodą i woda w téjże wzniesie się wyżej niż poziom wody w naczyniu, gdy  $G_2 > G_1$  a zatem  $v_2 < v_1$ , albowiem, tu ciśnienie  $p_1$  na poziomie wody przez ciśnienie powietrza na otwór rurki jest zniesionem, możemy wysokość mierzącą ciśnienie w  $G_2$  położyć:

$$x = \frac{p_2}{\gamma} = h_2 - \left( \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right)$$

jest więc  $x > h_2$  gdy  $\frac{v_2^2}{2g} < \frac{v_1^2}{2g}$ . Jeżeli zaś przeciwnie prze-

cięcie poprzeczne  $G_3 < G_1$  przepływa więc woda przez  $G_3$  prędzej niż przez  $G_1$ , to mamy wysokość kolumny wody w rurce  $E_1$  umieszczonej w  $G_3$

$$y = h_3 - \left( \frac{v_3^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right)$$

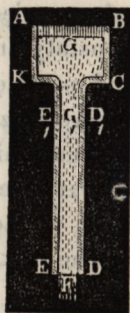
Ciśnienie hy-  
drauliczne

mniejszą niż  $h_3$  i ta nie sięga do poziomu  $HR$  w  $G_1$ . Nakoniec jeżeli  $G_4$  jest bardzo małym a tém samem odpowiednia prędkość  $v_4$  bardzo wielką, to może być nawet  $\frac{v_4^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} > h_4$

a ztąd odpowiednia hydrauliczna wysokość ciśnienia odjemną, to jest powietrze zewnętrzne może więcej cisnąć niż woda wewnątrz. Natenczas w rurkę  $E_2K$ , poprowadzoną na dół i zanurzoną w wodzie wchodzi kolumna, cieczy która w połączeniu z ciśnieniem wody równoważy zewnętrzne ciśnienie atmosfery. Jeżeli ta rurka jest krótką, to woda na ten cel zwykle dla odróżnienia zafarbowana, wchodzi z podstawionego naczynia  $K$  przez rurkę do rezerwoaru i łączy do wypływu otworem  $F$ .

*Uwaga.* Jeżeli naczynie z którego woda wypływa  $ACE$ , fig. 479,

Fig. 479.



składa się z rozległego rezerwoaru  $AC$  i wąskiej rurki  $CE$  stojącej pionowo, to ciśnienie hydrauliczne we wszystkich miejscach téj rurki jest odjemnym. Nie zważając na ciśnienie  $p_1$  powietrza atmosferycznego, ciśnienie wody w bliskości otworu  $F$  należy położyć  $= 0$ , gdyż tu cała wysokość ciśnienia  $GF = h$ , obraca się na wydanie prędkości  $v = \sqrt{2gh}$ , przeciwie zaś w miejscu  $D_1E_1$ , położonem w odległości  $GG_1 = h_1$  pod poziomem wody, hydrauliczna wysokość ciśnienia  $= h_1 - h =$

$-(h - h_1)$  jest więc odjemną. Jeżeli przeto wywiercimy otwór w téj rurce, to woda nim nie będzie wypływać, lecz powietrze będzie nim wchodzić, i dążyć do wypływu otworem  $F$ . To ciśnienie odjemne jest największém bezpośrednio pod naczyniem, gdyż tu  $h_2$  wypada najmniejsze.

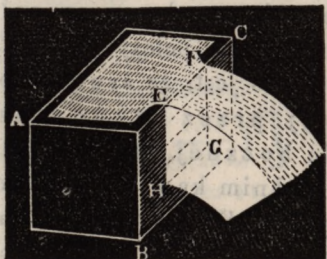
Prostokątny o-  
twór w ścianie  
bocznej.

§ 340. Za pomocą wzoru  $Q = Fv = F\sqrt{2gh}$ , można wypływającą wodę w ciągu jednéj sekundy tylko wtenczas bezpośrednio obliczyć, gdy otwór jest poziomym, gdyż tylko wtenczas w całym przecięciu poprzeczném  $F$  ma miejsce jednakowa prędkość; jeżeli zaś przecięcie poprzeczne otworu ma pewne nachylenie względem poziomym, znajduje się np. otwór w ścianie bocznej naczynia, to cząstki wody znajdujące

się w rozmaitych głębokościach wypływają z rozmaitemi prędkościami, i masa wody  $Q$  nie może być uważaną za graniastoslup, a ztąd i wzór  $Q = F \sqrt{2gh}$  nie może być bezpośrednio zastosowanym. Najprostszy przypadek tego rodzaju tworzy wypływ przez narznięcie w ścianie, czyli tak nazwany przewał, fig. 480. To wycięcie w ścianie tworzy

Protokątny otwór  
w ścianie bo-  
cznej.

Fig. 480.



otwór prostokątny  $EFGH$ , którego szerokość  $EF = GH$  oznaczmy przez  $b$ , a wysokość  $EH = FG$  przez  $h$ . Jeżeli podzielimy powierzchnię  $bh$ , liniami poziomymi na bardzo wielką liczbę  $n$  równo szerokich pasów, to w każdym z takowych zesobna możemy przyjąć je-

dnakową prędkość. Ponieważ postępując z góry na dół, wysokości ciśnienia tychże pasów są

$\frac{h}{n}$ ,  $\frac{2h}{n}$ ,  $\frac{3h}{n}$  i t. d., to mamy odpowiednie prędkości

$$\sqrt{2g \frac{h}{n}}, \sqrt{2g \cdot \frac{2h}{n}}, \sqrt{2g \cdot \frac{3h}{n}},$$

i gdy także powierzchnia jednego pasa  $= b \cdot \frac{h}{n} = \frac{bh}{n}$ ,

to mamy masy wody

$$\frac{bh}{n} \sqrt{2g \frac{h}{n}}, \frac{bh}{n} \sqrt{2g \cdot \frac{2h}{n}}, \frac{bh}{n} \sqrt{2g \cdot \frac{3h}{n}} \text{ i t. d.}$$

ztąd całkowita ilość wypływu

$$Q = \frac{bh}{n} \left( \sqrt{2g \frac{h}{n}} + \sqrt{2g \cdot \frac{2h}{n}} + \sqrt{2g \cdot \frac{3h}{n}} + \dots \right)$$

$$= \frac{bh \sqrt{2gh}}{n \sqrt{n}} (\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}).$$

że zaś jest  $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}$  czyli  
 $1^{1/2} + 2^{1/2} + 3^{1/2} + \dots + n^{1/2}$

Prostokątny otwór w ścianie bocznej.

$$= \frac{n \cdot 1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} n \cdot \frac{3}{2} = \frac{2}{3} n \sqrt{n};$$

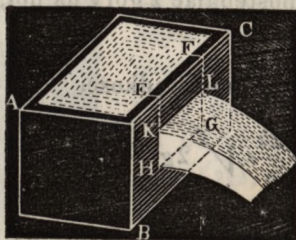
to wypada ztąd szukana masa wody

$$Q = \frac{bh\sqrt{2gh}}{n\sqrt{n}} \cdot \frac{2}{3} n\sqrt{n} = \frac{2}{3} bh\sqrt{2gh} = \frac{2}{3} b\sqrt{2gh^3}.$$

Jeżeli przez średnią prędkość  $v$  rozumieć będziemy taką, jaka by musiała być we wszystkich miejscach, ażeby tyle wody wypłynęło, jak przy różnych prędkościach wypływu w całym profilu poprzecznym, to można położyć  $Q = bh \cdot v$  i wypada podług tego  $v = \frac{2}{3}\sqrt{2gh}$  to jest, że średnia prędkość wody wypływającej przez otwór prostokątny, wycięty w ścianie bocznej, jest  $\frac{2}{3}$  prędkości na progu, czyli na spodnim kancie wycięcia.

Gdy prostokątny otwór wypływu  $KG$ , fig. 481, z poziomym

Fig. 481.



progiem nie sięga do poziomu wody, to znajdujemy masę wypływu, gdy otwór ten uważamy jako różnicę dwóch wycięć  $EFGH$  i  $EFLK$  w ścianie. Jeżeli więc  $h_1$  jest głębokością  $HE$  spodniej a  $KE = h_2$  górnej krawędzi, to mamy masy prze-

pływu dla tych wycięć:  $\frac{2}{3} b\sqrt{2gh_1^3}$ , i  $\frac{2}{3} b\sqrt{2gh_2^3}$ , ztąd masa wody dla przecięcia prostokątnego  $GHLK$ :

$$Q = \frac{2}{3} b\sqrt{2gh_1^3} - \frac{2}{3} b\sqrt{2gh_2^3} = \frac{2}{3} b\sqrt{2g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2}),$$

a średnia prędkość wypływu

$$v = \frac{Q}{b(h_1 - h_2)} = \frac{2}{3}\sqrt{2g} \cdot \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2}.$$

Jeżeli  $h$  oznacza średnią wysokość ciśnienia  $\frac{h_1 + h_2}{2}$ , czyli odległość środka otworu od poziomu wody, a  $a$  wysokość otworu  $HK = h_1 - h_2$ , to możemy położyć:

Prostokątny otwór w ścianie bocznej.

$$v = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \cdot \frac{\left(h + \frac{a}{2}\right)^{3/2} - \left(h - \frac{a}{2}\right)^{3/2}}{a}$$

czyli w przybliżeniu

$$= \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{h}\right)^2\right] \sqrt{2gh}.$$

*Przykład.* Gdy prostokątny otwór wypływu ma 3 stopy szerokości i  $1\frac{1}{4}$  stopy wysokości, a spodnia krawędź leży  $2\frac{3}{4}$  stóp pod poziomem wody, to masa wypływu  $Q = \frac{2}{3} \cdot 7,906 \cdot 3 (2,75^{3/2} - 1,5^{3/2}) = 15,812 (4,560 - 1,837) = 15,812 \cdot 2,723 = 43,06$  stóp kub. Podług wzoru przybliżonego jest średnia prędkość wypływu

$$v = \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{1,25}{2,125}\right)^2\right] \cdot 7,906 \sqrt{2,125} = (1 - 0,0036) \cdot 11,525 = 11,525 - 0,042 = 11,483 \text{ stóp, a ztąd masa wypływu } Q = 3 \cdot \frac{5}{4} \cdot 11,483 = 43,06 \text{ stóp kub.}$$

*Uwaga.* Gdy wycięcie w ścianie jest pod kątem  $\sigma$  nachylone względem poziomu, to należy wprowadzić wysokość otwarcie

$\frac{h_1 - h_2}{\text{wst. } \sigma}$  zamiast jej rzutu pionowego, i ztąd położyć

$Q = \frac{2}{3} \frac{b \sqrt{2g}}{\text{wst. } \sigma} (\sqrt{h_1^3} - \sqrt{h_2^3})$ . Gdy przecięcie poprzeczne rezerwuaru równoległe do otworu nie jest znacznie większem od przecięcia otworu, to potrzeba uważać, na prędkość wody przybywającą

$v_1 = \frac{F}{G} v$  i położyć

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[ \left(h + \frac{v_1^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{v_1^2}{2g}\right)^{3/2} \right].$$

§ 341. Prócz otworów prostokątnych zdarzają się jeszcze w praktyce trójkątne i kołowe otwory.

Trójkątny otwór w ścianie bocznej.

Fig. 482.



Obecnie mówić będziemy o wypływie przez trójkątny otwór  $EFG$ , fig. 482, z podstawą poziomą którego wierzchołek  $E$  znajduje się w zwierciadle wody. Uczyniwszy podstawę  $FG = b$  a wysokość  $EF = h$ , podzielmy ostatnią na  $n$  równych części i poprowadźmy przez punkta

Trójkątny otwór w ścianie bocznej

podziału linie równoległe do podstawy, to rozdzielimy całą powierzchnię na wąskie cząstki których powierzchnie są:

$$\frac{b}{n} \cdot \frac{h}{n}, \frac{2b}{n} \cdot \frac{h}{n}, \frac{3b}{n} \cdot \frac{h}{n} \text{ t. d. i wysokości ciśnienia}$$

$$\frac{h}{n}, \frac{2h}{n}, \frac{3h}{n} \text{ i t. d. dla których wypadają masy wypływu,}$$

$$\frac{bh}{n^2} \sqrt{2g \frac{h}{n}}, \frac{2bh}{n^2} \sqrt{2g \frac{2h}{n}}, \frac{3bh}{n^2} \sqrt{2g \frac{3h}{n}} \text{ i t. d. z dodania ich}$$

otrzymujemy masę wypływu dla całego otworu

$$Q = \frac{bh}{n^2} \sqrt{2g \frac{h}{n}} (1 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \dots + n\sqrt{n})$$

$$= \frac{bh\sqrt{2gh}}{n^2\sqrt{n}} (1 + 2^{3/2} + 3^{3/2} \dots + n^{3/2}), \text{ czyli, ponieważ}$$

$$\text{szereg w nawiasie} = \frac{3/2 + 1}{3/2 + 1} = 2/5 n^{5/2}$$

$Q = 2/5 bh\sqrt{2gh} = 2/5 b\sqrt{2gh^3}$ . Jeżeli podstawa otworu  $EGK$  leży w zwierciedle wody, a wierzchołek w głębokości  $h$ , i ponieważ przez prostokąt  $EFGK$  wypływa masa wody  $2/3 bh\sqrt{2gh}$ , to mamy:  $Q_1 = 2/3 bh\sqrt{2gh} - 2/5 bh\sqrt{2gh} = 4/15 bh\sqrt{2gh}$ .

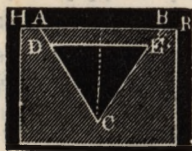
Fig. 483.



Przez trapez  $ABCD$ , fig. 483, którego wierzchnia podstawa leżąca w zwierciedle wody  $AB = b_1$ , a dolna podstawa  $CD = b_2$  i wysokość  $DE = h$ , znajdujemy masę wypływu, przez dodanie wypływów z prostokąta i dwóch trójkątów, mianowicie:

$$Q = 2/3 b_2 h \sqrt{2gh} + 4/15 (b_1 - b_2) h \sqrt{2gh} = 2/15 (2b_1 + 3b_2) h \sqrt{2gh}.$$

Fig. 484.



Następnie wypada jeszcze masa wypływu dla trójkąta  $CDE$ , fig. 484, którego podstawa  $DE = b_1$  jest o  $h_1$ , a wierzchołek  $C$  o  $h_2$  od poziomu wody odległym  $Q =$  wypływowi przez  $ABC$  mniej wypływem przez  $AE$

Trójkątny otwór  
w ścianie bocznej.

$$= \frac{1}{15} bh \sqrt{2gh} - \frac{2}{15} (2b + 3b_1) h_1 \sqrt{2gh_1}$$

$$= \frac{2}{15} \sqrt{2g} [2b (h^{3/2} - h_1^{3/2}) - 3b_1 h_1^{3/2}].$$

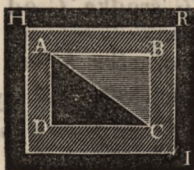
Ponieważ szerokość  $b$  można oznaczyć przez proporcję  $b : b_1 = h : (h - h_1)$ , to wypada

$$Q = \frac{2\sqrt{2g} \cdot b_1}{15} \left( \frac{2h (h^{3/2} - h_1^{3/2})}{h - h_1} - 3h_1^{3/2} \right)$$

$$= \frac{2\sqrt{2g} \cdot b_1}{15} \left( \frac{2h^{5/2} - 5hh_1^{3/2} + 3h_1^{5/2}}{h - h_1} \right).$$

Nakoniec wypada dla trójkąta  $ACD$ , fig. 485, którego wierzchołek leży nad podstawą, ilość wypływu

Fig. 485.



$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \cdot b_1 (h^{3/2} - h_1^{3/2}) -$$

$$\frac{2\sqrt{2g} \cdot b_1 (2h^{5/2} - 5hh_1^{3/2} + 3h_1^{5/2})}{15}$$

$$= \frac{2\sqrt{2g} \cdot b_1 (3h^{5/2} - 5h_1 h^{3/2} + 2h_1^{5/2})}{15}$$

Fig. 486.



*Przykład.* Jaka masa wody przepływa przez kwadrat  $ABCD$ , fig. 486, z przekątnią prostą  $AC$  mającą stopę długości, gdy wierzchołek  $A$  sięga poziomu wody. Górna połowa tego kwadratu daje masę wypływu

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2gh^3} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot 1.7,906 \sqrt{1/8} = 1,581 \cdot 0,7071 = 1,118$$

stóp kub. spodnia zaś masę:

$$Q = \frac{2b\sqrt{2g}}{15} \left( \frac{2h^{5/2} - 5hh_1^{3/2} + 3h_1^{5/2}}{h - h_1} \right)$$

$$= \frac{2 \cdot 7,906}{15} \left( \frac{2 - 5 (1/2)^{3/2} + 3 (1/2)^{5/2}}{1 - 1/2} \right)$$

$$= \frac{31,624}{15} (2 - 1,7678 + 0,5303)$$

$$= \frac{31,624 \cdot 0,7625}{15} = 1,608 \text{ stóp kub.},$$

wypływa więc przez cały otwór masa wody

$$Q = 1,118 + 1,608 = 2,726 \text{ stóp kub.}$$

Okrągły otwór  
w ścianie bo-  
cznej.

§ 342. Dla otworu okrągłego  $AB$ , fig. 487, masa przepływu oznacza się tylko przez wzór przybliżony, wyprowadzony w następujący sposób. Rozłożmy koło za pomocą kół współśrodkowych na równo szerokie pierścienie i każdy z tych pierścieni podzielmy na cząstki równe, mogące być uważanymi za równoległościany; gdy  $r$  jest promieniem takiego pierścienia,  $b$  jego szerokością, a  $n$  liczbą cząstek go składających, to mamy wielkość takiej cząstki pierścienia



$K, = \frac{2\pi r b}{n}$ . Jeżeli  $h$  jest odległością  $CG$  środka  $C$  od poziomu wody  $HR$ , a  $\varphi$  kątem  $ACK$ , o jaki cząstka  $K$  jest odległą od punktu najwyższego  $A$  pierścienia, to mamy wysokość ciśnienia dla tej cząstki  $KF = CG - CL = h - r \operatorname{dos} \varphi$ , a ztąd masę przepływu dla tej cząstki

$$= \frac{2\pi r b}{n} \sqrt{2g(h - r \operatorname{dos} \varphi)}$$
, że zaś jest także  $\sqrt{h - r \operatorname{dos} \varphi}$

$$= \sqrt{h} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{r}{h} \operatorname{dos} \varphi - \frac{1}{8} \left( \frac{r}{h} \right)^2 \operatorname{dos}^2 \varphi + \dots \right]$$

$$= \sqrt{h} \left[ 1 - \frac{1}{4} \frac{r}{h} \operatorname{dos} \varphi - \frac{1}{16} \left( \frac{r}{h} \right)^2 (1 + \operatorname{dos} 2\varphi) + \dots \right]$$

to masa wypływu jednej cząstki:

$$= \frac{2\pi r b}{n} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{r}{h} \operatorname{dos} \varphi - \frac{1}{16} \left( \frac{r}{h} \right)^2 (1 + \operatorname{dos} 2\varphi) + \dots \right].$$

Massa przepływu dla całego pierścienia wypada, gdy w nawiasie zamiast 1,  $n \cdot 1 = n$ , zamiast  $\operatorname{dos} \varphi$  sumę wszystkich dostaw  $\varphi$  począwszy od  $\varphi = 0$  aż do  $\varphi = 2\pi$ . a zamiast  $\operatorname{dos} 2\varphi$  sumę wszystkich dostaw  $2\varphi$ , od  $2\varphi = 0$  do  $2\varphi = 4\pi$  wstawimy. Ponieważ zaś summa wszystkich dostaw całego okręgu koła  $= 0$ , to dostawy znikają i masa wypływu dla całego pierścienia wypada:

$$= \frac{2\pi r b}{n} \sqrt{2gh} \left[ n - \frac{1}{16} \left( \frac{r}{h} \right)^2 \cdot n - \dots \right]$$



$$= 2\pi r b \sqrt{2gh} \left[ 1 - \frac{1}{16} \left( \frac{r}{h} \right)^2 - \dots \right]$$

Okrągły otwór  
w ścianie bo-  
cznej.

Wstawiając teraz zamiast  $b = \frac{r}{m}$ , a zamiast  $r$ ,  $\frac{r}{m}$ ,  $\frac{2r}{m}$ ,  $\frac{3r}{m}$ ,

aż do  $\frac{mr}{m}$ , otrzymujemy masę wypływu wszystkich pierścieni składających powierzchnię koła i wypada ztąd ilość wypływu dla całego koła:

$$Q = 2\pi r \sqrt{2gh} \left[ \frac{r}{m^2} (1 + 2 + 3 + \dots + m) - \frac{1}{16} \frac{r^3}{m^4 h^2} (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + m^3) \right]$$

$$= 2\pi r \sqrt{2gh} \cdot \left( \frac{r}{m^2} \cdot \frac{m^2}{2} - \frac{1}{16} \cdot \frac{r^3}{m^4 h^2} \cdot \frac{m^4}{4} \right)$$

$$= \pi r^2 \sqrt{2gh} \left[ 1 - \frac{1}{32} \left( \frac{r}{h} \right)^2 - \dots \right], \text{ czyli dokładniej}$$

$$Q = \pi r^2 \sqrt{2gh} \left[ 1 - \frac{1}{32} \left( \frac{r}{h} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left( \frac{r}{h} \right)^4 - \dots \right].$$

Jeżeli koło sięga do zwierciadła wody to jest

$Q = \frac{987}{1024} \pi r^2 \sqrt{2gh} = 0,964 F \sqrt{2gh}$ , gdy  $F$  oznacza powierzchnię całego koła.

Zresztą łatwo można zauważyć, że we wszystkich tych przypadkach, w których wysokość ciśnienia w środku, jest równą średnicy lub większą od tejże, można przyjąć wartość całego szeregu  $= 1$  i położyć  $Q = F \sqrt{2gh}$ . Prawo to daje się zastosować i do innych otworów i we wszystkich tych przypadkach, gdy środek ciężkości otworu, przynajmniej tak głęboko znajduje się pod powierzchnią wody, jak wysokim jest otwór, głębokość tego punktu  $h$  uważać można za wysokość ciśnienia i przyjąć  $Q = F \sqrt{2gh}$ .

Jeżeli zwrócimy na to uwagę że średnia wszystkich dostaw dwóch pierwszych ćwiartek koła  $= \frac{\pi}{4}$ , a średnia wszystkich dostaw dwóch drugich ćwiartek  $= -\frac{\pi}{4}$ , a tém

Okrągły otwór  
w ścianie bo-  
cznej.

samém średnia wszystkich dostaw pierwszych i drugich ćwiartek = zeru, to można sposobem wyżej wskazanym znaleźć masę wypływu dla górnego półkola

$$Q_1 = \frac{\pi r^2}{2} \sqrt{2gh} \left[ 1 - \frac{\pi}{12} \left( \frac{r}{h} \right) - \frac{1}{32} \left( \frac{r}{h} \right)^2 \right]$$

a dla dolnego półkola

$$Q_2 = \frac{\pi r^2}{2} \sqrt{2gh} \left[ 1 + \frac{\pi}{12} \left( \frac{r}{h} \right) - \frac{1}{32} \left( \frac{r}{h} \right)^2 \dots \right].$$

*Przykład.* Jaka masa wody przepływa w ciągu godziny przez otwór okrągły mający cal średnicy, nad którym poziom wody znajduje się jedną linię wysoko? Mamy

$$\frac{r}{h} = \frac{6}{7}, \text{ ztąd } \left( \frac{r}{h} \right)^2 = \frac{36}{49} = 0,735, \text{ następnie } 1 - \frac{1}{32} \left( \frac{r}{h} \right)^2 = 1 - 0,023 = 0,977, \text{ więc wypływ na sekundę}$$

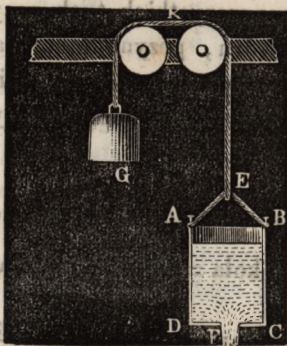
$$Q = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 127,906 \sqrt{\frac{7}{144}} \cdot 0,977 = \frac{\pi}{4} \cdot 7,906 \cdot 0,977 \sqrt{7} = 16,05$$

cali kub., na minutę = 963 cali kub., a na godzinę = 33 1/2 stóp kub

Poruszające się  
naczynia wy-  
pływu.

§ 343. Prędkość wypływu zmienia się, gdy naczynie zostające poprzednio w spoczynku lub ruchu jednostajnym, przechodzi w ruch lub zmienia pierwiastkowy stan ruchu, gdyż w tym przypadku, każda cząstka wody działa na otaczające ją nie tylko swoim ciężarem, ale i swoją bezwładnością.

Fig. 488.



Jeżeli naczynie AC, fig. 488, porusza się biegiem przyspieszonym z dołu do góry, i jednocześnie woda wypływa otworem F, zrobionym we dnie tegoż, to ma miejsce powiększenie; jeżeli zaś porusza się biegiem przyspieszonym z góry na dół, to zachodzi zmniejszenie prędkości wypływu. Jeżeli przyspieszenie jest  $p$ , to każda cząstka wody  $M$  ciśnie nie tylko swoim ciężarem  $Mg$ ,

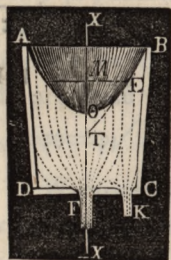
ale i bezwładnością  $Mp$ ; siła przeto każdej cząstki w pierwszym przypadku jest  $(g + p)M$ , a w drugim  $(g - p)M$ , należy więc położyć zamiast  $g$ ,  $g \pm p$ . Podług tego wypada

$$\frac{v^2}{2} = (g \pm p)h, \text{ a ztąd na prędkość wypływu } v = \sqrt{2(g \pm p)h}.$$

Jeżeli naczynie wznosi się do góry z przyspieszeniem  $g$ , to  $v = \sqrt{2.2gh} = 2\sqrt{gh}$ , więc prędkość wypływu jest 1,414 razy tak wielką jak przy naczyniu będącym w spoczynku. Jeżeli naczynie własnym ciężarem spada na dół, a zatem z przyspieszeniem  $g$ , to jest  $v = \sqrt{0} = 0$ , i woda natenczas wcale nie wypływa.

Porusza się naczynie jednostajnie do góry lub na dół, to zostaje  $v = \sqrt{2gh}$ , jeżeli wznosi się biegiem opóźnionym, to będzie  $v = \sqrt{2(g - p)h}$ , jeżeli zaś spada biegiem opóźnionym to wypada  $v = \sqrt{2(g + p)h}$ . Jeżeli naczynie wypływu porusza się poziomo, lub pod kątem nachylonym do poziomu, to zwierciadło wody układa się pochyło do poziomu, (patrz § 297) i ztąd ma miejsce zmiana prędkości wypływu.

Przy obrocie naczynia  $AC$ , fig. 489, około jego osi pionowej  $XX'$ , zwierciadło wody podług §. 297 tworzy paraboliczny lejek  $AOB$ , ztąd nad



środkiem  $F$  dna naczynia jest mniejsza wysokość ciśnienia, jak blisko przy ścianach tegoż, i dla tego przez otwór  $F$  w środku dna wypływa mniejsza ilość wody, jak przez każdy inny otwór  $K$  w témże dnie. Gdy  $h$  oznacza wysokość ciśnienia  $FO$  w środku to prędkość wypływu w środku jest  $v = \sqrt{2gh}$ , jeżeli zaś  $y$  jest odlegością  $FK = ME$  innego otwo-

ru  $K$  od osi, a  $\omega$  prędkością kątową naczynia, to mamy od-  
powiednie wzniesienie się wody nad środek:  $OM$

$$= \frac{1}{2} T M = \frac{1}{2} ME \text{ doty } T = \frac{1}{2} y \frac{\omega^2 y}{g} = \frac{\omega^2 y^2}{2g} = \frac{w^2}{2g}, \text{ gdy}$$

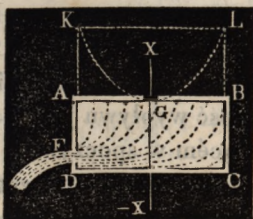
$w$  oznacza prędkość obrotu otworu  $K$ , ztąd więc prędkość wypływu dla otworu  $K$

Poruszające się naczynia wypływu.

Poruszające się  
naczynia wy-  
pływu.

$$v = \sqrt{2g\left(h + \frac{w^2}{2g}\right)} = \sqrt{2gh + w^2}.$$

fig. 490.



Wzór ten służy dla naczyń jakiegokolwiek kształtu, a nawet wtenczas gdy naczynie jest u wierzchu zamkniętém, jak  $AC$  na fig. 490, tak że lejek nie może się utworzyć. Ma on zastosowanie w kołach i turbinach jak o tém w dalszym ciągu przekonamy się.

*Przykłady.* 1) Gdy naczynie napelnione wodą  $AC$ , fig. 488 350 funt. waży i za pomocą liny przechodzącej przez blok  $K$  i ciężaru  $G$  wynoszącego 450 funt. do góry jest podnoszonym, to jego przyspieszenie  $p = \frac{450 - 350}{450 + 350} \cdot g = \frac{100}{800} g = \frac{1}{8} g$ , ztąd prędkość wypływu  $v = \sqrt{2(g+p)h} = \sqrt{2 \cdot \frac{9}{8} \cdot gh} = \sqrt{\frac{9}{4} gh}$ .

Gdyby wysokość ciśnienia wynosiła 4 stopy, to prędkość wypływu byłaby  $v = \sqrt{9g} = 3\sqrt{31,25} = 16,77$  stóp. 2) Jeżeli naczynie  $AC$  fig. 490, wypełnione wodą robi 100 obrotów na minutę i głębokość otworu pod poziomem wody w środku 2 stopy, odległość zaś otworu od osi  $XX'$  3 stopy wynosi, to prędkość wypływu

$$v = \sqrt{2gh + w^2} = \sqrt{62,5 \cdot 2 + \left(\frac{3 \cdot \pi \cdot 100}{30}\right)^2} = \sqrt{125 + 100 \cdot \pi^2} \\ = \sqrt{125 + 987} = \sqrt{1112} = 33,55 \text{ stóp.} \quad \text{Gdyby naczynie było w spoczynku, byłyby } v = \sqrt{125} = 11,18 \text{ stóp.}$$

## ROZDZIAŁ II.

### O ściśnieniu żył wodnych przy wypływie z otworów w cienkiej ścianie.

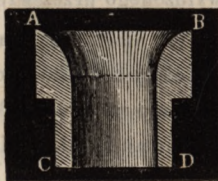
Współczynnik  
prędkości.

§ 344. Wyprowadzone w poprzedzającym rozdziale prawa wypływu zgadzają się prawie zupełnie z doświadczeniami

gdy wysokość ciśnienia w porównaniu z wielkością otworu jest bardzo małą i gdy otwór wewnątrz z wolną się rozszerza i nie tworząc kantów, ni kątów, we dnie lub ścianie bocznej naczynia jest umieszczony. Czynione przez Michellotti, Eitelweina i przez autora doświadczenia z munsztukiem z gładko wypolerowanego metalu, okazały że wypływ rzeczywisty stanowi 96 do 98 procentów wypływu teoretycznie oznaczonego. Wyobrażony na fig. 491 w połowie

Współczynnik  
prędkości.

Fig. 491.



naturalnej wielkości munsztuk, dał przy wysokości ciśnienia 10 stóp, 97,5, przy 5 stopach 96,9, a przy jednej stopie 95,8 procentów. (O doświadczeniach z otworami większemi patrz: Untersuchungen in dem Gebiete dem Mechanik und Hydraulik, część druga). Ponieważ przy tym wypływie żyła wodna ma z otworem jednakowe przecięcie poprzeczne  $F$ , to należy przyjąć, że zmniejszenie masy wody pochodzi ze straty prędkości, która wynika z tarcia lub przyłgnięcia wody do wnętrza otworu, i ze spójności wody. W dalszym ciągu nazywać będziemy stosunek istotnej prędkości wypływu do teoretycznej prędkości  $v = \sqrt{2gh}$ , współczynnikiem prędkości (Geschwindigkeitscoefficient; коэффициент скорости; coefficient de vitesse) i oznaczymy go przez  $\varphi$ . Ztąd rzeczywista prędkość wypływu jest w najprostszym przypadku:

$v_1 = \varphi v = \varphi \sqrt{2gh}$ , a masa wypływu  $Q = Fv_1 = \varphi Fv = \varphi F \sqrt{2gh}$ .

Wprowadzając za  $\varphi$  średnią wartość 0,97, otrzymamy w miarach stopowych

$$Q = 0,97 \cdot F \sqrt{2gh} = 0,97 \cdot 7,906 F \sqrt{h} = 7,669 F \sqrt{h}.$$

Massie wody  $Q$  wypływającej z prędkością  $v_1$ , towarzyszy siła żywa  $\frac{Q\gamma}{g} \cdot v_1^2$ , za pomocą której może wydać pracę mechaniczną

$$Q\gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}. \text{ Ponieważ przy spadaniu z wysokości } h = \frac{v^2}{2g} \text{ ciężar}$$

Współczynnik  
prędkości.

$Q\gamma$  wydaje pracę  $Q\gamma \cdot h = Q\gamma \frac{v^2}{2g}$ , to wypada że przez wpływ woda ponosi stratę

$$Q\gamma \left( \frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right) = Q\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} (1 - \varphi^2) = (1 - 0,97^2) Q\gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$= 0,059 Q\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ czyli } 5,9 \text{ na sto.}$$

Woda przeto wypływająca przez swoją siłę żywą wydaje 5,9 procentów mniej pracy, jak przez swój ciężar przy spadaniu z wysokości  $h$ .

*Uwaga.* Autor doświadczał prawa wypływu wyrażonego przez wzór  $v = \sqrt{2gh}$ , także przy wysokiem ciśnieniu 390 stóp (12 atmosfer). Munszluk dobrze wewnątrz zaokrąglony, mający 1 centymetr średnicy dał przy wysokościach ciśnienia  $h = 1, 10$  i  $30$  stóp współczynniki wypływu  $\varphi = 0,96, 0,97$  i  $0,98$ . Patrz Bornemanna i t. d. Zeitschrift für das gesammte Ingenieurwesen, tom I.

Współczynnik  
ściśnienia.

§ 345. Jeżeli woda przepływa przez otwór w cienkiej ścianie (Mündung in der dünnen Wand; отверстие в тонкой стенке; orifice), to przy innych równych okolicznościach, ma miejsce znaczne zmniejszenie masy wypływu, z powodu że cząstki wody w ukośnym kierunku przez otwór przechodzą i tym sposobem tworzą z wąską czyli ściśnioną żyłą wodną. Dokonane przez wielu, mianowicie w nowszych czasach przez autora, wymiary żył wodnych, okazały że żyła w odległości wyrównywającej prawie połowie wielkości otworu, ma największe ściśnienie i grubość wynoszącą 0,8 średnicy otworu. Podług tego więc jeżeli  $F_1$  jest przecięciem poprzecznym ściśnionej żyły wodnej, a  $F$  przecięciem otworu, mamy

$$F_1 = (0,8)^2 F = 0,64 F. \text{ Stosunek } \frac{F_1}{F} \text{ tych przecięć poprzecznych zowie się współczynnikiem ściśnienia (Contractioncoefficient; множитель сжатия; coefficient de contraction)}$$

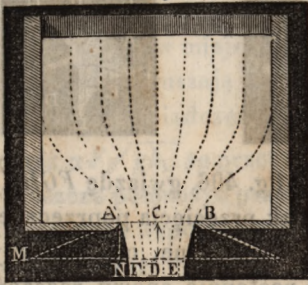
oznacza się go przez  $\alpha$ , za średnią więc wartość tegoż dla przepływu przez otwór w cienkiej ścianie należy wziąć  $\alpha = 0,64$ .

Do póki nie będziemy mieli dokładniejszego pojęcia o ściśnieniu żył wodnych, można przyjąć: że wypływająca przez

otwór okrągły żyła wodna  $AB$ , fig. 492, tworzy bryłę obrotową  $ABEF$ , której powłoka powstała z obrotu łuku koła  $AF$  o

Współczynnik  
ściśnienia.

fig. 492



koło osi  $CD$ . Uczyniwszy średnicę  $AB$  otworu  $= d$  i odległość  $CD$  zwężonego przecięcia poprzecznego  $EF, = \frac{1}{2} d$ , to otrzymamy promień  $MA = MF = r$  łuku rodzącego  $AF$  zapomocą równania  $AN^2 = FN(2MF - FN)$  czyli  $\frac{d^2}{4} = \frac{d}{10} \left( 2r - \frac{d}{10} \right)$ ,  $r = 1,3d$ .

Otwory mające ten kształt żyły ściśliwości, dają prędkość wypływu  $v_1 =$  prawie  $0,97 \cdot v$ .

Ściśnienie żyły wodnej wynika z tego, że nie tylko wypływa woda znajdująca się bezpośrednio nad otworem, lecz i woda znajdująca się z boku razem do wypływu przybywa, ma przeto miejsce już wewnątrz naczynia krzywizna promieni wodnych, podobnie jak na figurze oznaczono, i zwężenie żyły wody jest tylko przedłużeniem tej krzywizny. O tym ruchu wody w bliskości otworu, można się przekonać za pomocą szklanego przyrządu do wypływu, jeżeli drobne ciała, które mało lżejsze lub cokolwiek cięższe są od wody, jak np. trociny drzewa, dębowego, lub kawałeczki laku, pomieszczamy z wodą i dozwolimy im razem z nią wypływać.

§ 346. Gdy woda wypływa przez otwory trójkątne, czworokątne i t. d. w cienkiej blasze, to żyły wodne przyjmują szczególne kształty. Uderzającym jest przekręcenie żyły wodnej, czyli przemienione położenie przecięcia poprzecznego żyły względem przecięcia otworu, skutkiem czego wierzchołek tegoż przecięcia zajmuje położenie w środku boku otworu. Podług tego w trójkątnym otworze  $ABC$ , fig. 493, przecięcie żyły tworzy w pewnej odległości od otworu trzy-

Zwężone żyły  
wody.

Zwężone żyły  
wody.

Promieniową gwiazdę  $DEF$ , w czworokątnym otworze  $ABCD$ , fig. 494, czteropromieniową gwiazdę  $EFGH$ , podobnie przy

Fig. 493.



Fig. 494.

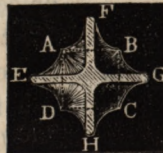


Fig. 495.



pięciokątnym otworze  $ABCDE$ , fig. 496, gwiazdę  $FGHKL$  o pięciu promieniach i t. d. Te jednak przecięcia poprzeczne są w rozmaitych odległościach od otworu różne, one w pewnych odległościach zmniejszają się, a następnie znowu rozszerzają i t. d.; powstaje więc przez to żyła złożona z listków i krawędzi rozmaitej szerokości i tworzy, co szczególnie przy znacznych wysokościach ciśnienia można zauważać, wypukłości i węzły podobne do kaktusów. Jeżeli otwór jest prostokątnym  $ABCD$ , fig. 496, to żyła tworzy w małej odległości od otwo-

Fig. 496.



ru także krzyż lub gwiazdę, lecz w większej odległości, przybiera znowu więcej kształt przewróconego prostokąta  $EF$ .

Wypływ przez otwory rozmaitego kształtu uważał Bi done; dokładne jednak wymiary żyły wodnej przez otwory kwadratowe wypływającej, przedsiębrał tylko przez Ponceleta i Lesbrosa (patrz Allgemeine Maschinenencyclopädie, artykuł „Ausfluss”). Ostatnie wymiary doprowadziły do małego współczynnika ściśnienia 0,563. Wymiary wody przy wypływie przez małe otwory, dają większe współczynniki ściśnienia i okazuje się z nich, że przy prostokątach podłużnych są większe niż w prostokątach zbliżających się więcej do kwadratu.



§ 347. Gdyby przy wypływie wody przez otwory w cienkiej ścianie istotna prędkość wypływu była w zupełności równą teoretycznej  $v = \sqrt{2gh}$ , to mielibyśmy na rzeczywisty wypływ  $Q = \alpha F \cdot v = \alpha F \sqrt{2gh}$ , gdy  $\alpha F$  oznacza przecięcie poprzeczne żyły w miejscu największego jęj ściśnienia, gdzie cząstki wody poruszają się w kierunku równoległym; lecz tak nie jest, i z doświadczeń okazuje się, że  $Q$  jeszcze jest mniejszym niż  $\alpha F \sqrt{2gh}$ , że przeto teoretyczny wypływ  $F \sqrt{2gh}$  należy jeszcze pomnożyć przez pewien współczynnik, który jest mniejszym niż współczynnik ściśliwości, ażeby otrzymać rzeczywistą masę wypływu. Musiemy więc przyjąć, że przy wypływie przez otwór w cienkiej ścianie, jeszcze ma miejsce pewna strata w prędkości i dla tego wprowadzić współczynnik prędkości  $\varphi$ , i rzeczywistą prędkość wypływu położyć  $v_1 = \varphi v = \varphi \sqrt{2gh}$ . Ztąd więc mamy istotną masę wypływu

$$Q_1 = F_1 \cdot v_1 = \alpha F \cdot \varphi v = \alpha \varphi F v = \alpha \varphi F \sqrt{2gh}.$$

Nazwawszy nakoniec stosunek istotnego wypływu do teoretycznego, czyli przypuszczalnego wypływu współczynnikiem wypływu (Ausflusscoefficient; множитель расхода; coefficient de dépense), i oznaczywszy go przez  $\mu$ , otrzymamy  $Q_1 = \mu Q = \mu F v = \mu F \sqrt{2gh}$ , a więc  $\mu = \alpha \varphi$ , to jest współczynnik wypływu równy iloczynowi ze współczynników prędkości i ściśnienia.

Liczne postrzeżenia, mianowicie zaś wymiary dokonane przez autora doprowadziły do tego, że współczynnik dla otworów w cienkich ścianach nie jest stałym, że on przy małych otworach i mniejszych prędkościach wypływu jest większym niż przy znacznych otworach i prędkościach, i że także przy długich i wązkich otworach wypada znacznie większy niż przy otworach mających kształt foremny, lub zbliżający się do koła.

Dla otworów kwadratowych, mających powierzchnię od 1 do 9 cali kwadratowych, przy 7 do 21 stóp wysokości ciśnienia, podług doświadczeń Bossuta i Michelotti jest średni

Współczynnik  
wypływu.

współczynnik wypływu  $\mu = 0,610$ , dla otworów kołowych, mających  $\frac{1}{2}$  do 6 cali kwad. przy wysokości ciśnienia 4 do 21 stóp, jest tenże współczynnik  $\mu = 0,615$  czyli prawie  $\frac{8}{13}$ . Szczegółowe ważności z doświadczeń Bossuta i Michelotti różnią się dość znacznie między sobą, nie można jednak upatrzeć w nich zależności od wielkości otworu i wielkości wysokości ciśnienia. Podług doświadczeń autora jest przy ciśnieniu = 0,6 metra, współczynnik dla otworu mającego

1 centymetr średnicy:  $\mu = 0,628$

2       "       "       "       = 0,621

3       "       "       "       = 0,614

4       "       "       "       = 0,607

Przeciwnie zaś przy ciśnieniu 0,25 metra dla otworu okrągłego mającego: 1 centymetr średnicy:  $\mu = 0,637$

2       "       "       "       = 0,629

3       "       "       "       = 0,622

4       "       "       "       = 0,614

Z wypadków tych widzimy, że współczynnik wypływu wzrasta, gdy się zmniejsza wielkość otworu, lub wysokość ciśnienia.

Przyjmując dla  $\mu$  średnią wartość 0,615, a dla  $\alpha = 0,64$ , otrzymujemy współczynnik prędkości dla wypływu przez otwór w cienkiej ścianie:  $\varphi = \frac{\mu}{\alpha} = 0,96$ , więc prawie tyle jak dla wypływu przez otwór zaokrąglony lub konoidyczny.

*Uwaga 1.* Doświadczenia Buffa (patrz Pogendorffa roezniki, 46. tom) okazują, że współczynniki wypływu przy małych otworach i małych wysokościach ciśnienia lub prędkościach, są znacznie większe, niż przy większych i średnich otworach i prędkościach. Otwór mający 2,084 linii średnicy, przy ciśnieniu  $1\frac{1}{2}$  cala, dał  $\mu = 0,692$ , przy 35 zaś calach ciśnienia  $\mu = 0,644$ ; otwór zaś mający 4,848 linii średnicy, przy ciśnieniu  $4\frac{1}{2}$  cali,  $\mu = 0,682$ , a przy ciśnieniu 29 cali  $\mu = 0,653$ .

*Uwaga 2.* Przy wypływie pod wodą wypadają podług doświadczeń autora, współczynniki wypływu o  $\frac{1}{3}$  na sto mniejsze, niż przy wypływie w powietrzu.

§ 348. Można znaleźć współczynnik wypływu  $\mu$ , odpowiadający pewnemu otworowi, mając daną masę wody  $V$ , która w pewnym czasie  $t$ , przy wiadomej wysokości ciśnienia  $h$  przez dany otwór  $F$  wypływa; jest bowiem

$$V = \mu F \sqrt{2gh} \cdot t, \text{ a ztąd } \mu = \frac{V}{Ft \cdot \sqrt{2gh}}$$

Ażeby zaś obadwa czynniki tegoż wynaleść, mianowicie współczynnik ściśnienia i prędkości, potrzeba jeszcze albo wymierzyć przecięcie poprzeczne żyły  $F_1 = \alpha F$ , albo oznaczyć za pomocą odległości do jakiej żyła sięga, prędkość wypływu  $v_1 = \varphi v = \varphi \sqrt{2gh}$ , obadwa te wymiary można tylko z niejaką dokładnością oznaczyć dla cienkich żył, mających przecięcie poprzeczne kołowe.

Przecięcie poprzeczne kołowe  $F_1$  żyły oznacza się bardzo dokładnie za pomocą wyobrazonego na fig. 497 przyrządu, składającego się z pierścienia i 4 szrubek  $A, B, C, D$  na końcach zaokrąglonych. Szrubki te skierowane są ku środkowi przecięcia poprzecznego żyły i dotąd się ustawiają, dopóki końce tychże nie dotrą do powierzchni żyły. Następnie pierścień zdejmuje się z żyły i wymierzają się odległości końców szrubek przeciwnych, i średnia z tychże odległości przyjmuje się za średnicę promienia wody, ponieważ przytem wiadomą jest średnica  $d$  otworu, to mamy  $\alpha = \frac{F_1}{F} = \left(\frac{d_1}{d}\right)^2$ , a nastę-

pnie  $\varphi = \frac{\mu}{\alpha}$ .

Wymierzając odległość  $BC = b$ , do jakiej sięga żyła wodna  $AB$ , wypływająca poziomo z munsztuku  $AS$ , fig. 498, która odpowiada pewnej wysokości  $AC = a$ , to mamy podług § 38,

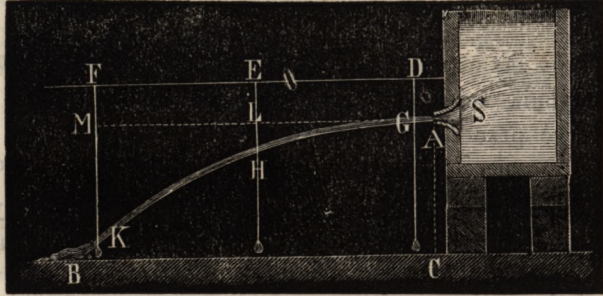
prędkość wypływu  $v_1 = \sqrt{\frac{gb^2}{2a}}$ , ponieważ zaś  $v_1 = \varphi v =$

Doświadczenie.

$\varphi \sqrt{2gh}$ , to otrzymujemy:  $\varphi = \frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{b^2}{4ah}} = \frac{b}{2\sqrt{ah}}$  a ztąd

$$\alpha = \frac{\pi}{\varphi}.$$

Fig. 498.



Oznaczenie  $v$  jest jeszcze pewniejszém, gdy zamiast  $a$  i  $b$ , wymierzimy poziome i pionowe współrzędne trzech punktów osi parabolicznej  $AB$  żyły, gdyż natenczas może nawet os munsztuku mieć nieznaczące pochylenie względem poziomu. Najprościej uskutecznić to można, wyciągając poziomo sznur  $DF$  nad żyłą wodną, i w trzech punktach tegoż  $D, E$ , i  $F$  równo od siebie oddalonych, odmierzając za pomocą pionu odległości  $DG, EH$  i  $FK$  osi żyły od  $DF$ . Jeżeli  $DF = x$  jest odległością ostatniego punktu, odległości zaś pionowe,  $DG; EH$  i  $FK = z, z_1$  i  $z_2$  i przyjmując punkt  $G$  za początek współrzędnych, to mamy współrzędne dla punktu  $H$ :

$$x_1 = GL = DE = \frac{1}{2}DF = \frac{x}{2} \text{ a } y_1 = LH = EH - DG = z_1 - z,$$

a dla punktu  $K$ :

$$x_2 = GM = DF = x \text{ i } y_2 = MK - DG = z_2 - z.$$

Podług § 38. jest, gdy  $\alpha$  oznacza kąt nachylenia osi żyły w punkcie  $G$ :

$$y_1 = x_1 \operatorname{tg} \alpha + \frac{g x_1^2}{2v_1^2 \operatorname{dos.} \alpha^2} \text{ i}$$

$$y_2 = x_2 \operatorname{tg} \alpha + \frac{g x_2^2}{2v_1^2 \operatorname{dos.} \alpha^2}, \text{ czyli}$$

$$y_1 - x_1 \operatorname{sty} \alpha = \frac{g x_1^2}{2v_1^2 \operatorname{dos.} \alpha^2} \text{ i}$$

$$y_2 - x_2 \operatorname{sty} \alpha = \frac{g x_2^2}{2v_2^2 \operatorname{dos.} \alpha^2};$$

z dzielenia wypada, ponieważ  $x_2 = 2x_1$

$$\frac{y_1 - x_1 \operatorname{sty} \alpha}{y_2 - x_2 \operatorname{sty} \alpha} = \frac{1}{4}; \text{ ztąd zaś } \operatorname{sty} \alpha = \frac{4y_1 - y_2}{x}.$$

Wstawiwszy w jeden z poprzednich wzorów zamiast

$\frac{1}{\operatorname{dos.} \alpha^2} = 1 + \operatorname{sty} \alpha^2$  i zamiast  $\operatorname{sty} \alpha$  ostatnie wyrażenie, otrzymamy na szukaną prędkość wypływu wzór:

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{g x^2}{2(y_2 - x \operatorname{sty} \alpha) \operatorname{dos.} \alpha^2}} = \sqrt{\frac{(1 + \operatorname{sty} \alpha^2) g x^2}{2(2y_1 - 4y_1)}} \\ &= \sqrt{\frac{g [x^2 + (4y_1 - y_2)^2]}{4(y_2 - 2y_1)}}. \end{aligned}$$

Współczynnik prędkości jest więc podług tego

$$\varphi = \frac{v_1}{v} = \frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{x^2 + (4y_1 - y_2)^2}{8h(y_2 - 2y_1)}}.$$

*Przykład 1.* Uważając żyłę wodną wypływającą bez ściśnienia z munsztuku dobrze zaokrąglonego, mającego średnicy jeden centymetr, otrzymano przez mierzenie następujące wypadki  $x = 2,480$  metrów,

$$y_1 = z_1 - z = 0,267 - 0,1135 = 0,1535 \text{ metr.}$$

$$y_2 = z_2 - z = 0,669 - 0,1135 = 0,5555 \text{ metr.}$$

i wysokość ciśnienia  $h = 3,359$  metr.

Ztąd wypada współczynnik prędkości

$$\varphi = \sqrt{\frac{2,48^2 + 0,059^2}{8 \cdot 3,359 \cdot 0,2485}} = \sqrt{\frac{6,185}{26,872 \cdot 0,2485}} = 0,963.$$

Ponieważ żadne ściśnienie nie ma miejsca, to  $\alpha = 1$ , a ztąd  $\mu = \varphi$ . Z tém zgadzają się w zupełności podane w uwadze do § 344 wypadki z mierzenia.

*Przykład 2.* Wymiary żyły zupełnie ściśnionej wypływającej z otworu okrągłego w równej cienkiej ścianie, mającego 1 centymetr średnicy, przy wysokości ciśnienia  $h = 3,396$  metrów, dały następujące wypadki:

$$x = 2,70 \text{ metrów}$$

$$y_1 = z_1 - z = 0,2465 - 0,1115 = 0,1350 \text{ metr. i}$$

$$y_2 = z_2 - z = 0,6620 - 0,1115 = 0,5505 \text{ metr.}$$

z tą wypada:

$$\varphi = \sqrt{\frac{2,70^2 + 0,01^2}{8 \cdot 3,396 \cdot 0,2805}} = \sqrt{\frac{7,2901}{27,168 \cdot 0,2805}} = 0,978.$$

Z wymierzonej zaś masy wypływu wypada  $\mu = 0,617$ , z tą współczynnik ciśnienia  $\alpha = \frac{\mu}{\varphi} = 0,631$ , z czem także zgadzają się

dobrze wymiary przecięcia poprzecznego żyły.

Prostokątne  
otwory z boku.

§ 349. Najdokładniejsze doświadczenia z wypływem przez większe prostokątne otwory robione były w Metz przez Ponceleta i Lesbrosa. Szerokości tych otworów wynosiły 2 decymetry, wysokości zaś tychże były bardzo różne, mianowicie od jednego centymetra do dwóch decymetrów. Ażeby spowodować ścisnienie do utworzenia tych otworów, używane były blachy mosiężne 4 milimetry grube. Z wypadków tych doświadczeń zapomocą Interpolacyi obrachowali ci uczeni podane w końcu paragrafu tablice współczynników wypływu, które można użyć do wymierzenia lub obrachowania masy wypływu.

Jeżeli  $b$  jest szerokością otworu, a  $h_1$  i  $h_2$  wysokościami wody nad dolną i górną poziomą krawędzią tegoż, to podług § 340. mamy masę wypływu

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left( h_1^{3/2} - h_2^{3/2} \right). \text{ Wprowadzając zaś wysokość otworu } a \text{ i średnią wysokość ciśnienia } h = \frac{h_1 + h_2}{2}, \text{ mamy}$$

$$\text{w przybliżeniu: } Q = \left( 1 - \frac{a^2}{96h^2} \right) ab \sqrt{2gh}, \text{ a z tą rzeczywi-}$$

$$\text{stą masę wypływu } Q_1 = \mu Q = \left( 1 - \frac{a^2}{96h^2} \right) \mu ab \sqrt{2gh}. \text{ Czy-}$$

$$\text{niąc jeszcze } \left( 1 - \frac{a^2}{96h^2} \right) \mu = \mu_1, \text{ otrzymujemy } Q_1 = \mu_1 ab \sqrt{2gh}$$

ażeby zaś można było dogodnie używać tego prostego czyli zwykłego wzoru, w następujących tablicach obok ważności na  $\mu$ , podane są także ważności dla  $\mu_1$ .

Prostokątne  
otwory z boków.

Ponieważ woda w bliskości otworu jest w ruchu, to stoi ona zawsze bezpośrednio przed otworem niżej, jak w większej odległości od ściany, w której się otwór znajduje; dla tego też ułożone zostały dwie tablice, jedna dla wysokości ciśnienia wymierzonych w większej odległości od otworów, a druga dla takichże wysokości branych bezpośrednio przy samej ścianie, w której się otwór znajduje. Zresztą z obu tablic można zauważać, że z niektórymi odstępami współczynnik wpływu wzrastają, im niższy jest otwór, i im mniejszą jest wysokość ciśnienia.

Jeżeli otwory mają różne szerokości, to dopóki nie będzie można wziąć za zasadę innych doświadczeń nie pozostaje nic innego, jak użycie do obrachowania współczynników tych samych tablic. Jeżeli następnie otwory nie są prostokątnymi, to należy oznaczyć średnią szerokość i średnią wysokość tychże, i wprowadzić w rachunek współczynniki tym wymiarom odpowiednie. Nakoniec lepiej jest zawsze brać wysokość ciśnienia w większej odległości od otworu i używać pierwszej tablicy, jak bezpośrednio przy otworze, gdzie powierzchnia wody jako więcej nad otworem położona, jest zawsze zakrzywioną i mniej spokojną.

*Przykłady.* 1) Jaka masa wody wypływa przez otwór prostokątny, mający szerokości 2 decymetry i jeden decymetr wysokości, gdy poziom wody wyniesionym jest  $1\frac{1}{2}$  metra, nad górną krawędź otworu? Jest tu

$$b = 0,2, a = 0,1, h = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{1,6 + 1,5}{2} = 1,55,$$

zład teoretyczna masa wypływu

$Q = 0,1 \cdot 0,2 \sqrt{2g} \cdot \sqrt{1,55} = 0,02 \cdot 4,429 \cdot 1,245 = 0,1103$  metr. kubicz. Tablica zaś pierwsza podaje dla  $a = 0,1$  i  $h_2 = 1,5$ ,  $\mu_1 = 0,611$  zład istotny wypływ  $Q_1 = 0,611 \cdot 0,1103 = 0,0674$  metr. kubicz.

2) Jaki wypływ odpowiada otworowi mającemu 8 cali szerokości Weisbach. Tom I.

Prostokątne  
otwory z boków.

ści, i dwa cale wysokości, przy wysokości ciśnienia nad górną krawędzią otworu równą 15 cali? Teoretyczna masa wypływu:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot 7,906 \sqrt{\frac{4}{3}} = 0,8784 \cdot 1,1547 = 1,014 \text{ stóp kub.}$$

Ponieważ zaś 2 cale równają się prawie 0,05 metr., a 15 cali czynią 0,4 metr., to podług tablicy dla  $a = 0,05$  i  $h_2 = 0,4$  odpowiedni współczynnik  $\mu_1 = 0,628$ , ztąd szukana masa wypływu

$$Q_1 = 0,628 \cdot 1,014 = 0,637 \text{ stóp kubicz.}$$

3) Gdy szerokość 0,25 a wysokość wody  $h_2 = 0,045$  metrów wynosi, to jest

$$Q = 0,25 \cdot 0,15 \cdot 4,429 \sqrt{0,12} = 0,166 \cdot 0,3464 = 0,0575 \text{ met. k.}$$

Wysokości 0,15, dłu  $h_2 = 0,04$  odpowiada średnia wartość

$$\mu_1 = \frac{0,582 + 0,603}{2} = 0,5925, \text{ a dla } h_2 = 0,05, \mu_1 = \frac{0,585 + 0,605}{2}$$

$= 0,595$ ; ponieważ zaś szukamy współczynnika dla  $h_2 = 0,045$ , to należy wziąć za taką średnią z tych dwóch wypadków to jest

$$\frac{0,5925 + 0,595}{2} = 0,594, \text{ i otrzymamy szukany wypływ}$$

$$Q_1 = 0,594 \cdot 0,0575 = 0,03415 \text{ metr. kub.}$$



## TABLICA I.

Prostokątne  
otwory z boków.

Współczynniki wypływu dla wody wypływającej przez otwory prostokątne w cienkiej ścianie pionowej, podług Ponceta i Lesbrosa. Wysokości ciśnienia mierzone są nad otworem w miejscu gdzie wodę można uważać za zostającą w spoczynku.

Wysokość ciśnienia czyli odległość poziomu wody od górnej krawędzi otworu w metrach.	Wysokość otworu w metrach.					
	0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
0,000	"	"	"	"	"	"
0,005	"	"	"	"	"	0,705
0,010	"	"	0,607	0,630	0,660	0,701
0,015	"	0,593	0,612	0,632	0,660	0,697
0,020	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,030	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,040	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,050	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,060	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,080	0,589	0,610	0,629	0,638	0,656	0,670
0,090	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,100	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,120	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,140	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,160	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658
0,180	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,200	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655
0,250	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0,650
0,400	0,602	0,617	0,628	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,611
2,000	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

Prostokątne  
otwory z boków.

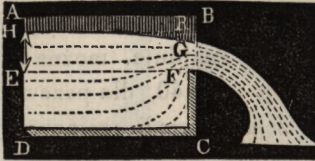
TABLICA II.

Współczynników wypływu dla wody wypływającej przez otwory prostokątne w cienkiej ścianie pionowej, podług Ponceleta i Lesbrosa. Wysokości ciśnienia mierzone bezpośrednio przy samym otworze.

Wysokość ciśnienia czyli odległość poziomu wody od górnej krawędzi otworu w metrach.	Wysokość otworu w metrach.					
	0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
0,000	0,619	0,667	0,713	0,766	0,783	0,795
0,005	0,597	0,630	0,668	0,725	0,750	0,778
0,010	0,595	0,618	0,642	0,687	0,720	0,762
0,015	0,594	0,615	0,639	0,674	0,707	0,745
0,020	0,594	0,614	0,638	0,668	0,697	0,729
0,030	0,593	0,613	0,637	0,659	0,685	0,708
0,040	0,593	0,612	0,636	0,654	0,678	0,695
0,050	0,593	0,612	0,636	0,651	0,672	0,686
0,060	0,594	0,613	0,635	0,647	0,668	0,681
0,070	0,594	0,613	0,635	0,645	0,665	0,677
0,080	0,594	0,613	0,635	0,643	0,662	0,675
0,090	0,595	0,614	0,634	0,641	0,659	0,672
0,100	0,595	0,614	0,634	0,640	0,657	0,669
0,120	0,596	0,614	0,633	0,637	0,655	0,665
0,140	0,597	0,614	0,632	0,636	0,653	0,661
0,160	0,597	0,615	0,631	0,635	0,651	0,659
0,180	0,598	0,615	0,631	0,634	0,650	0,657
0,200	0,599	0,615	0,630	0,633	0,649	0,656
0,250	0,600	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,601	0,616	0,629	0,632	0,644	0,651
0,400	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,645
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,643
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,613	0,611
2,000	0,601	0,607	0,614	0,612	0,612	0,611
3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

§ 350. Jeżeli woda przepływa przez przewały (Ueberfälle; окошки; déversoirs) czyli wycięcia w cienkiej ścianie

Fig. 498.



nie jak np. *FB* fig. 498, to żyła doznaje ściśnienia z trzech stron, z czego również powstaje zmniejszenie masy przepływu. Należy więc uczynić dla tych otworów masę przepływu:

$Q_1 = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}$ . Tu zaś wysokość ciśnienia  $EH = h$ , czyli wzniesieniu wody nad próg przewału  $F$ , mierzonemu nie bezpośrednio na progu, lecz w odległości najmniej dwóch stóp od ściany w której otwór się znajduje, ponieważ poziom wody przed otworem zniża się, które to zniżenie ku otworowi jest coraz większe, a na płaszczyźnie otworu wysokość  $GR$  wynosi 0,1 do 0,25 wysokości ciśnienia  $FR$ , tak że grubość żyły wodnej na tej płaszczyźnie jest tylko 0,9 do 0,75 wysokości ciśnienia. Z przepływem wody przez przewały, robione były przez wielu doświadczenia. Wypadki tych doświadczeń przedstawiają wielką różnorodność, lecz nie zgadzają się wszędzie należycie z sobą. Wypadki takich doświadczeń Ponceleta i Lesbrosa na przewalach mających 2 decymetry szerokości zawiera następująca tablica.

Tablica współczynników przepływu dla przewalów mających 2 decymetry szerokości, podana przez Ponceleta i Lesbrosa.

Wysokość ciśnienia $h$ w metrach	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,15	0,20	0,22
Współczynnik przepływu $\mu_1 = \frac{2}{3} \mu$ .	0,424	0,417	0,412	0,407	0,401	0,397	0,395	0,393	0,390	0,385

W przybliżonych obrachowaniach można podług tego położyć  $\mu_1 = 0,4$ . Doświadczenia na przewalach mających

Przewały.

większą szerokość dały średnio Eytelweinowi  $\mu_1 = \frac{2}{3} \mu = 0,42$  a Bidonowi  $\mu_1 = \frac{2}{3} \cdot 0,62 = 0,41$  i t. d. Najrozleglejsze doświadczenia robili D'Aubuisson i Castel. Z nich wyprowadza D'Aubuisson, że dla przewałów których szerokość nie jest większa jak  $\frac{2}{3}$  szerokości kanału czyli ściany, w której przewał się znajduje, można przyjmując  $\mu$  średnio  $= 0,60$ , a zatem  $\frac{2}{3} \mu = 0,40$ , dla przewałów zaś zrobionych w długości całej ściany, czyli mających jednakową szerokość z kanałem, należy wziąć  $\mu = 0,665$ , a więc  $\mu_1 = 0,444$  i że nakoniec przy innych stosunkach szerokości kanału i przewału, współczynniki przepływu są bardzo różne, zawierają się jednak między 0,58 i 0,66. Doświadczenia czynione przez autora z przepływem wody przez przewały, sprowadzają niżej (w § 356) zmienność tych współczynników przepływu do pewnych praw.

*Przykłady.* 1) Przewał mający 0,25 met. szerokości 0,15 met. wysokości wody, czyli wysokości ciśnienia, daje na sekundę masę wody  $Q = 0,393 \cdot bh \sqrt{2gh} = 0,393 \cdot 4,429 \cdot 0,25 \cdot (0,15)^{3/2} = 0,435 \cdot 0,0581 = 0,02527$  met. kub.

2) Jaką szerokość należy dać przewałowi, który przy wysokości ciśnienia 8 cali, ma przepuścić na sekundę masę wody 6 stóp kub? Jest tu

$$b = \frac{Q_1}{\mu_1 \sqrt{2gh^3}} = \frac{6}{0,4 \cdot 7,906 \sqrt{(2/3)^3}} = \frac{6}{3,1624 \cdot 0,5443} = 3,486 \text{ stóp.}$$

Przyjmując podług Eytelweina  $\mu_1 = 0,42$

$$\text{wypada } b = \frac{6}{3,32 \cdot 0,5443} = 320 \text{ stóp.}$$

Największe  
i najmniejsze  
ściśnienie.

§ 351. Przy przepływie wody przez otwory w płaskiej ścianie, oś żyły jest prostopadłą do powierzchni ściany, i ztąd wielkość ściśnienia jest średnią, jeżeli zaś oś żyły tworzy kąt ostry z częścią ściany mieszczącą w sobie otwór, to ściśnienie wypada mniejsze, a gdy kąt ten jest rozwartym, to ma miejsce jeszcze większe ściśnienie. Pierwszy przypadek

przedstawia fig. 499, a drugi fig. 500. Różność ta ściśnienia

Fig. 499.

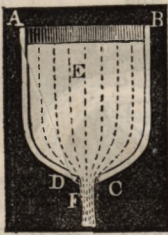
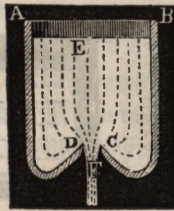


Fig. 500.



zależy od tego że w pierwszym razie z boku przy-  
plywające cząstki wody  
mniej, a w drugim więcej  
zbaczają z pierwotnego  
swojego kierunku, gdy  
przechodzą przez otwór  
i w jedną żyłę się łączą.

Największe  
i najmniejsze  
ściśnienie.

Ściśnienie jest naj-  
mniejszym, to jest zero, gdy przez wolne zwężenie ściany  
otaczającej otwór, przyływ z boku jest całkiem wstrzyma-  
nym, a najmniejszym gdy ta ściana ma przeciwny kierunek  
względem żyły, tak że pewne cząstki wody muszą zrobić kąt  
180° ażeby dostać się do otworu. Oba przypadki wyobrażone  
są na figurach 501 i 502. W pierwszym przypadku współ-  
czynnik przepływu jest prawie 1, mianowicie 0,96 do 0,98  
w drugim zaś wypadł przy wymiarach dokonanych przez  
Bordę, Bidona i autora, średnio 0,53.

Fig. 501.

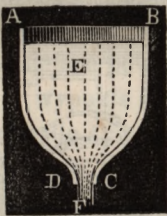
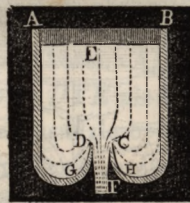


Fig. 502.



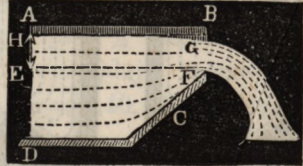
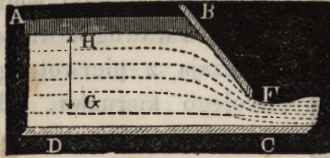
W zastosowaniu często zdarzają się zmiany współczynni-  
ków przepływu przez pochylenie ścian, mianowicie zachodzi  
ten przypadek przy stawidłach, gdy te są pochylone względem  
poziomu, jak np. na fig. 503. Poncelet dla takich otworów  
stawidłowych oznaczył współczynnik  $\mu = 0,80$ , gdy stawidło by-  
ło pochylone 45°, zaś  $\mu = 0,74$ , gdy to nachylenie wynosiło  
63 1/2° to jest przy spadku 1/2. Dla tego rodzaju przewalów

Największe  
i najmniejsze  
ściśnienie.

fig. 504, gdzie równie jak w Poncela stawidłach, tylko z jednej strony ma miejsce ściśnienie, znalazł autor  $\mu = 0,70$ ,

Fig. 503.

Fig. 504.



więc  $\mu_1 = \frac{2}{3} \mu = 0,467$  przy nachyleniu  $45^\circ$ ; i  $\mu = 0,67$ ,  
azatem  $\mu_1 = 0,447$  przy nachyleniu  $63\frac{1}{2}$  stopni.

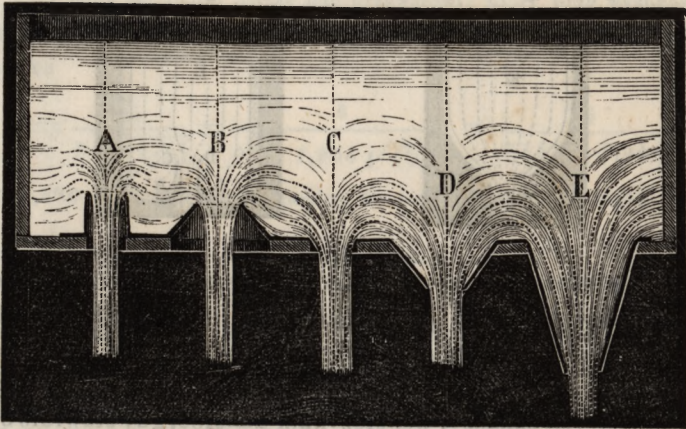
*Przykład.* Jeżeli stawidło nachylone pod  $50^\circ$ , zamykające pogródkę  
 $2\frac{1}{4}$  stopy szeroką, podniesionem zostanie  $\frac{1}{2}$  stopy, i woda po pod-  
niesieniu stawidła stoi nad podłogą pogródki 4 stopy wysoko, to wy-  
sokość otworu  $a = \frac{1}{2}$  wst.  $50^\circ = 0,3830$  stóp,  
wysokość ciśnienia  $h = 4 - \frac{1}{2} \cdot 0,3830 = 3,8085$  stóp, a współ-  
czynnik przepływu  $\mu = 0,78$ , ztąd więc wypada masa wypływu

$$Q_1 = 0,78 \cdot 2,25 \cdot 0,3830 \cdot 7,906 \sqrt{3,8085} = 10,36 \text{ stóp kub.}$$

Miara  
ściśnienia.

§ 352. Ściśnienie jest tém większe, im więcej kierunek

Fig. 505.



z boku przyplływających cząstek wody zbacza od kierunku  
ruchu żyły wodnej. Przy wypływie z otworu C, fig. 505, w płą-

skiej cienkiej ścianie, kąt  $\delta$  jaki czyni kierunek ruchu z boku przyplływających cząstek wody z kierunkiem ruchu żyły, wynosi kąt prosty; przy otworze  $A$  który powstaje z cienkiej ściany rury, czyni tenże kąt  $\delta$  dwa kąty proste; przy wypływie przez munsztuk ostrokągowy wklęsły  $B$ , jest  $\delta$  pomiędzy jednym i dwoma kątami prostymi, a przy wypływie przez rurkę dodatkową ostrokągową wypukłą  $D$  i  $E$ ,  $\delta$  mieści się pomiędzy  $0^\circ$  i  $90^\circ$ .

Miara  
ściśnienia.

Dla poznania prawa podług jakiego ściśnienie zmniejsza się razem z kątem  $\delta$ , autor robił doświadczenia na wielkiej liczbie munsztuków mających 2 centymetry otworu przy rozmaitych wysokościach ciśnienia (od 1 do 10 stóp) i wypadki tychże podał w następującej tablicy.

$\delta$	$180^\circ$	$157\frac{1}{2}^\circ$	$135^\circ$	$112\frac{1}{2}^\circ$	$90^\circ$	$67\frac{1}{2}^\circ$	$45^\circ$	$22\frac{1}{2}^\circ$	$11\frac{1}{4}^\circ$	$5\frac{3}{4}^\circ$	$0^\circ$
$\mu$	0,541	0,546	0,577	0,606	0,632	0,684	0,753	0,902	0,924	0,949	0,966

Tablica ta daje tylko współczynniki wypływu ( $\mu$ ) odnoszące się do rozmaitych kątów zboczenia  $\delta$ ; współczynniki ściśnienia są jeszcze o kilka procent większe, gdyż przy każdym wypływie ma miejsce pewna strata w prędkości. Ażeby woda przy wejściu w wypukłe rurki dodatkowe  $D$  i  $E$  niedoznawała żadnej straty w sile żywój, rurki te przy osadzie były zaokrąglone. Tarcie jakie woda ma do zwyciężenia przy ścianach tych munsztuków, oznaczonóm zostanie niżej (§ 368).

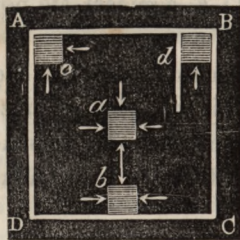
§ 353. Dotąd uważaliśmy tylko ten przypadek, gdy woda ze wszystkich stron do otworu przyplwya, i tworzy żyłę naokoło ściśnioną, teraz zaś rozbierzmy przypadek gdy woda z jednego lub kilku boków do otworu przybywa, a tém samém tworzy żyłę tylko częściowo ściśnioną. Dla rozróżnienia tych rodzajów ściśnienia pomiędzy sobą, nazwijmy przypadek, gdy żyła ze wszystkich stron jest ściśnioną zupełnem, a przypadek gdy taż żyła tylko w pewnej części swego obwodu

Cząstkowe  
ściśnienie.

Cząstkowe  
ściśnienie.

jest ściśnioną niezupełnym czyli cząstkowym ściśnieniem (unvollständige partielle Contraction; несовременное сжатие contraction incomplète). Cząstkowe ściśnienie ma miejsce gdy otwór w płaskiej cienkiej ścianie jest ograniczony z jednej lub kilku stron innymi ścianami idącymi

Fig. 506.

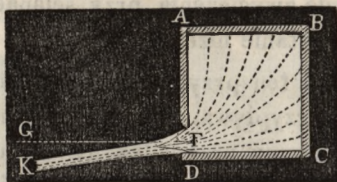


w kierunku żyły. Na fig. 506 przedstawione są 4 otwory równie wielkie  $a, b, c, d$ , w dnie naczynia. Ściśnienie przy wypływie z otworu  $a$  umieszczonego w środku dna jest zupełne, gdyż do niego woda może przybywać ze wszystkich stron; ściśnienie przy wypływie z otworów  $b, c$  i  $d$  jest cząstkowe, gdyż do tych woda przybywać tylko może z trzech, dwóch, lub jednej strony. Podobnie gdy otwór prostokątny z boku sięga aż do dna naczynia, ściśnienie jest tylko cząstkowe, gdyż ściśnienie od strony dna nie ma miejsca; gdy następnie otwór stawidłowy sięga dna i ścian bocznych pogródek, to ściśnienie ma tylko miejsce z jednej strony.

Ściśnienie cząstkowe daje się poznać dwojakim sposobem, najprzód nadaje ono żyłce wody ukośny kierunek, i powtórę sprawia większy wypływ.

Jeżeli np. otwór boczny  $F$ , fig. 507, sięga aż do drugiej ścia-

Fig. 507.



ny bocznej  $CD$ , tak że przez to nie może powstać ściśnienie, to oś  $FK$  żyły czyni kąt  $KFG$  prawie 9 stopni z normalną  $FG$  do płaszczyzny otworu. Jeszcze większą okazuje się ukośność żyły, gdy dwie przyległe ściany otworu są zamknięte. Jeżeli otwór z dwóch przeciwległych sobie boków jest zamknięty ścianami, a tém samym usunięte ściśnienie przy tychże, to nie ma miejsca tak wielkie zboczenie, lecz żyła z boku wolnego



w pewnej odległości od otworu przybiera jeszcze większe rozszerzenie, jak wtenczas gdy nie ma tego ograniczenia.

Chociaż przez cząstkowe ściśnienie osiąga się większy wpływ, to należy go jednak w ogólności unikać, gdyż przez nie żyła nabywa zbaczającego kierunku, i znacznego rozszerzenia.

Doświadczenia z wypływem wody przy cząstkowem ściśnieniu robili Bidon i autor. Oni okazali że współczynniki wypływu wzrastają prawie jednocześnie ze stosunkiem ograniczonej części do całego obwodu; lecz tu łatwo pojąć że ten wzgląd będzie zupełnie inny, gdy obwód będzie prawie lub całkowicie ograniczonym i ściśnienie prawie lub zupełnie zniesionem. Czyniąc stosunek ograniczenia do całego obwodu  $= n$ , i rozumiejąc przez  $x$  pewną liczbę z doświadczenia, to możemy, chociaż zawsze tylko w przybliżeniu, stosunek odpowiedniego współczynnika wypływu  $\mu_n$  przy cząstkowem ściśnieniu, do współczynnika wypływu  $\mu_o$  przy zupełnem ściśnieniu położyć:

$$\frac{\mu_o}{\mu_n} = 1 + xn, \text{ a ztąd } \mu_n = (1+xn) \mu_o.$$

Doświadczenia Bidona dały dla małych otworów okrągłych  $x = 0,128$ , a dla kwadratowych  $x = 0,152$ ; autor oznaczył dla małych prostokątnych otworów  $x = 0,134$ , a dla wielkich (Ponceleta otworów)  $0,2$  met. szerokich i  $0,1$  met. wysokich  $x = 0,157$  (patrz pismo czasowe „Der Ingenieur” t. 2). W zastosowaniu trafiają się tylko zwykle otwory prostokątne z ograniczeniem; przyjmiemy więc dla nich średnią wartość  $x = 0,155$  i podług tego położymy  $\mu_n = (1 + 0,155 \cdot n) \mu_o$ . Dla otworu prostokątnego, mającego wysokość  $a$  i szerokość

$b$ , jest  $n = \frac{b}{2(a+b)}$ , gdy ściśnienie z jednego boku  $b$  nie ma miejsca, jeśli np. ten bok leży na płaszczyźnie podłogi, następnie  $n = \frac{1}{2}$ , gdy jeden bok  $a$  i jeden  $b$  są ograniczone, a  $n = \frac{2a+b}{2(a+b)}$ , gdy przy boku  $b$  i obu bokach  $a$  ściśnienie jest

Cząstkowe  
ściśnienie.

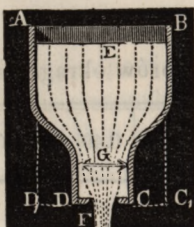
zniesioném, jeśli np. otwór zajmuje całą szerokość rezerwoaru i sięga do płaszczyny dna.

*Przykład.* Jaką masę wody daje przepływ przez otwór stawidłowy, 3 stopy szeroki, 10 cali wysoki, przy ciśnieniu  $1\frac{1}{2}$  stopy nad górną krawędzią otworu, gdy dolna krawędź tegoż znajduje się na płaszczynie podłogi i ztąd nie ma ściśnienia na dnie. Teoretyczna masa przepływu jest:  $Q = 10/12 \cdot 3 \cdot 7,906\sqrt{1,5 + 5/12} = 5/2 \cdot 7,906\sqrt{1,9166} = 27,35$  stóp kubicz. Podług tablicy Ponceleta jest przy całkowitem ściśnieniu  $\mu = 0,604$ , że zaś  $n = \frac{3}{2(3 + 10/12)} = \frac{9}{18 + 5} = 9/23$ , to dla powyższego przypadku cząstkowego ściśnienia  $\mu_n = (1 + 0,155 \cdot 9/23) \cdot 0,604 = 1,060 \cdot 0,604 = 0,640$  a rzeczywista masa przepływu  $Q_1 = 0,640 Q = 0,640 \cdot 27,35 = 17,50$  stóp kubicznych.

Niezupełne  
ściśnienie.

§ 354. Ściśnienie żyły wodnej zależy jeszcze od tego, czy woda przed otworem zupełnie spokojnie stoi, lub też przychodzi do niego z pewną prędkością; im prędzej woda do otworu przybywa, tém mniej żyła jest ściśnioną i tém większą wypada masa wypływu. Podane i rozbierane wyżej okoliczności ściśnienia i wypływu, odnoszą się tylko do tego przypadku, gdy otwór znajduje się w wielkiej ścianie, i gdy można przyjąć, że woda z bardzo małą prędkością do otworu przybywa, musimy więc jeszcze poznać okoliczności ściśnienia i wypływu, gdy otwór nie jest wiele mniejszym od przecięcia poprzecznego przyływającej wody, to jest: gdy woda już ze znaczną prędkością przybywa do otworu. Ażeby te dwa przypadki odróżnić od siebie, nazwiemy ściśnienie przy stojącej wodzie, zupełném ściśnieniem, (vollkommene Contraction), a przy poruszającej się wodzie ściśnieniem niezupełném (unvollkommene Contraction; неполное сжатие; contraction imparfaite). Ściśnienie niezupełne jest np: przy wypływie z naczynia *AC*, fig. 508. ponieważ przecięcie poprzeczne *F* otworu, niewiele jest mniejszém od przecięcia *G* przyływającej wody, lub od powierzchni ściany *CD*,

Fig. 508.



w której znajduje się otwór. Gdyby zaś naczynie miało kształt  $ABC_1D_1$ , byłaby więc powierzchnia  $C_1D_1$  wiele większą od przecięcia poprzecznego otworu  $F$ , to miałby miejsce wypływ z zupełnym ściśnieniem. Zresztą odróżnia się niezupełnie ściśniona żyła wody, od żyły wodnej zupełnie ściśnionej, nie tylko swoją większą grubością, ale i tём, że nie jest tak przezroczystą i podobną do kryształu.

Niezupełne  
ściśnienie.

Oznaczywszy stosunek wielkości przecięć poprzecznych otworu  $F$  i ściany  $G$ , w której jest otwór, a więc  $\frac{F}{G} = n$ , współczynnik wypływu przy zupełnym ściśnieniu przez  $\mu_o$  a przy niezupełnym ściśnieniu  $= \mu_n$  to można z wielką dokładnością, na zasadzie robionych przez autora doświadczeń i obliczeń położyć:

1) Dla otworów kołowych:

$$\mu_n = \mu_o [1 + 0,04564 (14,821^n - 1)] \text{ i}$$

2) Dla otworów prostokątnych:

$$\mu_n = \mu_o [1 + 0,0760(9^n - 1)] \text{ (*)}$$

Dla ułatwienia rachunku w licznych przypadkach zastosowania, poprawki  $\frac{\mu_n - \mu_o}{\mu_o}$  współczynników wypływu skutkiem niezupełnego ściśnienia zostały zebrane w następujących małych tablicach:

(\*) Versuche über die unvollkommene Contraction des Wassers u. s. w. Leipzig 1843

Niezupełne  
ściężnienie.

TABLICA I.

Poprawki współczynników wypływu dla otworów okrągłych.

$n$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\mu_n - \mu_o}{\mu_o}$	0,007	0,014	0,023	0,034	0,045	0,059	0,075	0,092	0,112	0,134
$n$	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\frac{\mu_n - \mu_o}{\mu_o}$	0,161	0,189	0,223	0,260	0,303	0,351	0,408	0,471	0,546	0,613

TABLICA II.

Poprawki współczynników wypływu dla otworów  
prostokątnych.

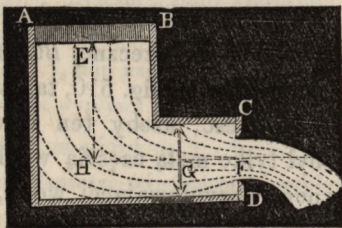
$n$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\mu_n - \mu_o}{\mu_n}$	0,009	0,019	0,030	0,042	0,056	0,071	0,088	0,107	0,128	0,152
$n$	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\frac{\mu_n - \mu_o}{\mu_o}$	0,178	0,208	0,241	0,278	0,319	0,365	0,416	0,473	0,537	0,608

Niezupełne  
ściśnienie.

W tych tablicach na górze umieszczone są rozmaite wartości stosunku przecięć poprzecznych  $n = \frac{F}{G}$ , a bezpośrednio pod temi odpowiednie przyrostki współczynników wypływu, z powodu niezupełnego ściśnienia, np. dla stosunku przecięć poprzecznych  $n = 0,35$ , to jest w tym przypadku, gdy powierzchnia otworu jest 35 setnych powierzchni całej ściany, w której otwór się znajduje, mamy dla otworów okrągłych  $\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 0,075$ , a dla prostokątnych 0,088, ażeby przeto otrzymać współczynnik wypływu przy niezupełnem ściśnieniu, należy powiększyć współczynnik wypływu przy zupełnem ściśnieniu, w pierwszym przypadku o 75, a w drugim o 88 tysięcznych. Gdyby współczynnik wypływu  $\mu_0 = 0,615$ , to mielibyśmy w pierwszym przypadku  $\mu_{0,35} = 1,075 \cdot 0,615 = 0,661$ , a w drugim  $\mu_{0,35} = 1,088 \cdot 0,615 = 0,669$ .

*Przykład.* Jaką masę wypływu daje prostokątny otwór  $F$ , w boku  $1\frac{1}{2}$  stopy szeroki i  $\frac{1}{2}$  stopy wysoki, zrobiony w ścianie prostokątnej  $CD$ , fig. 509, 2 stopy szerokiej i stopę wysokości, przy ciśnieniu wody stojącej  $EH = h = 2$  stopy? Teoretyczna masa wypływu  $Q = 1,25 \cdot 0,5 \cdot 7,906 \sqrt{2} = 4,941 \cdot 1,414 = 6,987$  stóp kub., współczynnik wypływu przy zupełnem ściśnieniu podług Poiseleta  $\mu_0 = 0,610$ , stosunek przecięć poprzecznych

Fig. 509.



$n = \frac{F}{G} = \frac{1,25 \cdot 0,5}{2 \cdot 1} = 0,312$ , a dla  $n = 0,313$  podług tablicy II.  $\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 0,071 + \frac{1}{50} (0,088 - 0,071 + 0,004 = 0,075$

$$n = \frac{F}{G} = \frac{1,25 \cdot 0,5}{2 \cdot 1} = 0,312, \text{ a dla } n = 0,313 \text{ podług tablicy II.}$$

$$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 0,071 + \frac{1}{50} (0,088 - 0,071 + 0,004 = 0,075$$

z ąd wypada współczynnik wypływu dla danego przypadku |

$$\mu_{0,312} = 1,075 \cdot \mu_0 = 1,075 \cdot 0,610 = 0,6557, \text{ a masa wypływu}$$

$$Q_1 = 0,6557 \cdot Q = 0,6557 \cdot 6,987 = 4,581 \text{ stóp kubicznych.}$$

§ 355. Dotąd przyjmowaliśmy, że wysokość ciśnienia

Wpływ wody poruszającej się.

brana jest przy wodzie stojącej, rozberzmy teraz wypadek, gdy tylko wysokość wody poruszającej się, czyli przybywającej do otworu z pewną prędkością może być mierzona. Przyjawszy otwór z boku prostokątny, oznaczymy jego szerokość przez  $b$ ; wyniesienia wody nad obie poziome krawędzie otworu przez  $h_1$  i  $h_2$ , a wysokość odpowiednią prędkości  $c$  przyptywającej wody przez  $k$ , to mamy masę teoretyczną wypływu

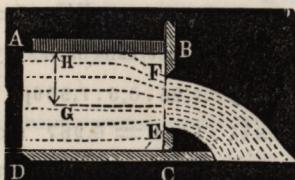
$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} [(h_1 + k)^{3/2} - (h_2 + k)^{3/2}].$$

Wzór ten jednak nie można bezpośrednio zastosować do oznaczenia masy wody, ponieważ wysokość z prędkości

$$k = \frac{c^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{G} \right)^2 \text{ zależy od } Q, \text{ a dalsze przekształcenie}$$

wzoru prowadzi do wyższego i bardzo skomplikowanego równania, postąpimy więc daleko prościej gdy położymy  $Q_1 = \mu_1 ab \sqrt{2gh}$ , i przez  $\mu_1$  rozumiemy nie tylko sam współczynnik wypływu, ale i współczynnik zależący szczególnie od stosunku przecięcia poprzecznego.

Fig. 510.



Najczęściej zdarza się ten przypadek, gdy idzie o wymierzenie wody płynącej pogródkami lub kanałami, gdyż tu tylko bardzo rzadko można wodę za pomocą ścian poprzecznej  $BC$ , zawierającej otwór, fig. 510, tak wysoko podnieść, ażeby ten otwór  $EF$  był tylko małą częścią wzglę-

dem całego przecięcia poprzecznego przyptywającej wody, a ztąd prędkość tej ostatniej wypadła bardzo małą stosunkowo do prędkości średniej.

Z doświadczeń czynionych w tym względzie przez autora z Ponceleta otworami, przyczem wysokość ciśnienia była mierzona o jeden metr powyżej płaszczyzny otworu, wypadło dosyć dokładnie

$$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu} = 0,641 \left( \frac{F}{G} \right)^2 = 0,641 \cdot n^2, \text{ gdzie } n = \frac{F}{G} \text{ stosun-$$

kowi przecięć poprzecznych, która jednak nie wiele większym po-

winien być nad  $1/2$  następnie  $\mu_o$  współczynnik wzięty z tablicy Poncele'a przy zupełnem ściśnieniu, a  $\mu_n$  temuż otworowi odpowiedni współczynnik wypływu oznacza. Jeżeli  $b$  jest szerokością,  $a$  wysokością otworu,  $b_1$  szerokością,  $a_1$  wysokością płynącej wody, i  $h$  zanurzeniem górnej krawędzi otworu pod powierzchnię wody, to podług tego mamy rzeczywistą masę wypływu.

$$Q_1 = \left[ 1 + 0,641 \left( \frac{ab}{a_1 b_1} \right)^2 \right] \mu_o \cdot ab \sqrt{2g \left( h + \frac{a}{2} \right)}.$$

Następująca tablica służy do skrócenia rachunku w razie zastosowania.

$n$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\mu_n - \mu_o}{\mu_o}$	0,002	0,006	0,014	0,026	0,040	0,058	0,079	0,103	0,130	0,160

*Przykład.* Ażeby znaleźć masę wody przepływającą przez rynnę 3 stopy szeroka, zrobiono ścianę szpuntbalową z otworem prostokątnym, mającym 2 stopy szerokości i 1 stopę wysokości, i przez to wodę w końcu tak wstrzymano, że ta przy ustaleniu się poziomu, wzniosła się  $2\frac{1}{4}$  stóp nad dno, a  $1\frac{3}{4}$  stopy nad dolny kant otworu. Teoretyczna masa wypływu jest

$Q = ab \sqrt{2gh} = 1 \cdot 2 \cdot 7,906 \sqrt{1,25} = 15,812 \cdot 1,118 = 17,68$  stóp kubicz. współczynnik wypływu przy zupełnem ściśnieniu można przjąć 0,602, a stosunek przecięć poprzecznych

$n = \frac{F}{G} = \frac{ab}{a b_1} = \frac{1 \cdot 2}{2,25 \cdot 3} = 0,296$ , ztąd wypada współczynnik wy-

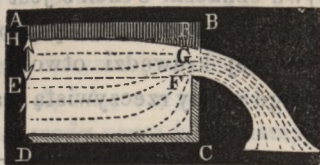
pływu dla uważanego przypadku  $= (1 + 0,641 \cdot 0,296^2) \mu_o$   
 $= 1,056 \cdot 0,602 = 0,6357$  a rzeczywista masa wypływu  
 $= 17,68 \cdot 0,6357 = 11,24$  stóp kubicz.

§ 356. Niezupełne ściśnienie zdarza się także bardzo często przy przepływie przez przewały, jak na fig. 511. Przewały te mogą zajmować albo tylko część szerokości rezerwoa-

Wypływ wody  
poruszającej się.

ru lub kanału, albo też rozciągają się przez całą szerokość tegoż. W ostatnim przypadku

Fig. 511.



W ostatnim przypadku ściśnienie po bokach otworu nie ma miejsca, i z tej przyczyny przepływa więcej wody niż przy przewalach pierwszego rodzaju. Także i z tym rodzajem przepływu

robił autor doświadczenia, i z wypadków tychże wyprowadził wzory, za pomocą których z dostateczną dokładnością

z wiadomego stosunku przecięć poprzecznych  $n = \frac{F}{G}$

$= \frac{hb}{a_1 b_1}$  można obliczyć odpowiedni współczynnik przepływu.

Zatrzymując oznaczenia przyjęte w poprzednim paragrafie, mamy dla przewalów Ponceleta:

$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 1,718 \left(\frac{F}{G}\right)^4 = 1,718 \cdot n^4$ , a dla przewalów zaj-

mających całą szerokość kanału  $\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 0,041 + 0,3693 n^2$ ,

jest przeto w pierwszym przypadku masa przepływu:

$Q_1 = \frac{2}{3} \left[ 1 + 1,718 \left(\frac{hb}{a_1 b_1}\right)^4 \right] \mu_0 \cdot b \sqrt{2gh^3}$ , a w drugim

$Q_1 = \frac{2}{3} \left[ 1,041 + 0,3693 \left(\frac{h}{a_1}\right)^2 \right] \mu_0 \cdot b \sqrt{2gh^3}$ , gdzie

$h$  oznacza stan wody  $EH$  mierzony w odległości jednego metra od przewalu nad progiem przewalu  $F$ .

W następujących tablicach są pomieszczone poprawki

$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0}$  dla najprostszych wartości dla  $n$

Tablica I. Poprawki dla przewalów Ponceleta.

$n$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0}$	0,000	0,000	0,001	0,003	0,007	0,014	0,026	0,044	0,070	0,107



Tablica II. Poprawki dla przewalów nad całą ścianą, czyli bez bocznego ściskienia. Wpływ wody poruszającej się.

n	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0}$	0,041	0,042	0,045	0,049	0,056	0,064	0,074	0,086	0,100	0,116	0,133

*Przykład.* Ażeby oznaczyć ilość prowadzonej wody kanałem 5 stóp szerokim, przeprowadzono ścianę szpuntbalową z krawędzią ściętą na zewnątrz i dozwolono wodzie przez takową przepływać. Po ustaniu podnoszenia się wody, okazał się stan wody nad dnem kanału  $3\frac{1}{2}$  stopy, a nad progiem  $1\frac{1}{2}$  stopy, teoretyczna przeto masa przepływu  $Q = \frac{2}{3} \cdot 5 \cdot 7,906 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} = 48,41$  stóp kub. Współczynnik wpływu jest, ponieważ  $\frac{h}{a_1} = \frac{1,5}{3,5} = \frac{3}{7}$  i  $\mu_0 = 0,577$ ,  $\mu_{3/7} = [1,041 + 0,3693 \cdot (3/7)^2] \cdot 0,577 = 1,110 \cdot 0,577 = 0,64$ , ztąd istotna masa wody  $Q_1 = 0,64 \cdot Q = 0,64 \cdot 48,41 = 31$  stóp kub.

### ROZDZIAŁ III.

#### o ruchu wody w rurach.

§ 357. Jeżeli dajemy wodzie przepływać przez krótkie rurki dodatkowe (Ansatzröhre; приставные трубки; tuyau additionel), to mają miejsce zupełnie inne okoliczności jak gdy wpływa przez otwory w cienkiej ścianie, lub przez otwór z zaokrąglonemi na zewnątrz krawędziami w grubiej ścianie. Jeżeli rurka dodatkowa jest graniastosłupową, a jej długość  $2\frac{1}{2}$  do 3 razy tak wielką jak otwór, to daje żyłę wody nieściskioną i nieprzezroczystą, mającą mały odskok, a ztąd i mniejszą prędkość, niż żyła wypływająca przy tych samych okoliczno-

Krótkie rury dodatkowe.

Krótkie rury  
dodatkowe.

ściach z otworu w cienkiej ścianie. Gdy więc rurka  $KL$ , fig. 512, ma z otworem  $F$

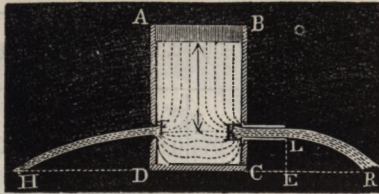
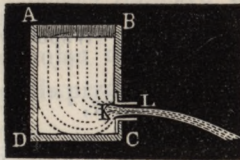


Fig. 512.

512, ma z otworem  $F$  jednakowe przecięcie poprzeczne, i jednakową wysokość ciśnienia, to otrzymujemy w  $LR$  żyłę nieprzezroczystą i nieścieśnioną, a zatem grubszą, a w  $FH$  żyłę

jasną i ścieśnioną a tém samą cieńszą, i można także spostrzedz, że odskok  $ER$  jest mniejszym niż odskok  $DH$ . Ta jednak okoliczność wypływu ma tylko wtenczas miejsce, gdy

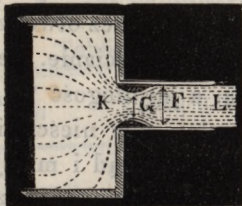
Fig. 513.



rurka jest danój długości; jeżeli zaś rurka jest krótszą, np. tak długą jak szeroką, to żyła  $KL$ , fig. 513, nie dotyka się wcale ścian rurki, rurka nie wywiera żadnego działania na wypływ, i żyła pozostaje taką jak przy wypływie przez otwór w cienkiej ścianie.

Czasem i przy rurkach znacznej długości, wypełnienie rurki przez żyłę nie ma miejsca, mianowicie wtenczas, gdy woda nie miała żadnej sposobności zetknąć się ze ścianą rurki; zamknąwszy jednak na chwilę zewnętrzny otwór np. ręką lub deszczułką, zaraz tworzy się żyła wypełniająca całkowicie rurkę, i następuje tak nazwany wypływ pełny (voller Ausfluss, a gueule-bée). Ścieśnienie żyły wodnej ma także miejsce i przy przepływie przez rury, lecz tu ścieśniona część żyły przypada

Fig. 514.



wewnątrz rury. Można się o tém przekonać za pomocą szklanych rurek dodatkowych jak  $KL$  fig. 514 zafarbowawszy wodę, gdyż spostrzeżemy w tym razie, że tylko w środku przecięcia poprzecznego  $G$  zaraz za punktem wejścia  $K$  ma miejsce ruch postępowy

wody, nie zaś na obwodzie tego, gdzie tylko ruch wirowy się odbywa. Przyczyną że woda koniec rury  $F'$  zupełnie wypełnia jest kapilarność czyli przyłgnięcie wody do ścian rury. Woda wypływająca z rury ma tylko ciśnienie równe ciśnieniu atmosfery, że zaś ścieśnione przecięcie poprzeczne  $G$  jest  $\alpha$  razy tak wielkie jak przecięcie  $F$  rury, i dla tego prędkość w niem  $\frac{1}{\alpha}$  razy tak wielką, jak prędkość wypływu  $v$ , ztąd ci-

Krótkie rury  
dodatkowe.

śnienie wody w rurze w bliskości  $G$  jest o  $\frac{\left(\frac{1}{\alpha} v\right)^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$   
 $= \left[ \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 - 1 \right] \frac{v^2}{2g}$  (§ 339) mniejszym jak przy wyjściu, czyli jak ciśnienie atmosfery. Jeżeli przy  $G$  wywiercimy wąską dziurkę w rurze, to woda nią wypływać nie będzie tylko przeciwnie będzie miało miejsce wciąganie powietrza, i nakoniec zupełnie ustaje pełny wypływ i działanie rurki dodatkowej, gdy dziurkę tę rozprzestrzenimy, lub zrobimy więcej podobnych otworów.

§ 358. Z wypływem wody przez krótkie rurki dodatkowe robione były przez wielu liczne doświadczenia, jednak wypadki tychże nie przedstawiają zgodności między sobą. Mianowicie Bossuta współczynniki wypływu z przyczyny swęj małości (0,785) znacznie się różnią od znalezionych przez innych. Z doświadczeń Michelottego z rurkami mającemi od  $1\frac{1}{2}$  do 3 cali średnicy, przy wysokości ciśnienia 3 do 20 stóp, wypada średnio współczynnik wypływu  $\mu = 0,813$ . Doświadczenia Bidona Eytelweina i D'Aubuissona mało się różnią od poprzednich. Średnio zaś można przyjąć, mianowicie opierając się na doświadczeniach autora, współczynnik wypływu dla krótkich walcowych rurek dodatkowych  $\mu = 0,815$ . Ponieważ zaś dla otworów okrągłych w cienkich ścianach znaleźliśmy:  $\mu = 0,615$ , to wypada że przy innych równych okolicznościach przez krótkie dodatkowe rurki  $\frac{0,815}{0,615} = 1,325$  razy tyle wody wypływa, jak przez otwory okrągłe w cienkiej ścianie. Zresztą współczynniki te wzrastają, gdy

Walcowe rurki  
dodatkowe.

Walcowe rurki  
dodatkowe.

otwory rurek zmniejszają się, i także cokolwiek zwiększają się przy zmniejszeniu wysokości ciśnienia czyli prędkości wypływu. Podług doświadczeń autora robionych przy wysokości ciśnienia od 0,23 do 0,60 metra, dla rur trzy razy tak długich jak szerokich jest:

przy	1	2	3	4 centymetrach średnicy
$\mu =$	0,843	0,832	0,821	0,810

Na zasadzie tej tablicy współczynniki wypływu widocznie wzrastają w miarę zmniejszania się średnicy rury. Podobnie znalazł Buff, że w rurce mającej 2,79 linii średnicy, a długości 4,3 linii, współczynnik wypływu wzrastał wolno od 0,825 do 0,855, gdy wysokość ciśnienia zmniejszała się od 33 do 1½ cala. Dla wypływu przez krótkie równoległościennne rurki dodatkowe, oznaczył autor współczynnik wypływu = 0,819.

Jeżeli rurka dodatkowa *KL*, fig. 515, jest wewnątrz częściowo

Fig. 515.

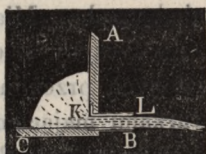
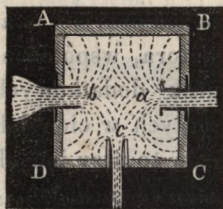


Fig. 516.



wo przez przyległe ściany naczynia objętą, schodzi się np. z dnem *BC* i przez to spowodowane jest cząstkowe ściśnienie, to współczynnik wypływu, według doświadczeń autora, nie wiele się powiększa, woda jednak w rozmaitych miejscach przecięcia poprzecznego wypływa z różną prędkością, a mianowicie przy boku *BC* prędzej niż przy boku przeciwnym. Jeżeli wewnętrzny koniec rurki nie przypada na jednej płaszczyźnie z otworem, lecz wystaje jak *a, b, c*, fig. 516, to rurkę taką zowie się we wewnętrzną rurką dodatkową. Gdy powierzchnia czołowa końca tego jest najmniej  $\frac{1}{3}$  tak szeroką jak średnica

rukki, jak np. *a*, to współczynnik wypływu zostaje ten sam jak gdyby koniec ten przypadł na płaszczyźnie ściany, gdy zaś jest węższą np. *b*, i *c* współczynnik wypada mniejszy. Przy bardzo wąskiej, prawie znikającej powierzchni końca rurki, podług doświadczeń Bidona i autora jest ten współczynnik 0,71 gdy żyła wypełnia rurkę, a 0,53 (porównaj § 351) gdy żyła zupełnie nie dotyka się rurki. W pierwszym przypadku (*b*) żyła jest poroździelaną i w kształcie miotły na zewnątrz wypukłą, w drugim zaś mocno ścieśnioną i całkiem przezrocystą.

Walcowe rurki  
dodatkowe.

§ 359. Ponieważ woda z rurek dodatkowych grania-  
stosłupowych wypływa bez ścieśnienia, to wypada ztąd, że przy wypływie przez munsztuki, współczynnik ścieśnienia = jedności, a współczynnik prędkości  $\varphi = \mu$  współczynnikowi wypływu. Masa wody  $Q$  wypływająca z prędkością  $v$ , posiada siłę żywą  $\frac{Q\gamma}{g} v^2$  może przeto wydać mechaniczną pracę

Współczynnik  
oporu

$\frac{v^2}{2g} Q\gamma$ . Że zaś przy wypływie teoretyczna prędkość =  $\frac{v}{\varphi}$ ,

to wypływającej massie wody odpowiada działanie  $\frac{1}{\varphi^2} \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot$

$Q\gamma$ , i dla tego masa wody  $Q$  przez wypływ traci pracę mechaniczną  $\left(\frac{1}{\varphi^2} \cdot \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}\right) Q\gamma = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{v^2}{2g} Q\gamma$ . Przy

wypływie przez otwory w cienkiej ścianie  $\varphi$  jest średnio = 0,97, ztąd więc strata pracy wynosi  $\left[\left(\frac{1}{0,97}\right)^2 - 1\right] \frac{v^2}{2g} Q\gamma$

= 0,063  $\frac{v^2}{2g} Q\gamma$ ; przy wypływie zaś przez krótkie walcowe

rurki dodatkowe jest  $\varphi = 0,815$ , strata więc pracy wypada =  $\left[\left(\frac{1}{0,815}\right)^2 - 1\right] \frac{v^2}{2g} Q\gamma = 0,505 \frac{v^2}{2g} Q\gamma$ , to jest ośm ra-

zy większa niż przy wypływie przez otwory w cienkiej ścianie. Jeżeli więc wypływająca woda ma działać siłą żywą, lepiej jest gdy wypływa przez otwory w cienkiej ścianie niż

Współczynnik oporu.

przez krótkie graniastosłupowe rurki dodatkowe. Gdy jednak wewnętrzne krawędzie rury, któremi dotyka do ścian naczynia, zostaną zaokrąglone, i przez to spowodowanem będzie łagodne przejście z naczynia do rury, to współczynnik wypływu powiększy się do 0,96, a przez to strata pracy zmniejsza się o  $8\frac{1}{2}$  na sto. Przy krótkich munsztukach, dokładnie zaokrąglonych lub mających kształt ściśnionej żyły, jest  $\mu = \varphi = 0,97$  a ztąd strata pracy jak przy otworach w cienkiej ścianie  $= 6$  na sto.

Stracie pracy  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{v^2}{2g} Q\gamma$  odpowiada wysokość ciśnienia  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{v^2}{2g}$ ; można przeto wyobrazić sobie że skutkiem zachodzących przeszkód przy wypływie następuje strata w wysokości ciśnienia  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{v^2}{2g}$ , i przyjąć że po odjęciu tej straty, pozostała część wysokości ciśnienia rodzi prędkość wypływu. Stratę tę  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{v^2}{2g}$  wzrastającą proporcjonalnie do kwadratu z prędkości wypływu, możemy nazwać wysokością oporu (Widerstandshöhe; высота сопротивления; hauteur de résistance) a współczynnik  $\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)$  przez który trzeba mnożyć wysokość prędkości ażeby otrzymać wysokość oporu, współczynnikiem oporu. Na mocy tego oznaczymy także współczynnik wyrażający stosunek wysokości oporu do wysokości ciśnienia przez głoskę  $\zeta$ , samą więc wysokość oporu przez  $\zeta \cdot \frac{v^2}{2g}$ . Za pomocą wzorów  $\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$  i  $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$  można obliczyć ze współczynnika prędkości, współczynnik oporu i odwrotnie.

Przykłady. 1) Jaka masa wody wypływa przy wysokości ciśnienia 3 stopy przez rurę mającą 2 cale średnicy, której odpowiada współczynnik oporu  $\zeta = 0,4$ ? Mamy więc  $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1,4}} = 0,845$ ,

zład  $v = 0,845 \cdot 7,906 \sqrt{3} = 11,574$  stóp a

$$F = (\frac{1}{12})^2 \pi = 0,02182 \text{ stóp kwad.}$$

Współczynnik oporu.

więc szukana masa wody  $Q = 0,02182 \cdot 11,574 = 0,253$  stóp kub.

2) Gdy rura mająca dwa cale średnicy przy ciśnieniu 2 stóp daje na minutę 10 stóp kub. wody, to współczynnik wypływu czyli prędkości jest:

$$\varphi = \frac{Q}{F \sqrt{2gh}} = \frac{10}{60 \cdot 0,02182 \cdot 7,906 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{1,035 \sqrt{22}}$$

$$= 0,683, \text{ współczynnik oporu} = \left(\frac{1}{0,683}\right)^2 - 1 = 1,143, \text{ i nako-}$$

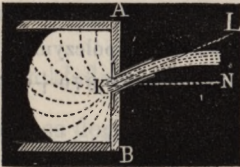
niec sprawiona przez rurę strata w wysokości ciśnienia

$$= 1,143 \cdot \frac{v^2}{2g} = 1,143 \cdot 0,016 \left(\frac{Q}{F}\right)^2 = 0,0183 \cdot \frac{1}{0,1309^2} = 1,066 \text{ stóp.}$$

§ 360. Osadzone ukośnie, albo też ukośnie ścięte rurki dodatkowe, dają mniejszą masę wody niż rurki osadzone lub ścięte pionowo, ponieważ woda w tychże ulega zmianie kierunku. Doświadczenia dość rozległe w tym przedmiocie doprowadziły autora do następujących wniosków. Gdy  $\delta$  ozna-

Ukośne rurki dodatkowe.

Fig. 517.



cza kąt jaki czyni oś rurki  $KL$  z normalną  $KN$  do płaszczyzny  $AB$  otworu, fig. 524, a  $\zeta$  jest współczynnikiem oporu dla rurki pionowo ściętej, to współczynnik oporu dla rurki ukośnej  $\zeta_1 = \zeta_1 + 0,303 \text{ wst. } \infty + 0,226 \text{ wst. } \delta^2$ . Biorąc dla  $\zeta$

średnią wartość 0,505 otrzymujemy:

gdy $\delta^\circ =$	0	10	20	30	40	50	60°
Współczynnik oporu $\zeta_1 =$	0,505	0,565	0,635	0,713	0,794	0,870	0,397
Współczynnik wypływu $\mu_1$	0,815	0,799	0,782	0,764	0,747	0,731	0,719

Ukośne rurki  
dodatkowe.

Podług tego jest np. dla krótkiej rurki dodatkowej przy zбочeniu osi 20 stopni, współczynnik oporu  $\zeta = 0,635$ , a współczynnik wypływu  $= \frac{1}{\sqrt{1,635}} = 0,782$ , a przy zбочeniu 35 stopni, pierwszy  $= 0,753$  a drugi  $= 0,755$ .

W ogólności ukośne rurki dodatkowe są zwykle dłuższe jak dotąd przyjmowaliśmy, i muszą być takimi, gdyż inaczej woda nie wypełniałaby ich całkowicie. Poprzedzające wzory podają tylko tę część oporu, jaka odpowiada części rurki przy osadzie, która jest trzy razy tak długą, jak rurka szeroka. Opór jaki stawia ruchowi wody dalsza część rurki podamy niżej.

*Przykład.* Gdy płaszczyzna ujścia  $AB$  leżącej poziomo rury  $KL$ , fig. 518, jako też wewnętrzna powierzchnia grobli stawowej jest pochyloną 40 stopni względem poziomu, to oś rury z normalną do tejże płaszczyzny czyni kąt 50 stopni, i współczynnik oporu dla wypływu przez część

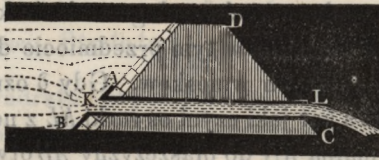


Fig. 518.

będącą przy ujściu tej rury

$= 0,870$ , gdyby więc dalszej części rury odpowiadał współczynnik oporu  $0,650$ , to dla całej rury byłby współczynnik oporu  $= 0,870 + 0,650 = 1,520$  a ztąd współczynnik wypływu

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + 1,520}} = \frac{1}{\sqrt{2,520}} = 0,630.$$

Przy dziesięciu stopach ciśnienia i jednej stopie średnicy rury, wypadłaby masa wypływu

$$Q = 0,630 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 7,906 \cdot \sqrt{10} = 12,37 \text{ stóp kubicz.}$$

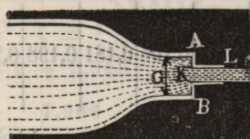
Niezupełne  
ściężnienie.

§ 361. Jeżeli krótka rura dodatkowa  $KL$ , fig. 519, osadzona jest w płaskiej ścianie  $AB$ , której powierzchnia  $G$  nie wiele przechodzi przecięcie poprzeczne  $F$  rury, to woda przychodzi do miejsca osadzenia rury z prędkością której nie nale-



ży pomijać, i dla tego wchodzi w rurę tylko z niezupełnym

Fig. 519.



ściśnieniem, a ztąd znowu współczynnik wypływu jest większym, jak wtenczas gdyby woda miała być uważaną jako będąca w spoczynku przed wejściem do rury.

Niezupełne  
ściśnienie.

Jeżeli znowu  $\frac{F}{G} = n$  jest stosunkiem przecięcia poprzecznego rury do powierzchni ściany, a  $\mu_0$  współczynnikiem wypływu przy zupełnym ściśnieniu, gdzie można położyć  $\frac{F}{G} = 0$ , to na zasadzie doświadczeń autora, współczynnik wypływu przy niezupełnym ściśnieniu, czyli przy stosunku przecięć poprzecznych  $n$ , należy położyć:

$$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 0,102 n + 0,067 n^2 + 0,046 n^3 \text{ czyli}$$

$$\mu_n = \mu_0 (1 + 0,102 n + 0,067 n^2 + 0,046 n^3).$$

Zajmuje np. otwór rury szóstą część całej powierzchni ściany, to jest:

$$\begin{aligned} \mu_{\frac{1}{6}} &= \mu_0 (1 + 0,102 \cdot \frac{1}{6} + 0,067 \cdot \frac{1}{36} + 0,046 \cdot \frac{1}{216}) \\ &= \mu_0 (1 + 0,017 + 0,0019 + 0,0002) = 1,019 \mu_0 \text{ czyli} \\ &\text{czyniąc } \mu_0 = 0,815, \mu_{\frac{1}{6}} = 0,815 \cdot 1,019 = 0,830. \end{aligned}$$

Dokładniejsze wartości poprawek  $\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0}$  podaje następująca dogodna do użycia tablica.

### TABLICA

poprawek z przyczyny niezupełnego ściśnienia przy wypływie przez krótkie walcowe rurki dodatkowe.

$n$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0}$	0,006	0,013	0,020	0,027	0,035	0,043	0,052	0,060	0,070	0,080

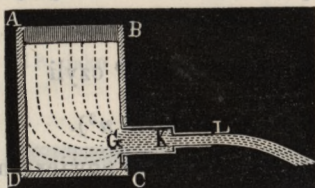
Niezupełne  
ściężnienie.

$n$	0,55	,060	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0}$	0,090	0,102	0,114	0,127	0,138	0,152	0,166	0,181	0,198	0,227

Przy wypływie przez krótkie równoległościennne rurki dodatkowe poprawki te są prawie też same.

Współczynniki te mają swoje zastosowanie szczególnie przy wypływie przez rury złożone, jak w przypadku przedstawionym na fig. 520, gdzie krótka rurka dodatkowa  $KL$

Fig. 520.



wchodzi w rurę szerszą  $GK$  a ta znowu osadzona jest w naczyniu  $AC$ . Tu przy przejściu wody z szerszej do węższej rury ma miejsce niezupełne ściężnienie, i dla tego współczynnik wypływu należy oznaczyć podług ostatniego

prawa. Czyniąc odpowiedni temu współczynniki wypływu, współczynnik oporu  $= \zeta_1$ , współczynnik oporu przy wejściu z naczynia do szerszej rury  $\zeta$ , wysokość ciśnienia  $= h$ , prędkość wypływu  $= v$ , a stosunek przecięć poprzecznych rur  $\frac{F}{G} = n$ , a zatem prędkość wody w szerszej rurce  $= nv$ , to wzór daje,

$$h = \frac{v^2}{2g} + \zeta \cdot \frac{(nv)^2}{2g} + \zeta_1 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

to jest:  $h = (1 + n^2\zeta + \zeta_1) \frac{v^2}{2g}$  a ztąd jest

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + n^2\zeta + \zeta_1}}$$

*Przykład.* Jaką masę wody daje wyobrazony na fig. 521, przyrząd, gdy wysokość ciśnienia  $h = 4$  stopy, średnica w węższej rurce  $= 2$  cale, a szerszej  $= 3$  cale? Jest  $n = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$ , ztąd

$\mu_{4/9} = 1,069 \cdot 0,815 = 0,871$ , a odpowiedni współczynnik oporu

$$\zeta_1 = \left( \frac{1}{0,871} \right)^2 - 1 = 0,318; \text{ mamy zaś } \zeta = 0,505$$

i  $n^2 \cdot \zeta = \frac{16}{81} \cdot 0,505 = 0,099$  ztąd wypada  $1 + n^2\zeta + \zeta_1 = 1 + 0,099 + 0,318 = 1,417$ , a prędkość wypływu

$$v = \frac{7,906 \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{1,417}} = \frac{15,812}{\sqrt{1,417}} = 13,29 \text{ stóp.}$$

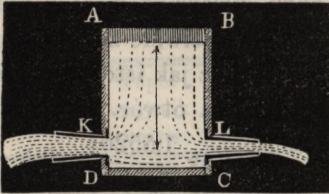
Gdy nakoniec prze-

cięcie poprzeczne rurki = 0,02182 stóp kwadratowych, to wypada ilość wypływu  $Q = 13,29 \cdot 0,02182 = 0,290$  stóp kubicz.

§ 362. Ostrokątne rurki dodatkowe dają inną masę wypływu jak graniastosłupowe lub okrągłe. Są one albo ostrokątowo zwężające się, lub ostrokątowo rozszerzające się, w pierwszym przypadku wylot jest mniejszym a w drugim większym od otworu w którym są osadzone. Współczynniki wypływu w pierwszych rurkach są większemi a w drugich mniejszemi niż w rurkach walcowych.

Ta sama rurka ostrokątowa, daje przedewszystkiem więcej wody, gdy większy otwór uczynimy wylotem jak *K* fig. 521, jak gdy ten otwór osadzimy w naczyniu, jak *L* na téjże saméj figurze, nie daje ona jednak stosunkowo tyle więcej, o ile większy otwór różni się od mniejszego. Gdy wielu, jak np. Venturi i Eytelwein podają dla rurek ostrokątowo

Fig. 521.

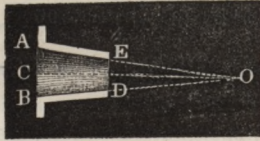


rozszerzających się większe współczynniki wypływu, niż dla ostrokątowo zwężających się, to należy na to zwrócić uwagę, że oni zawsze mniejsze przecięcie poprzeczne uważają za otwór. Wpływ kształtu ostrokątowych rurek na masę wypływu przedstawiają następujące doświadczenia robione z rurką *AD*, fig. 522, 9 centymetrów długą, przy wysokości ciśnienia 0,25 do 3,3 metrów. Otwór téj rurki w jednym końcu  $DE = 2,468$ , a w drugim  $AB = 3,228$  centymet. kąt wierzchołkowy, to jest kąt  $AOB$  pod jakim przecinały się boki przeciwległe  $AE$

rozszerzających się większe współczynniki wypływu, niż dla ostrokątowo zwężających się, to należy na to zwrócić uwagę, że oni zawsze mniejsze przecięcie poprzeczne uważają za otwór. Wpływ kształtu ostrokątowych rurek na masę wypływu przedstawiają następujące doświadczenia robione z rurką *AD*, fig. 522, 9 centymetrów długą, przy wysokości ciśnienia 0,25 do 3,3 metrów. Otwór téj rurki w jednym końcu  $DE = 2,468$ , a w drugim  $AB = 3,228$  centymet. kąt wierzchołkowy, to jest kąt  $AOB$  pod jakim przecinały się boki przeciwległe  $AE$

Rurki dodatkowe  
ostrokątowe.

Fig. 522.



i  $BD$  przecięcia poprzecznego przechodzącego przez oś,  $= 4^{\circ}, 5'$ . Przy wypływie przez węższy otwór współczynnik wypływu równy  $0,920$  a przy wypływie przez szerszy otwór  $= 0,553$ ; wprowadzając zaś węższy otwór jako przecięcie poprzeczne w rachunek, wypadł  $= 0,946$ . Żyła wodna w pierwszym przypadku, w którym rurka służyła jako munsztuk ostrokątowo zwężający się, była mało ściśnioną, gęstą i gładką, w drugim zaś razie, w którym rurka służyła za munsztuk ostrokątowo rozszerzający się, była mocno rozszerzoną i podzieloną. Z wypływem przez rurki ostrokątowo rozszerzające się robili jeszcze doświadczenia Venturi i Eytelwein. Obaj Hydraulicy dodawali do tych rurek ostrokątowych rurki walcowe i konoidyczne mające kształt ściśnionej żyły wodnej. Przez takie połączenie jak wyobrażono na fig. 523, gdzie rurka rozszerzająca się  $KL$  miała wewnątrz  $12$  a zewnątrz  $21\frac{1}{2}$

Fig. 523.



linij średnicy a  $8\frac{13}{16}$  cali długości, kąt zaś wierzchołkowy  $5^{\circ}, 9'$  wynosił, znalazł Eytelwein  $\mu = 1,5526$ , uważając węższy koniec za otwór wypływu, przeciwnie zaś  $\mu$  tylko  $= 0,483$ , gdy szerszy koniec jak istotnie powinno być, uważanym jest za otwór. W każdym razie wypływa przez tak złożony munsztuk  $\frac{1,5526}{0,615} = 2,5$  razy

tyle, jak przez prosty otwór w cienkiej ścianie, a  $\frac{1,5526}{0,815} = 1,9$  razy tyle jak przez krótką walcową dodatkową rurkę. Przy małych prędkościach i przy wielkim rozszerzaniu jest niemożliwem spowodować pełny wypływ, nawet przez poprzedzające urządzenie rurek.

§ 363. Najdokładniejsze doświadczenia z wypływem przez ostrokątowo zwężające się rurki, robili D'Aubuisson i Castel. Używane przez nich rurki były rozmaite co

do długości, otworów i kątów zwiężenia. Najrozleglejsze do-  
 świadczenia były z rurkami mającymi 1,55 centymetrów śred-  
 nicy przy wylocie, a 2,6 razy tak długimi, czyli 4 centyme-  
 try długości i z tój przyczyny podajemy tu ich wypadki w na-  
 stępującej tablicy. Wysokość ciśnienia była w ogóle 3 metry.  
 Masę wypływu mierzono oddzielnym rodzajem naczyń, ażeby  
 zaś prócz współczynnika wypływu, otrzymać współczynniki  
 prędkości i ściśnienia, mierzono odpowiednie danym wysoko-  
 ściom odskoki żył wodnych i z tych obliczano prędkość wy-  
 pływu (patrz § 348). Stosunek  $\frac{v}{\sqrt{2gh}}$  rzeczywistej prędkości  $v$

Rurki dodatkowe  
ostrokregowe

do teoretycznej  $\sqrt{2gh}$ , dał współczynnik prędkości  $\varphi$ , ze sto-  
 sunku  $\frac{Q}{F\sqrt{2gh}}$  rzeczywistej masy wypływu  $Q$  do teoretycznej

$F\sqrt{2gh}$  wyprowadzono współczynnik wypływu  $\mu$ , i nakoniec  
 ze stosunku tych dwóch współczynników to jest  $\frac{\mu}{\varphi}$ , otrzyma-  
 no współczynnik ściśnienia  $\alpha$ .

#### TABLICA

współczynników wypływu i prędkości dla przepływu przez  
 zwiężające się ostrokregowe rurki.

Kąt wierz- chołkowy	Współ- czynnik wypływu	Współ- czynnik prędkości	Kąt wierz- chołkowy	Współ- czynnik wypływu	Współ- czynnik prędkości
0 <sup>0</sup> ,0'	0,829	0,829	13 <sup>0</sup> ,24'	0,946	0,963
1 <sup>0</sup> ,36'	0,866	0,867	14 <sup>0</sup> ,28'	0,941	0,966
3 <sup>0</sup> ,10'	0,895	0,894	16 <sup>0</sup> ,36'	0,938	0,971
4 <sup>0</sup> ,10'	0,912	0,910	19 <sup>0</sup> ,28'	0,924	0,970
5 <sup>0</sup> ,26'	0,924	0,919	21 <sup>0</sup> ,0'	0,919	0,972
7 <sup>0</sup> ,52'	0,930	0,932	23 <sup>0</sup> ,0'	0,914	0,974
8 <sup>0</sup> ,58'	0,934	0,942	29 <sup>0</sup> ,58'	0,895	0,965
10 <sup>0</sup> ,20'	0,938	0,951	40 <sup>0</sup> ,20'	0,870	0,980
12 <sup>0</sup> ,4'	0,942	0,955	48 <sup>0</sup> ,50'	0,847	0,984

Widziemy z tój tablicy, że współczynniki wypływu w ru-  
 rze mającej nachylenie boków 13½<sup>0</sup> dochodzą do maximum,

Rurki dodatkowe ostrokregowc. przeciwnie zaś współczynniki prędkości wypadają coraz większe, im większy jest kąt wierzchołkowy. Jak w wydarzyć się mogących przypadkach w zastosowaniu należy używać powyższej tablicy, okaże następujący przykład.

*Przykład.* Jaką masę wody daje krótka ostrokregowa rurka dodatkowa mająca  $1\frac{1}{2}$  cala średnicy przy wylocie,  $10^0$  kąt wierzchołkowy przy wysokości ciśnienia 16 stóp? Według doświadczeń autora, rurka walcowa tej średnicy daje  $\mu = 0,810$  według D'Aubuissona zaś  $\mu = 0,829$ , a zatem więcej o  $0,829 - 0,810 = 0,019$ ; tablica podaje dla rury mającej kąt wierzchołkowy  $= 10^0$   $\mu = 0,937$ , najstosowniej więc będzie, dla danej rurki położyć  $\mu = 0,937 - 0,019 = 0,918$ , zkad trzymamy masę wypływu

$$Q = 0,918 \cdot \frac{\pi}{4 \cdot 8^2} \cdot 7,906 \sqrt{16} = \frac{0,918 \cdot 7,906 \cdot \pi}{64} = 0,3563 \text{ stóp}$$

kubicznych.

Opór tarcia.

§ 364. Długie graniastosłupowe lub walcowe rury dodatkowe, tém więcej wypływ opóźniają, im są dłuższe, należy więc przyjąć że ściany rur, przez tarcie i przylgnienie wody do tychże, stawiają opór ruchowi wody. Opierając się na rozumowaniu i licznych doświadczeniach oraz wymiarach, można przyjąć, że opór ten z tarcia zupełnie nie zależnym jest od ciśnienia, i że on wzrasta tylko w stosunku prostym długości  $l$  a odwrotnym szerokości  $d$  rury, a za tém że jest proporcjonalnym do stosunku  $\frac{l}{d}$ . Okazało się prócz tego, że ten opór większym jest przy większych, a mniejszym przy mniejszych prędkościach wody, i że on wzrasta prawie w stosunku kwadratów z tychże prędkości. Mierzając opór ten wysokością słupa wody, którą następnie należy odjąć od całej wysokości ciśnienia  $h$ , ażeby otrzymać wysokość rzeczywistą rodzącą prędkość, możemy tę wysokość, którą w dalszym ciągu nazywać będziemy wysokością oporu tarcia położyć:  $h_1 = \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ , gdzie przez  $\zeta$  trzeba rozumieć liczbę z doświadczenia, którą nazwać można

współczynnikiem tarcia. Podług tego przez tarcie wody w rurach tém więcej tracimy na ciśnieniu, im większy jest stosunek  $\frac{l}{d}$  długości do szerokości, i im większą jest wysokość prędkości  $\frac{v^2}{2g}$ . Z masy wody  $Q$  i przecięcia poprzecznego rury  $F = \frac{\pi d^2}{4}$  wypada prędkość  $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$ , a ztąd wysokość oporu tarcia:

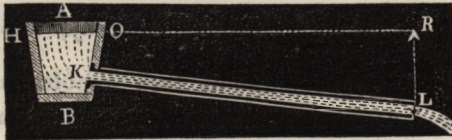
$$h_1 = \zeta \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{1}{2g} \left( \frac{4Q}{\pi d^2} \right)^2 = \zeta \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left( \frac{4}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{lQ^2}{d^5}.$$

Ażeby przy przeprowadzeniu pewnej masy wody  $Q$  przez rury, jak najmniej tracić na wysokości ciśnienia, czyli na spadku, należy robić rury jak można największej średnicy, i niepotrzebnie nie dawać im zbyt długiej długości. Podwójna np. średnica wymaga tylko  $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$  takiego spadku jak pojedyncza.

Gdy przecięcie poprzeczne rury jest prostokątem mającym wysokość  $a$  i podstawę  $b$ , to należy położyć zamiast  $\frac{1}{d} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi d}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\text{obwód}}{\text{powierzchnię}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2(a+b)}{ab} = \frac{a+b}{2ab}$ , ztąd wypada:  $h_1 = \zeta \cdot \frac{l(a+b)}{2ab} \cdot \frac{v^2}{2g}$ .

Za pomocą tego wzoru na opór z tarcia w rurach, można także znaleźć prędkość i ilość wypływu, jaki dana rura oznaczonej długości wydaje przy wiadomém ciśnieniu. Zresztą wszystko jest jedno, czy rura  $KL$ , fig. 524, jest poziomą,

Fig. 524.



poziomem wody w rezerwarze. Jeżeli  $h$  jest wysokością ciśnienia,  $h_1$  wysokością oporu dla części rury przy osadzie, a  $h_2$

Opór tarcia, takąż wysokością dla dalszej części rury, to mamy:

$h - (h_1 + h_2) = \frac{v^2}{2g}$  czyli  $h = h_1 + h_2 + \frac{v^2}{2g}$ . Gdy  $\zeta_1$  oznacza współczynnik oporu dla części rury przy osadzie, a  $\zeta$  współczynnik tarcia dla dalszej części rury, to mamy:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \cdot \frac{v^2}{2g} + \zeta \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ czyli}$$

$$1) h = \left(1 + \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{v^2}{2g} \text{ i}$$

$$2) v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta_1 + \zeta \cdot \frac{l}{d}}}$$

Z ostatniego wzoru wypada masa przepływu  $Q = Fv$ .

Przy bardzo długich rurach  $1 + \zeta_1$  jest bardzo małym względem  $\zeta \frac{l}{d}$ , można więc przyjąć prościej:

$$h = \zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ a ztąd } v = \sqrt{\frac{1}{\zeta} \cdot \frac{d}{l} \cdot 2gh}$$

§ 365. Współczynnik tarcia tak jak i współczynnik wypływu, nie jest zupełnie stałym. Przy małych prędkościach jest większym, a przy większych mniejszym, to się znaczy, że współczynnik tarcia wody w rurach nie wzrasta zupełnie w stosunku kwadratów prędkości, ale jeszcze i w stosunku innej potęgi tej prędkości. Prony i Eytelwein przyjęli, że strata w wysokości ciśnienia skutkiem tarcia wzrasta w stosunku prędkości i kwadratu z téjże prędkości, i ustanowili dla téjże wzór:  $h_1 = (\alpha v + \beta v^2) \frac{l}{d}$ , w którym  $\alpha$  i  $\beta$  oznaczają współczynniki z doświadczenia. Dla oznaczenia tych współczynników, użyli oni 51 doświadczeń robionych w różnych czasach przez Coupleta, Bossuta i Du Buat z ruchem wody w długich rurach. Prony znalazł z tego

$$h_1 = (0,0000693v + 0,0013932v^2) \frac{l}{d}$$



Eytelwein  $h_1 = (0,0000894v + 0,0011213v^2) \frac{l}{d}$ , D'Aubuisson przyjmuje  $h_1 = (0,0000753v + 0,001370v^2) \frac{l}{d}$  metrów. Opór tarcis.

Jeszcze bardziej zgodza się z doświadczeniami wzór znaleziony przez autora, który jest:

$$h_1 = \left( \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}} \right) \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

i zasada się na przypuszczeniu, że opór z tarcia wzrasta razem w stosunku kwadratu i pierwiastku kwadratowego z sześcianu prędkości. Podług tego więc należy wprost położyć współczynnik oporu  $\zeta = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}}$  a wysokość oporu z tarcia

$$h_1 = \zeta \cdot \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Do oznaczenia zaś współczynnika oporu  $\zeta$ , czyli ilości stałych posiłkowych  $\alpha$  i  $\beta$ , użył autor nie tylko wziętych za zasadę w obliczeniach Eytelweina i Pronego 51 doświadczeń Coupleta, Bossuta i Du Buat, ale także 11 zrobionych przez siebie i jedno przez pana Gueymard w Grenoble. Dawniejsze doświadczenia odnosiły się tylko do prędkości, od 0,043 do 1,930 metrów, w doświadczeniach zaś autora granica prędkości posuniętą została aż do 4,648 metrów. Otwory rur w dawnych doświadczeniach były 27, 36, 54, 135 i 490 milimetrów, nowe zaś doświadczenia robione były z rurami mającymi otwory 33, 71 i 275 milimetrów. Za pomocą metody najmniejszych kwadratów znaleziono z wziętych za zasadę 63 doświadczeń

$$\zeta_1 = 0,01439 + \frac{0,0094711}{\sqrt{v}}, \text{ więc}$$

$$h_1 = \left( 0,01439 + \frac{0,0094711}{\sqrt{v}} \right) \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ metrów}$$

czyli dla miary pruskiejj

$$h_1 = \left( 0,01439 + \frac{0,016921}{\sqrt{v}} \right) \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ stóp.}$$

Opór tarcia.

§ 366. Dla ułatwienia rachunku ułożoną została następująca tablica współczynników oporu. Widziemy z niej, że zmienność tych współczynników jest znaczną, gdyż dla 0,1 metrów prędkości, współczynnik wypada = 0,0443 dla jednego metra = 0,0239 a dla 5 metrów = 0,0186.

Tablica współczynników tarcia wody.

		Dziesiętne części metra									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Całe metry	0	$\infty$	0,0443	0,0356	0,0317	0,0294	0,0278	0,0266	0,0257	0,0250	0,0244
	1	0239	0234	0230	0227	0224	0221	0219	0217	0215	0213
	2	0211	0209	0208	0206	0205	0204	0203	0202	0201	0200
	3	0199	0198	0197	0196	0195	0195	0194	0193	0193	0192
	4	0191	0191	0190	0190	0189	0189	0188	0188	0187	0187

Znajdujemy z tej tablicy współczynnik oporu odpowiedni pewnej prędkości, biorąc całości metra z pierwszej kolumny pionowej, a dziesiętne części z pierwszej poziomej, na przecięciu tych kierunków przypada odpowiedni współczynnik np. dla  $v = 1,3$  jest  $\zeta = 0,0227$ , a dla  $v = 2,8$ ,  $\zeta = 0,0193$ .

Dla Pruskich miar można przyjąć

$v$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	stóp.
$\zeta$	0,0679	0,0522	0,0453	0,0411	0,0383	0,0362	0,0346	0,0333	0,0322	

$v$	1	1¼	1½	2	3	4	6	8	12	20 stóp
$\zeta$	0,0313	0,0296	0,0282	0,0263	0,0242	0,0229	0,0213	0,0204	0,0192	0,0182

*Uwaga.* Obszerniejszą i dogodniejszą tablicę podaje „Ingenieur” stron. 458.

Dłgie rury.

§ 367. Co do ruchu wody w długich rurach czyli systemacie rur, mogą się wydarzyć do rozwiązania następujące trzy główne zadania:

1) Dane są długość  $l$  i średnica  $d$  rury, i masa mającej się przeprowadzić wody  $Q$ , szukamy zaś odpowiedniej wysokości ciśnienia. Potrzeba naprzód obrachować prędkość

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{4Q}{\pi d^2} = 1,2732 \frac{Q}{d^2},$$

następnie wyszukać w ostatniej tablicy odpowiadającego tej prędkości współczynnika oporu  $\zeta$  i nakoniec wartości  $l$ ,  $v$ ,  $\zeta$  i  $\zeta_1$ , gdzie  $\zeta_1$  oznacza współczynnik oporu dla części rury przy osadzie, wstawić w główny wzór

$$h = \left(1 + \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{v^2}{2g}.$$

2) Mając daną długość i otwór rury, jako też wysokość ciśnienia czyli spadek oznaczyć masę przepływu. Należy tu najprzód oznaczyć prędkości ze wzoru

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta_1 + \zeta \cdot \frac{l}{d}}}$$

ponieważ zaś współczynnik oporu nie jest zupełnie stałym i zmienia się cokolwiek stosownie do prędkości, to musimy już poprzednio wiedzieć  $v$  w przybliżeniu, ażeby podług tego oznaczyć  $\zeta$ .

$$\text{Z } v \text{ wypada następnie } Q = \frac{\pi d^2}{4} v = 0,7854 d^2 v.$$

3) Z wiadomej długości rury wysokości ciśnienia i masy wody znaleźć średnicę rury

$$\text{Ponieważ } v = \frac{4Q}{\pi d^2}, \text{ to } v^2 = \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{d^4},$$

$$\text{mamy więc } 2gh = \left(1 + \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d}\right) \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{d^4} \text{ czyli}$$

$$2gh \cdot \left(\frac{\pi}{4Q}\right)^2 = (1 + \zeta_1) \frac{l}{d^4} + \zeta \frac{l}{d^3}, \text{ czyli}$$

$$2gh \cdot \left(\frac{\pi}{4Q}\right)^2 d^5 = (1 + \zeta_1) d + \zeta l: \text{ ztąd średnica rury}$$

$$d = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_1) d + \zeta l}{2gh}} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2.$$

Dłgie rury.

Że zaś  $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1,6212$ ,  $1 + \zeta$ ; średnio = 1,505 a w pruskich miarach  $\frac{1}{2g} = 0,016$ , to można położyć:

$$d = 0,4817 \sqrt[5]{(1,505 \cdot d + \zeta l) \frac{Q^2}{h}} \text{ stóp.}$$

Także i ten wzór jest tylko przybliżonym, gdy wchodzi w niego nieznaną ilość  $d$ , i od  $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$  zależny współczynnik  $\zeta$ .

*Przykłady.* 1) Jaką wysokość ciśnienia należy dać układowi rur 150 stóp długiemu 5 cali średnicy, gdy tenże na minutę ma dostarczyć 25 stóp kubicznych wody? Mamy tu  $v = 1,2732 \cdot \frac{25 \cdot 12^2}{60 \cdot 5^2} = 3,056$ , ztąd więc  $\zeta$  można położyć = 0,0242, wypada przeto wysokość ciśnienia czyli całkowity spadek rur

$$h = \left(1,505 + 0,0242, \frac{150 \cdot 12}{5}\right) \cdot 0,016 \cdot 3,056^2 \\ = (1,505 + 8,712) 0,016 \cdot 9,339 = 1,527 \text{ stóp.}$$

2) Jaką masę wody dostarczy układ rur 48 stóp długi, mających 2 cale średnicy, przy 5 stopach wysokości ciśnienia? Jest

$$v = \frac{7,906 \sqrt{5}}{\sqrt{1,505 + \zeta \frac{48 \cdot 12}{2}}} = \frac{17,678}{\sqrt{1,505 + 288 \zeta}}$$

przyjąwszy tymczasowo  $\zeta = 0,020$ , otrzymujemy:

$$v = \frac{17,678}{\sqrt{7,26}} = \frac{17,678}{2,7} = 6,5, \text{ że zaś } v = 6,5 \text{ daje dokładniej}$$

$\zeta = 0,0211$ , mamy więc ściślej:

$$v = \frac{17,678}{\sqrt{1,505 + 288 \cdot 0,0211}} = \frac{17,678}{\sqrt{7,582}} = 6,42 \text{ stóp, i masę}$$

wody  $Q = 0,7854 \cdot \left(\frac{2}{12}\right)^2 \cdot 6,42 = 0,140$  stóp kubicz. czyli 242 cali kubicznych.

3) Jaką średnicę należy dać ciągowi rur 100 stóp długiemu,

który przy 5 stopach wysokości ciśnienia ma dać na sekundę  $\frac{1}{2}$  stopy Długie rury.

kubicz. wody? Mamy  $d = 0,4817 \sqrt[5]{(1,505 d + 100\zeta)} \cdot \frac{1}{3} (\frac{1}{2})^2$   
 $= 0,4817 \sqrt[5]{0,075 d + 5\zeta}$ . Czyniąc tymczasowo  $\zeta = 0,02$  otrzy-  
 mujemy  $d = 0,4817 \sqrt[5]{0,075 d + 0,100}$ , czyli w przybliżeniu

$$= 0,4817 \sqrt[5]{0,100} = 0,30 \text{ więc dokładniej}$$

$d = 0,4817 \sqrt[5]{0,0225 + 0,100} = 0,4817 \sqrt[5]{0,1225} = 0,3165$  stóp  
 $= 3,8$  cali. Średnica ta odpowiada powierzchni przecięcia poprzeczne-  
 go  $F = 0,7854 \cdot 0,3165^2 = 0,0787$  stóp kwadratowych i prędkości

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{0,5}{0,0787} = 6,35 \text{ stóp, a ta ostatnia współczynnikowi opo-}$$

ru  $\zeta = 0,0211$ , wprowadzając tę ostatnią dokładniejszą wartość, otrzy-  
 mujemy  $d = 0,4817 \sqrt[5]{0,1280} = 0,319$  stóp.

*Uwaga.* Z doświadczeń robionych z prostymi rurami drewnianymi, mającemi  $2\frac{1}{2}$  do  $4\frac{1}{2}$  cali średnicy. znalazł autor 1,75 razy tak wielki współczynnik oporu, jak przy rurach metalowych, do których odno-  
 szą się wartości podane w tablicach poprzedniego §. Gdy przeto np. dla prędkości 3 stóp w rurach metalowych  $\zeta = 0,0242$ , to dla rur dre-  
 wnianych należy położyć:  $\zeta = 0,0242 \cdot 1,75 = 0,04235$ , i kiedy w  
 przykładzie 1. znaleźliśmy dla rury metalowej 150 stóp długiej, wy-  
 sokość ciśnienia 1,527 stóp, to dla rury drewnianej  
 przy tych samych okolicznościach będzie:

$$h = (1,506 + 0,04235 \cdot 360) \cdot 0,016 \cdot 9,33 \\ = 16,75 \cdot 0,1494 = 2,50 \text{ stóp.}$$

Fig. 525.



§ 368\*) Dla rury ostrokąguwej Rury ostrokągu-  
gowe.  
 AD, fig. 525, znajdziemy opór z tarcia następu-  
 jącym sposobem. Niech będzie kąt nachylenia

ścian  $ACB = \delta$ , średnica AB ujścia  $d_1$ , średni-  
 ca DE wylotu  $= d$ , następnie długość rury  
 $KL = l$ , i prędkość wypływu (w DE)  $= v$ .

W odległości  $KM = x$  od wylotu średni-  
 ca rury  $NO = y = DE + 2KM \text{ sty} \cdot \frac{\delta}{2}$

$= d + 2x \text{ sty} \cdot \frac{\delta}{2}$ , a ztąd prędkość tamże,

Rury ostrokrę-  
gowe.

ponieważ możemy położyć  $\frac{w}{v} = \frac{d^2}{y^2}$ ,

$$w = \frac{d^2}{y^2} v = \frac{v}{\left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^2}$$

Dla części *NOPR* rury mającej długość  $MQ = \partial x$  jest po-  
dług tego wysokość oporu z tarcia:

$$\begin{aligned} \partial h &= \zeta \cdot \frac{\partial x}{y} \cdot \frac{w^2}{2g} = \zeta \cdot \frac{\partial x}{y \left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^4} \cdot \frac{v^2}{2g} \\ &= \zeta \cdot \frac{\partial x}{d \left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^5} \cdot \frac{v^2}{2g}, \end{aligned}$$

wysokość więc oporu z tarcia dla całej rury będzie:

$$h = \zeta \cdot \frac{v^2}{2gd} \int_0^l \frac{\partial x}{\left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^5},$$

Jest zaś

$$\begin{aligned} &\int \frac{\partial x}{\left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^5} \\ &= \frac{d}{2} \operatorname{dot.} \frac{\delta}{2} \int \left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^{-5} \partial \left(\frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right) \\ &= \frac{d}{8} \operatorname{doty} \frac{\delta}{2} \left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^{-4}, \text{ ztąd więc} \\ &\int_0^l \frac{\partial x}{\left(1 + \frac{2x}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^5} \\ &= \frac{d}{8} \operatorname{doty} \frac{\delta}{2} \left[1 - \left(1 + \frac{2l}{d} \operatorname{sty} \frac{\delta}{2}\right)^{-4}\right] \text{ czyli} \\ &= \frac{d}{8} \operatorname{doty} \frac{\delta}{2} \left[1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^{-4}\right] = \frac{d}{8} \operatorname{doty} \frac{\delta}{2} \left[1 - \left(\frac{d}{d_1}\right)^4\right] \end{aligned}$$

ponieważ  $d + 2l \operatorname{dot.} \frac{\delta}{2}$  wyraża średnicę  $d_1$  wylotu.

Szukana więc wysokość oporu

Rury  
ostrokřęowe.

$$h = \zeta \cdot \frac{v^2}{2gd} \cdot \frac{d}{8} \text{ doty } \frac{\delta}{2} \left[ 1 - \left( \frac{d}{d_1} \right)^4 \right]$$

$$= \frac{1}{8} \zeta \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{d_1} \right)^4 \right] \text{ doty } \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

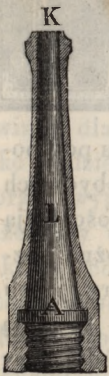
Jeżeli wylot jest daleko większym niż ujście, to można położyć  $\frac{d}{d_1} = 0$  i otrzymamy

$$h = \frac{1}{8} \zeta \text{ doty } \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

w tym więc przypadku współczynnik tarcia nie zależy zupełnie od długości rury.

*Przykład.* W munsztuku sikawki ogniowej *AK*, fig. 526, jest kąt wylotu *LK*,  $\delta = 5^\circ$ , a także kąt przy osadzie  $\delta_1 = 18^\circ$ , następnie średnica wylotu  $d = 7$  linii, a średnica przy osadzie  $d_1 = 1\frac{1}{2}$  cala = 18 linii, cała zaś długość lanej sztuki *AK* =

Fig. 526.



$l = 6$  cali = 72 linii; jak wielkim jest współczynnik oporu? Czyniąc długość sztuki przy wylocie  $KL = l_1$ , a sztuki przy osadzie  $AL = l_2$ , otrzymujemy  $l_1 + l_2 = l$  i  $l_1 \text{ sty } \frac{\delta}{2} + l_2 \text{ sty } \frac{\delta_1}{2} = \frac{d_1 - d}{2}$

wstawiając liczby

$l_1 + l_2 = 72$  i  $l_1 \text{ sty } 2\frac{1}{2}^\circ + l_2 \text{ sty } 9^\circ = 1\frac{1}{2}$ ,  
czyli  $0,04362 l_1 + 0,15838 l_2 = 5,5$  ztąd wypada  $l_1 = 49,44$  a  $l_2 = 20,56$  linii i otwór w *L*,  
gdzie obie te powierzchnie ostrokřęowe przecinają

się z sobą  $d_2 = d + 2l_1 \text{ sty } \frac{\delta}{2} = 7 + 2 \cdot 49,44 \cdot 0,04362$

= 11,3 linii. Ponieważ zaś to miejsce należy zawsze zaokrąglić, to można przyjąć  $d_2 = 13$  linii. Wypada więc dla kawałka przy wylocie

$$\left[ 1 - \left( \frac{d}{d_2} \right)^4 \right] \text{ doty } \frac{\delta}{2} = \left[ 1 - \left( \frac{7}{13} \right)^4 \right] \cdot \text{doty } 2\frac{1}{2}^\circ$$

$$= 0,9159 \cdot 22,904 = 20,98,$$

a dla kawałka przy osadzie

$$\left[ 1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 \right] \text{ doty } \frac{\delta_1}{2} = \left[ 1 - \left( \frac{13}{18} \right)^4 \right] \text{ doty } 9^\circ$$

$$= 0,7795 \cdot 6,314 = 4,92.$$

Rury ostro- dla całego więc munsztuku jest wysokość oporu  
kręgowc.

$$h = \frac{\zeta}{8} \left[ 20,98 + 4,92 \cdot \left( \frac{d}{d_2} \right)^4 \right] \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{\zeta}{8} \left[ 20,98 + 4,92 \cdot \left( \frac{7}{13} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g}$$

$$= 22,41 \frac{\zeta}{8} \cdot \frac{v^2}{2g} = 2,8\zeta \cdot \frac{v^2}{2g}, \text{ a przyjawszy } \zeta = 0,02$$

$$h = 0,056 \cdot \frac{v^2}{2g}, \text{ to jest przeszło } 5\frac{1}{2} \text{ procent wysokości prędkości, z}$$

czem także zgadzają się wykonane doświadczenia.

Układ rur. § 369. Woda z ciągu rur wypływa albo na wolne powietrze, albo też pod wodą. Oba przypadki wyobrażone są na fig. 527 i 528, w pierwszym przypadku za wysokość ci-

Fig. 527.

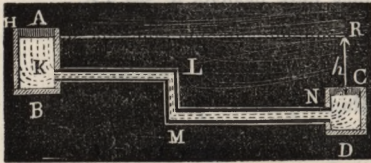
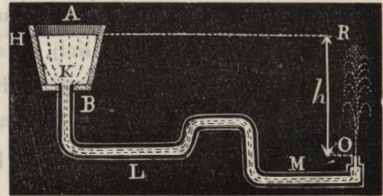


Fig. 528.



śnienia należy uważać pionowe zagłębienie  $RO$  wylotu pod poziomem wody  $A$ , a w drugim pionową odległość  $RC$  obydwóch poziomów wody. Jeżeli tylko rury w całej swjej długości mają jednakową średnią  $d$ , to w obydwu przypadkach można bezpośrednio zastosować wyprowadzone w § 367. wzory, jeżeli zaś rura w jakim miejscu rozszerza się lub zwęża, to mają miejsce rozmaite prędkości w tychże i należy dla każdej rury z osobna obrachować opór z tarcia, taki np. przypadek przedstawia układ rur z wytryskiem wyobrażony na fig. 528, gdzie wylot czyli munsztuk  $O$  węższy jest niż rura  $BLM$  doprowadzająca wodę. Oznaczywszy jak zwykle prędkość wypływu przez  $v$ , otwór wylotu  $O$  przez  $d$ , średnicę rury przez  $d_1$ , to mamy prędkość wody w rurze  $v_1 = \left( \frac{d}{d_1} \right)^2 v$ , czyniąc następnie długość rury  $ALM = l_1$  i  $\zeta =$  współczynnikowi tarcia. wypada odpowiednia wysokość tarcia:



$$k = \zeta \frac{l_1 v_1^2}{d_1 2g} = \zeta \frac{l_1}{d_1} \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Jeżeli następnie  $\zeta_1$  jest współczynnikiem oporu dla części rury  $K$  przy osadzie, a  $\zeta_2$  dla części przy wylocie, to strata wysokości ciśnienia spowodowana pierwszą częścią będzie:

$$k_1 = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

strata zaś sprawiona drugą częścią

$$k_2 = \zeta_2 \frac{v^2}{2g}$$

i ztąd mamy cały spadek

$$h = \frac{v^2}{2g} + k + k_1 + k_2 = \left[ 1 + \zeta \frac{l_1}{d_1} \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \zeta_2 \right] \frac{v^2}{2g}$$

i odwrotnie prędkość wypływu

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\zeta \frac{l_1}{d_1} + \zeta_1\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \zeta_2}}$$

Munsztuki czyli otwory któremi woda wytryskuje, powinny dla osiągnięcia znacznej wysokości wytrysku, nie tylko wodzie stawiać jak można najmniejszy opór, ale nadto tworzyć wypływ w liniach ile można równoległych, ażeby tenże przy wznoszeniu się w górę tworzył jedną długą żyłę, na którą opór powietrza mniej działa, niż na żyłę podzieloną. Z tego powodu bardziej są używane na munsztuki krótkie walcowe albo cokolwiek ostrokątne rury z zaokrąglonemi brzegami przy osadzie, niż otwory w cienkiej ścianie, lub munsztuki mające kształt żyły ściśnienia, chociaż te dają mniejszą stratę prędkości. Węzły i wypukłości jakie wychodząca żyła z tych ostatnich otworów tworzy albo też usiłuje utworzyć, dają większą sposobność zewnętrznemu powietrzu do wcisnięcia się, aniżeli żyła walcowa.

§ 370. Z prędkości z jaką woda wytryska z munsztuku, można także obrachować wysokość do jakiej się wzniesie. Jeżeli  $\delta$  jest kątem nachylenia żyły do poziomu, to mielibyśmy, gdyby żyła na żadne przeszkody wystawioną nie była, wynie-

Wytryski. sienie téjże (patrz § 38).

$$s = \frac{v^2 \text{wst. } \delta^2}{2g};$$

ponieważ jednak powietrze, a czasem przy żyłe wznoszącej się pionowo, spadająca napowrót woda przeszkadzają wznoszeniu się żyły, to wyniesienie istotne wypada cokolwiek mniejsze.

Przy żyłach jakie autor wypuszczał przez otwory w cienkich ścianach, albo przez krótkie walcowe i ostrokątne munsztuki, mające 1 centymetr średnicy, do wysokości prawie 13 1/2 st., lecz nie zupełnie pionowo, był opór powietrza prawie nic nie znaczącym, istotna bowiem wysokość wzniesienia nie wypadła nawet o 1/4 stopy mniejszą jak wysokość prędkości  $\frac{v^2}{2g}$ . Podług Mariotta (patrz tegoż Zasady Hydrostatyki i

Hydrauliki) jest dla otworu okrągłego 6 linii średnicy, przy wysokości ciśnienia 26,08 stóp, wysokość wzniesienia 24,21 stóp, a przy wysokości ciśnienia 34,96 stóp, wysokość wzniesienia 31,71 stóp; że zaś współczynnik oporu dla tego otworu (§ 347) wynosi najmniej pięć na sto, przeto odpowiednia pierwszej wysokości ciśnienia wysokość prędkości jest

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{26,08}{1,05} = 24,84 \text{ stóp,}$$

a drugiej

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{34,96}{1,05} = 33,30 \text{ stóp,}$$

strata przeto na wysokości w pierwszym razie

$$\frac{v^2}{2g} - s = 24,84 - 24,21 = 0,63 \text{ stóp,}$$

a w drugim

$$\frac{v^2}{2g} - s = 33,30 - 31,71 = 1,59 \text{ stóp;}$$

czyli w stosunku do wysokości wzniesienia s:

$$\left( \frac{v^2}{2g} - s \right) : s = \frac{0,63}{24,21} = 0,026 \text{ i}$$

$$= \frac{1,59}{31,71} = 0,050.$$

Wytryski.

Czyniąc  $\frac{v^2}{2g} = s(1 + \alpha s)$ , otrzymujemy podług tych danych w parzykłej miarze współczynnik  $\alpha$  średnio

$$\alpha = \left( \frac{v^2}{2g} - s \right) : s^2 = 0,0013 \text{ a ztąd}$$

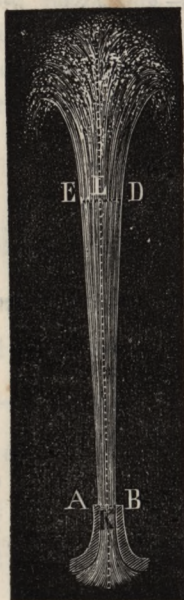
$$\frac{v^2}{2g} = s(1 + 0,0013 s),$$

i odwrotnie w przybliżeniu

$$s = \frac{v^2}{2g} \left( 1 - 0,0013 \cdot \frac{v^2}{2g} \right).$$

*Przykład.* Gdy w fontannie rura doprowadzająca wodę 150 stóp długości ma 2 cale średnicy, i gdy ostrokągowy munsztuk takowej ma  $\frac{1}{2}$  cala średnicy i współczynnik oporu  $\zeta_2 = 0,08$ , jak wysoko woda będzie wybijać przy 40 stopach wysokości ciśnienia? w przypuszczeniu że prócz tarcia wszystkie inne opory w rurze są tak małe, że je można pominąć. Jest tu, gdy  $\zeta = 0,025$ ,  $\zeta = 0,0$ ,

Fig. 529.



$$\zeta_2 = 0,08, \left( \frac{d}{d_1} \right)^4 = \left( \frac{1}{4} \right)^4 = \frac{1}{256}$$

$$\text{i } \frac{l_1}{d_1} = \frac{350}{2/12} = 2100, \text{ wysokość prędkości}$$

wypływu

$$\begin{aligned} \frac{v^2}{2g} &= \frac{h}{1 + \zeta \frac{l_1}{d_1} \cdot \left( \frac{d}{d_1} \right)^4 + \zeta_2} \\ &= \frac{40}{1,08 + 0,025 \cdot 2,100 \cdot \frac{1}{256}} = \frac{40}{1,287} \\ &= 31,08 \text{ stóp, a ztąd szukana wysokość wytrysku przy spokojnym powietrzu} \\ s &= 31,08 (1 - 0,0013 \cdot 31) = 31,08 - 1,25 \\ &= 29,83 \text{ stóp.} \end{aligned}$$

*Uwaga \*).* Założywszy że powietrze taki sam opór stawia wznoszącej się żyły wodnej, jak powierzchnia rury, można wysokość wytrysku oznaczyć następującym sposobem.

Jeżeli  $w$  jest prędkością, a  $y$  średnicą  $DE$ , żyły  $ABC$ , fig. 530, w odległości  $KL = x$  od otworu, to mamy

Wytryski. bez względu na przeszkodę jaką powietrze sprawia:

$$x = \frac{v^2}{2g} - \frac{w^2}{2g},$$

czyli ponieważ należy położyć  $v^2 d = w^2 y$ ,

$$x = \left[ 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g}.$$

Jeżeli  $\zeta$  jest współczynnikiem oporu powietrza, to mamy odpowiednią stratę na wysokości wytrysku

$$= \int_0^x \frac{\partial x}{y} \cdot \frac{w^2}{y} = \zeta \int_0^x \frac{\partial x}{y} \cdot \left( \frac{d}{y} \right)^4 \frac{v^2}{2g} \quad (\text{porównaj § 368})$$

i ztąd jest

$$x = \left[ 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g} - \int \frac{\partial x}{y} \cdot \left( \frac{d}{y} \right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

mamy zaś w przybliżeniu

$$\partial x = -d^4 \cdot \frac{v^2}{2g} \partial \left( \frac{d}{y} \right)^{-4} = 4d^4 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot y^{-5} \partial y,$$

ztąd wypada

$$\begin{aligned} x &= \left[ 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g} - \zeta \int_d^y d^4 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot y^{-6} \cdot \left( \frac{d}{y} \right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} \partial y \\ &= \left[ 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g} - 4 \zeta d^8 \left( \frac{v^2}{2g} \right)^2 \cdot \int_d^y y^{-10} \partial y \\ &= \left[ 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g} - \frac{4}{9} \zeta d^8 \left( \frac{v^2}{2g} \right)^2 \cdot \left( d^{-9} - y^{-9} \right) \\ &= \frac{v^2}{2g} \left( 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^4 + \frac{4}{9} \zeta \frac{v^2}{2gd} \left[ 1 - \left( \frac{d}{y} \right)^9 \right] \right). \end{aligned}$$

Dla całej żyły mamy zaś  $x = s$ , i  $\left( \frac{d}{y} \right)^4 =$  blisko zera, ztąd więc

$$s = \left( 1 + \frac{4}{9} \zeta \frac{v^2}{2gd} \right) \cdot \frac{v^2}{2g}, \text{ jako też odwrotnie}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \left( 1 + \frac{4}{9} \zeta \frac{s}{d} \right) s.$$

Przy doświadczeniach Marjotta było  $d = \frac{1}{2}$  cala  $= \frac{1}{24}$  stopy, ztąd  $\frac{4}{9} \zeta \cdot \frac{s}{d} = 24 \cdot \frac{4}{9} \zeta s = 0,0013 s$ , to jest potrzeba po-

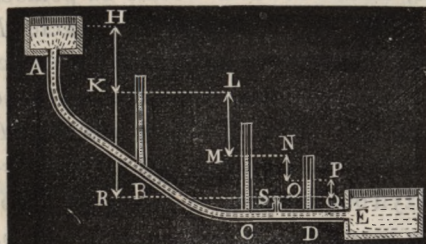
$$\text{łożyć } \frac{4}{9} \zeta = \frac{0,0013}{24} = 0,000054, \text{ a}$$

$$\frac{v^2}{2g} = s \left( 1 + 0,000054 \frac{s}{d} \right).$$

§ 371. Straty ciśnienia na jakie woda jest wystawiona, przy przechodzie przez układ rur  $ABCD$ , fig. 530, skutkiem zwężeń, tarcia i t. p., można mierzyć kolumnami wody, jakie

Piezometr.

Fig. 530.



utrzymują się w pionowo ustawionych rurkach  $BK, CM, DO$ , które jeżeli wyłącznie do tego służą, zowiemy Piezometrami, (Піезометр, Пиезометръ).

Gdy  $v$  jest prędkością wody w miejscu  $B$  gdzie jest osadzonym piezometr,  $l$  długością,  $d$  średnicą części rury  $AB$ ,  $h$  wysokością ciśnienia czyli odległością punktu  $B$  pod poziomem wody, gdy następnie  $\zeta_1$  jest współczynnikiem oporu przy wejściu wody z rezerwoaru do rury, a  $\zeta$  współczynnikiem tarcia, to mamy na wysokość piezometru mierzącego ciśnienie w punkcie  $B$

$$z = h - \left( 1 + \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d} \right) \frac{v^2}{2g}.$$

Gdy dalej długość części rury  $BC = l_1$  a spadek téjże  $= h_1$  to mamy wysokość piezometru w  $C$ :

$$z_1 = h + h_1 - \left( 1 + \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d} + \zeta \frac{l_1}{d} \right) \frac{v^2}{2g}$$

z ąd różnica wysokości piezometrów: |

$z_1 - z = h_1 + \zeta \frac{l_1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ , odwrotnie wypada z tego wysokość oporu dla części rury  $BC$ :

$\zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = h_1 + z - z_1 =$  spadkowi rury więcéj różnicą wysokości piezometrów.

Widziemy z ąd, że piezometry mogą służyć do ocenienia |

Piezometr.

oporów jakich woda doznaje w rurach. Jeżeli w rurze znajduje się przypadkowa przeszkoda, np. jeżeli w tej zatrzymało się małe ciało, to natychmiast to przez opadnięcie piezometru wskazanem zostanie, i wielkość sprawionego oporu oznaczy się. Opory jakie rządzą przyrządy służące do regulowania jak np. kurki, kłapy i t. p., o których mówić będziemy w następującym rozdziale, można również ocenić za pomocą wysokości piezometrów. I tak np. piezometr w punkcie  $D$  stoi niżej niż w  $C$ , nie tylko z przyczyny tarcia wody w części rury  $CD$ , ale i z powodu zwężenia jakie kłapa  $S$  w tej rurze sprawuje. Jeżeli przy zupełnie otwartej kłapie, różnica  $NO$  stanów piezometrów  $= h_1$ , a przy zastawionej, ta różnica wynosi  $h_2$ , to nowa różnica czyli obniżenie  $h_2 - h_1$  wyraża wysokość oporu, odpowiadającą przejściu wody przez to zwężenie. Nakoniec ze stanów piezometrów można także obrachować prędkość wypływu. Gdy stan piezometru  $PQ = z$ , długość ostatniej części rury  $DE = l$ , a średnica téjże  $= d$ , to mamy:

$$z = \zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ ztąd } v = \sqrt{\frac{2gz}{\frac{l}{\zeta d}}} = \sqrt{\frac{d}{l} \cdot \frac{2gz}{\zeta}}$$

*Przykład.* Gdy stan piezometru  $PQ = z$ , fig. 530, wynosi  $\frac{3}{4}$  stopy, a długość rury  $DE$  wzięta od piezometru do wylotu 150 stóp i średnica  $3\frac{1}{2}$  cali czynią, to wypada prędkość wypływu

$$v = 7,906 \sqrt{\frac{3,5}{150 \cdot 12} \cdot \frac{0,75}{0,025}} = 7,906 \cdot 0,2415 = 1,91 \text{ stóp,}$$

$$\text{a masa wypływu } Q = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{3,5}{12}\right)^2 \cdot 1,91 = 0,127 \text{ stóp kubicz.}$$

*Uwaga.* Ruchowi wody w rurach łatwo może przeszkadzać powietrze, wydzielające się z wody, albo też wciskające się z zewnątrz. Ażeby ani jedno ani drugie nie miało miejsca, trzeba przy zakładaniu rur na to uważać, ażeby ciśnienie w każdym miejscu tychże było dodatnem, czyli raczej ażeby było większem od ciśnienia powietrza atmosferycznego, ażeby więc w każdym piezometrze stała pewna kolumna wody. Podług tego więc potrzeba zawsze, żeby

$h > \left(1 + \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{v^2}{2g}$ ; aby np. stan wody w rezerwoarze, z którego woda przyplywa, przynajmniej cokolwiek przewyższał wysokość prędkości wody w rurze, gdyż inaczej można się obawiać że rura wciągać będzie w wirze powietrze.

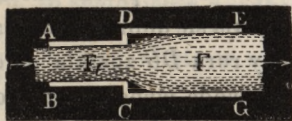
ROZDZIAŁ IV.

**o przeszkodach jakich doznaje woda przy przejściu przez zwężenia.**

§ 372 Zmiany przecięć poprzecznych w rurze, lub innym rezerwoarze, z którego woda wypływa, powodują zmianę w prędkości wody. Prędkość jest odwrotnie proporcjonalną do przecięcia poprzecznego żyły płynącej, im większym jest naczynie tém mniejszą jest prędkość, i im węższy otwór tém większą prędkość przepływającej wody. Jeżeli przecięcie poprzeczne naczynia zmienia się raptownie, jak np. na fig. 531, rury ACE, to także i prędkość ulega raptownej zmianie, a

Raptowne rozszerzenie.

Fig. 531.



z tém połączoną jest znowu strata w sile żywej, czyli odpowiednie zmniejszenie wysokości ciśnienia. Tę stratę można zupełnie tak obliczyć, jak stratę pracy przy uderzeniu się ciał niesprężystych (p.

§ 275). Każda cząstka wody przechodząca z węższej rury BD w szerszą DG uderza o masę wody idącą wolniej i po uderzeniu z nią razem postępuje. Zupełnie tak samo jest przy spotkaniu się ciał stałych niesprężystych, i te ciała po uderzeniu postępują także ze wspólną prędkością. Gdyśmy więc znaleźli że strata pracy przy uderzeniu tych ciał

Raptowne roz-  
szerzenie.

$$L = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \cdot \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2},$$

to możemy tu, ponieważ uderzająca cząstka wody jest nieskończenie małą względem uderzonej masy wody  $G_2$ , położyć

$$L = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} G_1, \text{ a ztąd odpowiednią stratę na wysokości}$$

$$\text{ciśnienia: } h = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}.$$

Przez raptowną przeto zmianę prędkości powstaje strata w wysokości ciśnienia, której miarą jest odpowiadająca tej zmianie wysokość prędkości.

Jeżeli przeto przecięcie poprzeczne rury  $AC = F_1$  a drugiej rury  $CE = F$ , prędkość wody w pierwszej  $= v_1$  a w drugiej  $= v$ , to mamy  $v_1 = \frac{Fv}{F_1}$ , ztąd stratę w wysokości ciśnienia przy przejściu z jednej rury do drugiej

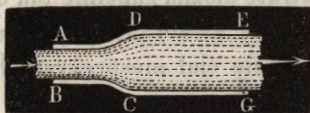
$$h_1 = \left( \frac{F}{F_1} - 1 \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

i odpowiedni jeszcze przez Borda znaleziony współczynnik oporu

$$\zeta = \left( \frac{F}{F_1} - 1 \right)^2.$$

Robione w tym przedmiocie doświadczenia przez autora

Fig 532.



zgadza się dobrze z teorią, ażeby rura  $DG$  została należyście wodą wypełnioną, potrzeba ażeby była nie bardzo krótką i nie wiele szerszą od rury  $AC$ . Strata ta zupełnie znika, jeżeli jak na fig. 532 wyobrażono, przez zaokrąglenie krawędzi jest zrobioném łagodne przejście z jednej rury do drugiej.

*Uwaga.* Znalazona wysokość ciśnienia  $h_1 = \left( \frac{F}{F_1} - 1 \right)^2 \frac{v^2}{2g}$

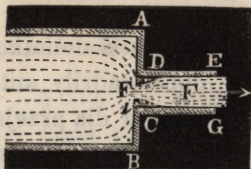


nie może zniknąć bez śladu i należy raczej przyjąć, że jej odpowiednia Raptowne rozszerzenie.  
praca mechaniczna obraca się na rozdzielenie i sprawienie ruchu wirowego cząstek wody tworzących poprzednio jedną całość.

*Przykład.* Gdy średnica jednej rury w połączeniu takim jak na fig. 531, jest dwa razy większa od drugiej, to jest  $\frac{F}{F_1} = (2/1)^2 = 4$  ztąd współczynnik oporu  $\zeta = (4 - 1)^2 = 9$ , a odpowiednia wysokość oporu, dla przejścia z węższej rury do szerszej  $= 9 \cdot \frac{v^2}{2g}$ . Jeżeli prędkość wody w ostatniej rurze  $= 10$  stóp, to wysokość oporu  $= 9 \cdot 0,016 \cdot 10^2 = 14,4$  stóp.

§ 373. Raptowna zmiana prędkości, ma także i wtenczas miejsce, gdy woda z naczynia *AB*, fig. 533, wchodzi do

Fig. 533.



wąskiej rury *DG*, i zarazem przy wejściu *CD* osadzoną jest przegroda, której otwór jeszcze jest mniejszym niż przecięcie poprzeczne rury *DG*. Jeżeli powierzchnia zwężenia  $= F_1$ , a  $\alpha$  jest współczynnikiem ściśnienia, to mamy

przecięcie poprzeczne ściśnionej żyły wodnej  $F_2 = \alpha F_1$ , gdy zaś  $F$  jest przecięciem poprzecznym rury, a  $v$  prędkością wypływu, to znajdziemy prędkość w ściśnionym przecięciu  $F_2 : v_2$

$= \frac{F}{\alpha F_1} v$ , ztąd stratę w wysokości ciśnienia przy przejściu z

$F_2$  w  $F$ , czyli z  $v_2$  w  $v$ :

$$h = \frac{(v_2 - v)^2}{2g} = \left( \frac{F}{\alpha F_1} - 1 \right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

i odpowiedni współczynnik oporu  $\zeta = \left( \frac{F}{\alpha F_1} - 1 \right)^2$ .

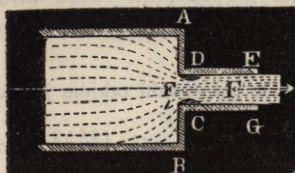
Bez przegrody otrzymujemy zwykłą rurkę dodatkową,

fig. 534, ztąd jest tu  $F = F_1$  a  $\zeta = \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$ .

Przyjmując  $\alpha = 0,64$  mamy

Raptowne roz-  
szerzenie.

Fig. 534.



$$\zeta = \left( \frac{1-0,64}{0,64} \right)^2 = \left( \frac{9}{16} \right)^2 = 0,316.$$

Że zaś współczynnik oporu dla przejścia przez otwór w cienkiej ścianie jest prawie 0,07, to tu, gdzie woda jeszcze  $\frac{1}{\alpha}$  razy tak prędko wypływa, jak w ściśnionej

żyłe będzie odpowiednia wysokość oporu

$$= 0,07 \cdot \left( \frac{v}{\alpha} \right)^2 \cdot \frac{1}{2g} = 0,07 \cdot \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{0,07}{0,41} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,171 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Łącząc te dwa opory otrzymujemy całkowitą wysokość oporu dla wypływu przez krótką rurkę dodatkową

$$= 0,316 \frac{v^2}{2g} + 0,171 \frac{v^2}{2g} = 0,49 \frac{v^2}{2g}, \text{ gdy tymczasem wyżej znaleźliśmy } 0,50 \frac{v^2}{2g}.$$

Doświadczenia z wypływem wody przez rurki dodatkowe ze zwężonem wejściem jak na fig. 533, doprowadziły autora do następującego wniosku. Współczynnik oporu dla przejścia przez cienką przegrodę i dla wejścia w rurę obszerniejszą, można wyrazić przez wzór  $\zeta = \left( \frac{F}{\alpha F_1} - 1 \right)^2$  należy tylko położyć:

dla $\frac{F_1}{F}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\alpha$	0,616	0,614	0,612	0,610	0,607	0,605	0,603	0,601	0,598	0,596

a wypada

$\zeta$	231,7	50,99	19,78	9,612	5,256	3,077	1,876	1,169	0,734	0,486
---------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Podług tego jest np. dla przypadku gdzie zwężone przecięcie jest tylko połową przecięcia poprzecznego rury, współ-

czynnik oporu  $\zeta = 5,256$ , to jest: przejście przez to zwężenie wymaga wysokości  $5\frac{1}{4}$  razy większej jak wysokość prędkości. Raptowne rozszerzenie.

*Przykład.* Jaką masę wypływu daje wyobrazony na fig. 533, przyrząd, gdy wysokość ciśnienia =  $1\frac{1}{2}$  stopy, średnica kołowego zwężenia  $1\frac{1}{2}$  cala, a średnica rury 2 cale wynosi? Mamy tu

$$\frac{F_1}{F} = \left(\frac{1\frac{1}{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} = 0,56 \text{ ztąd}$$

$$\alpha = 0,606; \text{ a } \zeta = \left(\frac{16}{9 \cdot 0,606} - 1\right)^2 = \left(\frac{16 - 5,454}{5,454}\right)^2$$

$$= \left(\frac{10,546}{5,454}\right)^2 = 3,74. \text{ Czyniąc teraz } h = (1 + \zeta) \frac{v^2}{2g}, \text{ otrzymu}$$

$$\text{jemy prędkość wypływu } v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta}} = \frac{7,906\sqrt{15}}{\sqrt{4,74}} = 4,45 \text{ stóp,}$$

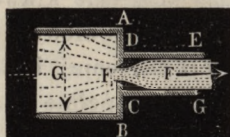
$$\text{a więc masa wypływu } Q = \frac{\pi d^2}{4} v = \frac{\pi}{4} \cdot 4 \cdot 12 \cdot 4,45 = 53,4 \cdot \pi$$

= 168 cali kubicznych.

§ 374. W rozbieżnym w ostatnim paragrafie przypadku, woda przychodzi z wielkiego naczynia, można więc ściśnienie uważać za zupełne, jeżeli zaś przecięcie poprzeczne naczynia albo żyły wodnej przybywającej do zwężenia jest bardzo wielkiem w porównaniu z przecięciem  $F_1$  zwężenia, fig. 535, to ściśnienie jest niezupełnem, a ztąd odpowiedni

Wpływ niezupełnego ściśnienia.

Fig. 535.



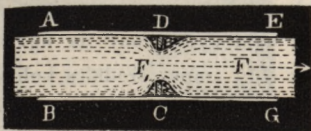
współczynnik oporu mniejszym, jak w wyżej uważanym wypadku. Zachowując poprzednie oznaczenia, mamy i tu wysokość oporu, czyli zużytą skutkiem przejścia przez zwężenie wysokość ci-

$$\text{śnienia } h = \left(\frac{F}{\alpha F_1} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}, \text{ tylko za}$$

$\alpha$  potrzeba podstawiać wartości zmienne, a mianowicie tym większe, im większym jest stosunek  $\frac{F_1}{G}$  pomiędzy przecięciem poprzecznym zwężenia i rury doprowadzającej  $AB$ . Jeżeli

Wpływ niezupełnego przeżroda  $CD$  znajduje się w rurze  $AG$  mającej jednakową szerokość, fig. 536, to ma

Fig. 536.



miejsce zupełnie to samo oznaczenie, tylko współczynnik  $\alpha$  zależy natenczas od  $\frac{F_1}{F}$ .

Podług doświadczeń robionych przez autora, należy we wzór  $\zeta = \left(\frac{F}{\alpha F_1} - 1\right)^2$  dla współczynnika oporu położyć:

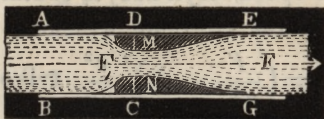
gdy $\frac{F_1}{F} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\alpha$	0,624	0,632	0,643	0,659	0,681	0,712	0,755	0,813	0,892	1,000

a wypada

$\zeta$	225,9	47,77	17,50	7,801	3,753	1,796	0,797	0,290	0,060	0,000
---------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Straty te zmniejszają się, gdy przez zaokrąglenie krawędzi zmniejszonym albo znie-

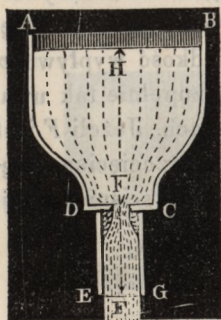
Fig. 537



sionem jest ciśnienie, i można je prawie zupełnie usunąć, gdy jak na fig. 537, osadzimy wewnątrz rurę  $MN$  zwolna się rozszerzającą.

*Przykład.* Jaka wysokość ciśnienia jest potrzebną, ażeby wyobrażony na fig. 538, przyrząd dał na minutę 8 stóp kub. wody? Je-

Fig. 539.



Jeżeli otwór przegrody  $F_1 = 1\frac{1}{2}$  a otwór rury wypływu  $DG = 2$  cale, i spodnia szerokość rury przyływowej  $AC = 3$  cale, to mamy

$$\frac{F_1}{G} = \left(\frac{1\frac{1}{2}}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}, \text{ ztąd } \alpha = 0,637,$$

$$\text{następnie } \frac{F}{F_1} = \left(\frac{2}{1\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9},$$

a współczynnik oporu

$$\zeta = \left(\frac{16}{9 \cdot 0,637} - 1\right)^2 = \left(\frac{10,267}{5,733}\right)^2$$

$$= 3,207 \text{ wypada więc prędkość wypływu}$$

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 8}{60 \cdot \pi \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{19,2}{\pi} = 6,112$$

stóp, a ztąd szukana wysokość ciśnienia

$$h = (1 + \zeta) \frac{v^2}{2g} = 4,207 \cdot 0,016 \cdot 6,112^2 = 2,51 \text{ stóp.}$$

§ 375. Woda poruszająca się w rurach doznaje szczególnych przeszkód, gdy rury są łamane, czyli gdy tworzą tak zwane kolana. Oporów tych nie można dokładnie obrać, chować za pomocą teorii i z tego powodu musiano je oznaczyć drogą doświadczeń. Rury łamane.

Gdy rura  $ACB$ , fig. 539, tworzy kolano, to żyła wody

Fig. 539.

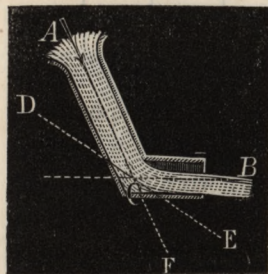
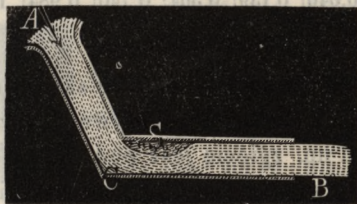


Fig. 540.



skutkiem siły odśrodkowej oddziela się od wewnętrznej powierzchni drugiej części rury; jeżeli rura jest krótką ustaje pełny wypływ a ztąd i masa wypływu wypada mniejszą.

Rury łamane. jak w równie długiej prostej rurze. Jeżeli zaś ta druga część  $CB$  rury łamanej  $ACB$ , fig. 540, jest długą, to za zakrzywieniem tworzy się wir  $S$ , i przy zupełnie wypełnioném przecięciu poprzeczném ma miejsce mniejsza prędkość wypływu  $v$ . Zmniejszenie to prędkości wypływu należy zupełnie tak uważać, jak opór, jaki sprawiają zwężenia w rurach. Jeżeli  $F$  jest przecięciem poprzeczném rury, a  $F_1$  takim przecięciem zwężonej żyły w punkcie  $S$ , to mamy współczynnik ściśnienia tejże:  $\alpha = \frac{F_1}{F}$  a ztąd odpowiedni współczynnik oporu

$$\zeta = \left( \frac{F}{F_1} - 1 \right)^2 = \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2.$$

Współczynnik ściśnienia  $\alpha$ , a ztąd i odpowiedni współczynnik oporu zależy od połowy kąta zбочzenia  $\delta = ACD = BCE = \frac{1}{2} BCF$ , fig. 539, i podług robót autora jest w znacznej liczbie doświadczeń:

$$\zeta = 0,9457 \text{ wst. } \delta^2 + 2,047 \text{ wst. } \delta^4.$$

Następująca mała tablica przedstawia szereg obliczonych podług tego wzoru współczynników oporu, dla rozmaitych kątów zбочzenia.

$\delta^\circ$	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70
$\zeta$	0,046	0,139	0,364	0,740	0,984	1,260	1,556	1,861	2,158	2,431

Widziemy z niej, że skutkiem zgięć w rurach powstają wielkie straty w sile żywej wody poruszającej się w rurach, jeżeli np. zgięcie jest pod kątem prostym, więc  $\delta = 45^\circ$ , to mamy spowodowaną przez to zgięcie stratę w wysokości ciśnienia:

$$h = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,984 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

więc prawie równą wysokości prędkości.

Jeżeli po kolanie  $ABC$ , fig. 541, następują zaraz inne ko

lana nie przedzielone od tegoż długimi rurami pośrednimi, jak np. na fig. 542 i 543, to mają miejsce szczególne okoli-

Fig. 541.

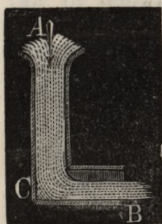


Fig. 542.

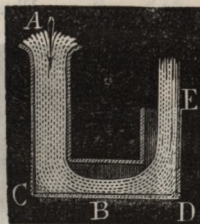
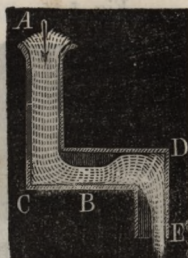


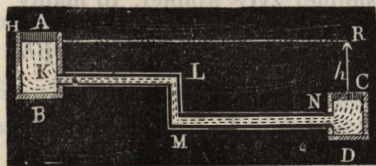
Fig. 543.



czności wypływu, które jednak łatwo można objaśnić. Drugie kolano *BDE*, fig. 543, które żyłę wodną ku tej samej stronie przyciąga, jak i pierwsze *ACB*, nie sprawia większego ściśnienia żyły,  $\zeta$  więc przy pełnym wypływie nie jest tu większém niż przy pojedynczém kolanie *ACB*. Jeżeli zaś kolano *BDE* fig. 543 przyciąga żyły z przeciwnej strony, to ściśnienie jest podwójném, a  $\zeta$  i współczynnik oporu dwa razy tak wielki jak przy pojedynczém kolanie. Jeżeli nakoniec *BDE* tak jest osadzoném, że *DE* jest pionowem do *CBD*, to  $\zeta$  prawie  $1\frac{1}{2}$  raza tak wielka jak przy samém tylko kolanie *ABC*.

Przykład. Jeżeli układ rur *BLN*, fig. 544, długi stóp 150, średnicy 5 cali, mający dostarczyć

Fig. 544.



na minutę 25 stóp kubicznych wody, ma dwa zgięcia prostokątne, to potrzebna wysokość ciśnienia jest:

$$h = (1,505 + 8,712 + 2,0,984) \frac{v^2}{2g}$$

$= 12,185 \cdot 0,1494 = 1,82$  stóp. (Porównaj § 367, przykład pierwszy).

§ 376. Rury wygięte przedstawiają daleko mniej opór przy tych samych okolicznościach jak rury łamane. Także i one sprawiają, skutkiem siły odśrodkowej wody, czę-

Rury wygięte. ściowe ściśnienie żyły wodnej  $ABD$ , fig. 544, tak, że jeżeli do wygiętej rury nie przytyka dłuższa rura prosta, to przecięcie poprzeczne  $F_1$  żyły przy wyjściu z rury jest mniejszem od

Fig. 545.

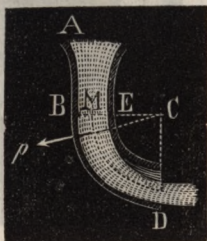
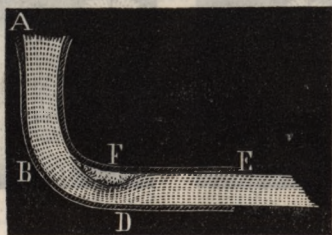


Fig. 546.



przecięcia poprzecznego  $F$  rury. Jeżeli zaś wygięcie  $ABD$ , fig. 546, przechodzi w dłuższą prostą rurę  $BE$ , to tworzy się znowu wir  $S$ , i ze stratą siły żywej wody, ma miejsce pełny wypływ. Jeżeli współczynnik ściśnienia  $\frac{F_1}{F} = \alpha$ , to mamy tak-

że współczynnik oporu z zakrzywienia  $\zeta = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2$ .

Współczynnik ściśnienia  $\alpha$  zależy od stosunku  $\frac{a}{r}$  połowy średnicy rury  $BM = EM = a$  i promienia krzywosci  $CM = r$  osi rury, i można go w przybliżeniu następującym sposobem oznaczyć. Jeżeli  $v$  jest prędkością wody przy wejściu w zakrzywienie, a  $v_1$  prędkością ściśnionej żyły wodnej, to mamy  $v_1 F_1 = vF$ , ztąd  $v_1 = \frac{F}{F_1} v$ , a ztąd mierząca ciśnienie w  $BE$

wysokość ciśnienia  $h = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} = \left[\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 - 1\right] \frac{v^2}{2g}$ . Mno-

żąc tę wysokość przez  $1$  i przez  $\gamma$ , wypada ciśnienie żyły wodnej w punkcie  $E$  na jedność powierzchni we wszystkich kierunkach:

$$p = h\gamma = \left[\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 - 1\right] \frac{v^2}{2g} \gamma = \left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 - 1\right] \frac{v^2}{2g} \gamma.$$

Ponieważ siła odśrodkowa wody na wypukłej stronie dzia-



ła w kierunku przeciwnym jak ciśnienie  $p$ , to może być wypadek że zupełnie go znieśie. W tym razie, wciska się zewnętrzne powietrze, i żyła zupełnie odziera się od wypukłej części, jak to wyobrażono na fig. 547 i 548. Siła odśrodkowa

Fig. 547.

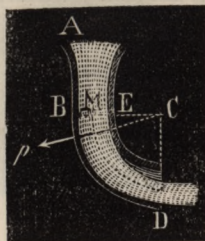
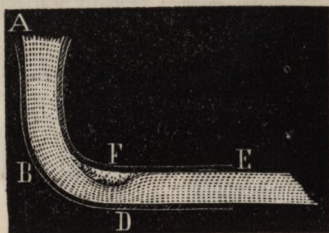


Fig. 548.



graniastosłupa wody mającego długość  $BE = 2a$  i przecięcie poprzeczne  $= 1$ , jest przy promieniu krzywości  $CM = r$ ,

$q = \frac{v^2}{gr} 2a\gamma$ , czyniąc więc  $p = q$  wypada warunek rozdarcia:

cia:  $\frac{1}{\alpha^2} - 1 = \frac{4a}{r}$ , ztąd współczynnik ściśnienia  $\alpha = \sqrt{\frac{r}{r+4a}}$ ,

a współczynnik oporu przy pełnym wypływie

$$\zeta = \left( \sqrt{\frac{r+4a}{r}} - 1 \right)^2.$$

Ponieważ dla wyprowadzenia tego wzoru, wzięto za zasadę średnią prędkość i średni promień krzywości, to prowadzi on tylko do przybliżonego oznaczenia wartości  $\alpha$  i  $\zeta$ .

Z doświadczeń autora i z kilku wypadków postrzeżeń D u Bu a t a wyprowadził autor następujące empiryczne wzory na współczynniki oporu przy przejściu wody przez wygięcia:

1) dla zgięcia z przecięciem poprzecznym kołowym

$$\zeta = 0,131 + 1,847 \left( \frac{a}{r} \right)^{1/2};$$

2) Dla rur zgiętych z przecięciem poprzecznym kwadrat.

$$\zeta = 0,124 + 3,104 \left( \frac{a}{r} \right)^{1/2},$$

Podług tych wzorów obliczone zostały następujące tablice:

Rury wygięte.

TABLICA I.

Współczynniki oporu zakrzywień w rurach z przecięciem poprzecznym kołowym.

$\frac{a}{r}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\zeta$	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978

TABLICA II.

Współczynniki oporu zakrzywień w rurach z przecięciem poprzecznym kwadratowym

$\frac{a}{r}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\zeta$	0,124	0,135	0,180	0,250	0,398	0,643	1,015	1,546	2,271	3,228

Ztąd okazuje się, że w rurach okrągłych, których promień krzywości jest dwa razy większym niż promień rury, współczynnik oporu jest = 0,294, a w rurach których promień krzywości najmniej dziesięć razy jest większym niż promień rury, tenże współczynnik wypada = 0,131.

Ażeby przeszkodzić ścisnieniu wody w krzywej rurze *ABD*, fig. 549, należy przecięcie poprzeczne rury zwolna tak zwężyć, ażebym przecięcie poprzeczne  $DH = F_1$  wylotu, było do przecięcia poprzecznego  $BE = F$  wejścia, w stosunku

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\zeta + 1}}$$

Jeżeli po zagięciu *BD*, fig. 547, następuje jeszcze drugie

wygięcie, które żyłę wodną w tę samą stronę odprowadza, tworzy np. osł rury półokrąg *BDE*, fig. 550, to ściśnienie nie  
Fig. 551.

Fig. 549.

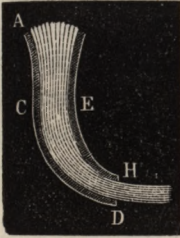
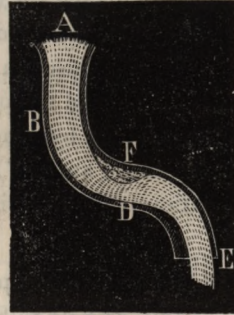
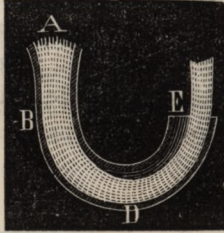


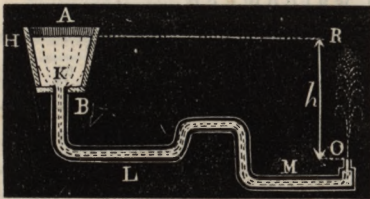
Fig. 550.



zmienia się i  $\alpha$  i  $\zeta$  zachowują prawie téż same wartości jak w rurze tworzącej tylko czwartą część koła, wyobrażonej na fig. 547, jeżeli zaś przyłącza się wygięcie *DE*, fig. 551, które przyciąga żyłę z przeciwnej strony, to tworzy się wir *S* i ma miejsce w témże drugie ściśnienie żyły, skutkiem którego opór ( $\zeta$ ) prawie podwaja się.

Przykład. Jeżeli układ, rur *BLM*, fig. 552 w przykładzie 2. § 367 otrzymuje pięć zagięć, z których każde  $90^\circ$  wynosi i ma promień krzy-

Fig. 552.



wości = 2 calom, to mamy  $\frac{a}{r} = \frac{1}{2}$

i podług pierwszej z wyżej podanych tablic odpowiedni współczynnik oporu  $\zeta = 0,294$  a zatem dla wszystkich pięciu zagięć  $5\zeta = 1,47$ , a ztąd prędkość wypływającej wody zamiast

$$v = \frac{17,678}{\sqrt{7,582}} = 6,42 \text{ stóp, jest}$$

$$v = \frac{17,678}{\sqrt{7,582 + 1,47}} = \frac{17,678}{\sqrt{9,052}} = 5,876 \text{ stóp,}$$

masa wypływu przeto na sekundę:

$$Q = 0,7854 \cdot \frac{1}{36} \cdot 5,876 = 0,1282 \text{ stop. kub.} = 221 \text{ cali kub.}$$

Zasówki, kłapy,  
kurki

§ 377. Do regulowania wypływu wody z rur używają się zasówki, kurki, kłapy i wentyle, zapinocą których sprawiają się zwężenia stawiające przepływającą wodzie opory, mogące się w podobny sposób jak w poprzednim paragrafie oznaczyć. Gdy jednak tu woda doznaje jeszcze rozmaitych zmian kierunku i podziałużyły, to nie można było bezpośrednio oznaczyć współczynników  $\alpha$  i  $\zeta$ , lecz do ich wynalezienia potrzebnymi były oddzielne doświadczenia. Doświadczenia te robił także autor (\*) i główne wypadki tychże podane są w następujących tablicach.

TABLICA I.

Współczynników oporu przy przejściu wody przez zasówki czyli szybry (Schieber, zasovy; Schubventiletiroirs), w rurach graniastostłupowych.

Stosunek przecięć poprzecznych $\frac{F_1}{F}$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
Współczynnik oporu $\zeta$	0,00	0,09	0,39	0,95	2,08	4,02	8,12	17,8	44,5	193

TABLICA II.

Współczynników oporu przy przejściu wody przez zasówki w rurach walcowych.

Wysokość położenia $s$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
Stosunek przecięć	1,000	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
Współczynnik oporu $\zeta$	0,00	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8

(\*) Versuche über den Ausfluss des Wassers durch Schieber Hähne, Klappen und Ventile, angestellt und berechnet von Jul. Weisbach, albo pod tytułem: „Untersuchungen im Gebiete der Mechanik und Hydraulik“ u. s. w. Leipzig, 1842.

TABLICA III.

Współczynników oporu przy przejściu wody przez kurki (Hahn; краны, robinet), w rurach graniastopowych.

Zasówki, kłapy, kurki.

Kąt położenia	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	66 <sup>3</sup> / <sub>4</sub>
Stosunek przecięć poprzecznych	0,926	0,849	0,769	0,687	0,604	0,520	0,436	0,352	0,269	0,188	0,110	0
Współczynnik oporu	0,05	0,31	0,88	1,84	3,45	6,15	11,2	20,7	41,0	95,3	275	∞

TABLICA IV.

Współczynników oporu przy przejściu wody przez kurki w rurach walcowych.

Kąt położenia	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Stosunek przecięć poprzecznych	0,926	0,850	0,772	0,692	0,613	0,535	0,458
Współczynnik oporu	0,05	0,29	0,75	1,56	3,10	5,47	9,68

Kąt położenia	40°	45°	50°	55°	60°	65°	82 <sup>1</sup> / <sub>8</sub> °
Stosunek przecięć poprzecznych	0,385	0,315	0,250	0,190	0,137	0,091	0
Współczynnik oporu	17,3	31,2	52,6	106	206	406	∞

Zasówki, kłapy,  
kurki.

TABLICA V.

Współczynników oporu przy przejściu wody przez kłapy obrotowe (Drehklappen, Drosselventile, кружки, valves), w rurach graniastosłupowych.

Kąt położenia	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	
Stosunek przecięć poprzecznych	0,913	0,826	0,741	0,658	0,577	0,500	0,426	
Współczynnik oporu	0,28	0,45	0,77	1,34	2,16	3,54	5,72	
Kąt położenia	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	90°
Stosunek przecięć poprzecznych	0,357	0,293	0,234	0,181	0,134	0,094	0,060	0
Współczynnik oporu	9,27	15,07	24,9	42,7	77,4	158	368	∞

TABLICA VI.

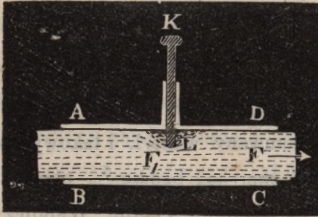
Współczynników oporu przy przejściu wody przez kłapy obrotowe w rurach walcowych.

Kąt położenia	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	
Stosunek przecięć poprzecznych	0,913	0,826	0,741	0,658	0,577	0,500	0,426	
Współczynnik oporu	0,24	0,52	0,90	1,54	2,51	3,91	6,22	
Kąt położenia	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	90°
Stosunek przecięć poprzecznych	0,357	0,293	0,234	0,181	0,134	0,094	0,060	0
Współczynnik oporu	10,8	18,7	32,6	58,8	118	256	751	∞

§ 378. Za pomocą podanych w powyższych tablicach współczynników oporu, można nie tylko oznaczyć stratę wysokości ciśnienia odpowiednią pewnemu położeniu zasuwki kurka lub kłapy, ale także można znaleźć położenie jakie należy dać tym przyrządom, ażeby otrzymać dany opór lub żadaną prędkość wypływu. W

Zasówki, kłapy i kurki

Fig. 553.



każdym razie oznaczenia te będą tém pewniejsze, im bardziej regulujące przyrządy będą się zbliżać do używanych przy doświadczeniach. Zresztą podane w tablicach wartości liczebne służą tylko na ten przypadek

gdy woda po przejściu przez zwężenia, sprawione za pomocą tych przyrządów, całą rurę wypełnia. Ażeby taki pełny wypływ przy małych zwężeniach mógł mieć miejsce, rura powinna mieć znaczną długość. Przecięcia poprzeczne rur prostokątnych były 5 centym. szerokie a 2 i pół cent. wysokie, przecięcia poprzeczne rur okrągłych miały 4 cent. średnicy. Przy

Fig. 554.



Fig. 555.



z a s u w c e, fig. 553, powstaje pojedyncze zwężenie, którego przecięciem poprzecznym w pierwszej rurze jest prostokąt  $F_1$

fig. 554, a w drugiej półkieszy  $F_1$ , fig. 555. Przy kurkach tworzą się dwa zwężenia, fig. 556, i dwie odmiany kierunku, ztąd téż i opory są bardzo wielkie. Przecięcia poprzeczne największe kształtów. Przy kłapach

Fig. 556.



Wszystkich zwężeń są właściwych

Zasuwki, kłapy i kurki. **pach obrotowych, fig. 557, żyła rozdziela się na dwie części, z których każda przechodzi przez zwężenie. Przecięcia poprzeczne tych zwężeń są w kłapach obrotowych w rurach prostokątnych prostokątne, a w rurach walcowych w kształcie księżycy.** Zastosowanie podanych wyżej tablic objaśniają dostatecznie następujące przykłady:

Fig. 557.



Przykłady. 1) Jeżeli w rurze walcowej mającej 3 cale średnicy i 500 stóp długości, urządzonym zostanie zasuwany wentyl, i takowy podniesiemy o  $\frac{3}{8}$  całej wysokości, a zatem zamykać będzie  $\frac{5}{8}$  otworu rury, jaką masę wody dostarcza tenże przy ciśnieniu 4 stóp? Współczynnik oporu,  $\zeta$  dla wejścia w rurę podług tego co poprzedziło, można przyjąć 0,505 a współczynnik oporu  $\zeta_1$  dla zasuwki podług tablicy II = 5,52, wypada ztąd na prędkość wypływu

$$v = \frac{7,906 \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{1,505 + 5,52 + \zeta_2 \frac{l}{d}}} = \frac{7,906 \cdot 2}{\sqrt{7,0254 + 500 \cdot 4\zeta_2}}$$

$$= \frac{15,812}{\sqrt{7,025 + 2000 \zeta_2}}$$

kładąc współczynnik tarcia  $\zeta_2 = 0,025$ , otrzymamy  $v = \frac{15,812}{\sqrt{57,025}}$

= 2,09 stóp. Że zaś prędkości  $v = 2,1$  stóp, odpowiada dokładniej

$\zeta_2 = 0,026$ , to mamy jeszcze z większą ścisłością  $v = \frac{15,812}{59,025}$

= 2,06 stóp, a masę wypływu na sekundę  $\frac{\pi}{4} \cdot 9 \cdot 12 \cdot 2,06$

= 55,62 $\pi$  = 175 cali kubicz.

2) Układ rur mających 4 cale średnicy dostarcza przy wysokości ciśnienia 5 stóp, na minutę 10 stóp kub. wody, jakie położenie należy dać kłapie obrotowej, ażeby następnie dawał tylko 8 stóp kubicz.?

Prędkość początkowo jest =  $\frac{10 \cdot 4}{60 \cdot \pi (\frac{1}{3})^2} = \frac{6}{\pi} = 1,91$  stóp, a po



ustawieniu kłapy  $\frac{8}{10} \cdot 1,91 = 1,528$  stóp. Współczynnik wypływu Zasuwki. kłapy i kurki.

w pierwszym przypadku wypływu jest  $\frac{v}{\sqrt{2gh}} = \frac{1,91}{7,906\sqrt{5}} = 0,108,$

zład współczynnik oporu  $= \frac{1}{\mu^2} - 1 = \frac{1}{0,108^2} - 1 = 84,7;$  współ-

czynnik wypływu w drugim przypadku jest  $= \frac{8}{10} \cdot 0,108 = 0,0864,$

zład współczynnik oporu  $= \frac{1}{0,0864^2} - 1 = 133,0,$  współczynnik

więc oporu jaki ma zrządzić kłapa obrotowa:  $\zeta = 133,0 - 84,7$

$= 48,3.$  Że zaś podług tablicy VI. kąt położenia  $\delta = 50^\circ,$  daje

$\zeta = 32,6,$  a kąt położenia  $\delta = 55^\circ$  daje  $\zeta = 58,8;$  to można przy-

jąć, że przy położeniu  $50^\circ + \frac{15,7}{26,2} \cdot 5^\circ = 53^\circ$  otrzymamy żądana

masę wypływu. Biorąc jeszcze i to pod uwagę, że przy zmianie prę-

dkości z 1,91 stóp na 1,528 stóp, współczynnik tarcia przechodzi

z 0,0266 na 0,0281, to jeszcze dokładniej  $\zeta = 133,0 - 84,7 \cdot \frac{281}{266}$

$= 133,0 - 89,5 = 43,5,$  a zład kąt położenia  $= 50^\circ + \frac{10,9}{26,2} \cdot 5^\circ = 52^\circ.$

§ 379. Ważną jest bardzo znajomość oporów sprawionych przez Wentyle (Ventile, Клапанъ, soupape). Także i z temi robił autor doświadczenia. Najczęściej używane są tak nazywane wentyle stożkowe, a następnie wentyle kłapowe, przedstawione na fig. 558 i 559. W obydwóch woda prze-

Wentyle

Fig. 558.

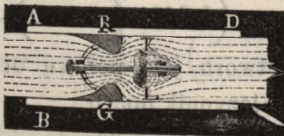


Fig. 559.



chodzi przez otwór utworzony za pośrednictwem pierścienia *RG*; wentyl stożkowy opatrzone jest zwykle słupkiem chodzącym w osadzie, która mu tylko dozwala poruszać się w kierunku osi; kłapa zaś wentylowa *KL* obraca się zwykle jak drzwi na zawiaskach. Łatwo też można spostrzedz, że w obydwu

Wentyle.

przyrządach, woda doznaje opór nie tylko ze strony pierścienia wentylowego ale i od kłapy wentylowej.

W wentylu stożkowym z którym robione były doświadczenia, stosunek otworu w pierścieniu wentylowym do przecięcia poprzecznego całej rury wynosił: 0,356, stosunek zaś powierzchni pierścieniowej około otwartego wentyla do przecięcia poprzecznego rury = 0,406, można przeto położyć średnio

$\frac{F_1}{F} = 0,381$ . Uważając wpływ przy rozmaitych położeniach

wentyla, wypadło, że współczynnik oporu wprawdzie się zmniejszał, gdy podniesienie wentyla było większem, lecz także to zmniejszenie było już nadzwyczaj małym, gdy podniesienie wentyla przechodziło połowę szerokości otworu. Jego wielkość była przy tym stanie = 11, a zatem współczynnik oporu czyli strata w wysokości ciśnienia =  $11 \cdot \frac{v^2}{2g}$

gdy  $v$  oznacza prędkość wody w pełnej rurze. Liczby tej można także użyć do wynalezienia współczynników oporu dla innych stosunków przecięć poprzecznych. Czyniąc w ogólności

$\zeta = \left( \frac{F}{\alpha F_1} - 1 \right)^2$ , otrzymujemy dla uważanego przypadku

$\frac{F_1}{F} = 0,381$ ,  $\zeta = 11$ , i  $11 = \left( \frac{1}{0,381\alpha} - 1 \right)^2$  ztąd

$\alpha = \frac{1}{0,381(1 + \sqrt{11})} = \frac{1}{4,317 \cdot 0,381} = 0,608$  i nakoniec w

ogólności  $\zeta = \left( \frac{F}{0,608 F_1} - 1 \right)^2 = \left( 1,645 \cdot \frac{F}{F_1} - 1 \right)^2$ .

Jeżeli np. przecięcie poprzeczne otworu jest połową otworu rury, to wypada podług tego współczynnik oporu

$$= (1,645 \cdot 2 - 1)^2 = 2,29^2 = 5,24.$$

W wentylu kłapowym stosunek przecięć poprzecznych o-

tworu i rury to jest  $\frac{F_1}{F} = 0,535$ , jak zaś współczynniki oporu

zmniejszają się w miarę zwiększania otwarcia kłapy, przedstawia następująca tablica:

T A B L I C A  
Współczynników oporu dla wentylów w klapowych.

Kąt otwarcia	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°
Współczynnik oporu	90	62	42	30	20	14	9,5	6,6	4,6	3,2	2,3	1,7

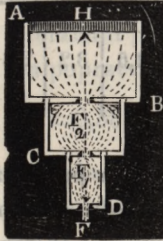
Za pomocą tej tablicy można także obliczyć w przybliżeniu współczynniki oporu dla klap, i wtenczas gdy stosunek przecięć poprzecznych ma być inny jak tu podany. W takim razie należy postąpić w ten sam sposób, jak wskazano dla wentylów stożkowych.

*Przykład.* Pompa wypychająca dostarcza przy każdym poruszeniu tłoka 5 stóp kubicz. wody w 4 sekundach, średnica rury, w której jest osadzony wentyl ostrokągowy, wynosi 6 cali, otwór pierścienia wentyla  $3\frac{1}{2}$  cala, a największa średnica wentyla  $4\frac{1}{2}$  cala, jaki opór ma do przewyciężenia woda przechodząc przez wentyl. Stosunek przecięcia poprzecznego dla otworu jest  $\left(\frac{3,5}{6}\right)^2 = \left(\frac{7}{12}\right)^2 = 0,34$ , a stosunek pierścieniowego zwężenia do przecięcia poprzecznego rury jest  $= 1 - \left(\frac{4,5}{6}\right)^2 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0,44$ , ztąd średni stosunek przecięć poprzecznych  $= \frac{0,34 + 0,44}{2} = 0,39$ , a odpowiedni współczynnik oporu  $= \left(\frac{1,645}{0,39} - 1\right)^2 = 3,22^2 = 10,4$ . Prędkość wody jest  $v = \frac{5}{4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{20}{\pi} = 6,37$  stóp, wysokość prędkości  $= 0,649$  stóp, a ztąd wysokość oporu  $10,4 \cdot 0,649 = 6,75$  stóp. Podniesiona w sekundzie masa wody waży  $\frac{5}{4} \cdot 66 = 82,5$  funt; ztąd praca mechaniczna, jaką przejście wody przez wentyl w jednej sekundzie zużywa  $= 6,75 \cdot 82,5 = 557$  stóp funt.

Naczynia złożone.

§ 380. Poprzedzające nauki o oporze wody przy przechodzeniu przez zwążenia, mają także zastosowanie i przy wypływie z naczyń złożonych. Przedstawiony na fig. 560,

Fig. 560.



przrząd AD jest dwiema poprzecznymi ścianami mieszczącymi w sobie otwory  $F_1$  i  $F_2$  przedzielonym, i tworzy przeto trzy naczynia spółkujące. Gdyby nie było tych ścian, i gdyby krawędzie przy przejściu z jednego naczynia w drugie były zaokrąglone, to mielibyśmy jak przy pojedynczém naczyniu prędkość wypływu przez otwór  $F$ :

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta}}, \text{ gdy } h \text{ odległość } FH \text{ od poziomu wody, a } \zeta \text{ współczynnik oporu dla przejścia przez otwór } F \text{ oznacza.}$$

Że zaś po przejściu wody przez otwory  $F_1$  i  $F_2$  przecięcia poprzeczne  $\alpha F_1$  i  $\alpha F_2$  raptownie przechodzą w przecięcia  $G$  i  $G_1$  naczyń  $CD$  i  $AC$ , i podług § 373 powstałe ztąd opory wynoszą:

$$\zeta_1 \frac{v_2^2}{2g} = \left( \frac{G}{\alpha F_1} - 1 \right)^2 \left( \frac{\alpha F}{G} \right)^2 \frac{v^2}{2g} = \left( \frac{F}{F_1} - \frac{\alpha F}{G} \right)^2 \frac{v^2}{2g} \text{ i}$$

$$\zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} = \left( \frac{G_1}{\alpha F_2} - 1 \right)^2 \left( \frac{\alpha F}{G_1} \right)^2 \frac{v^2}{2g} = \left( \frac{F}{F_2} - \frac{\alpha F}{G_1} \right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

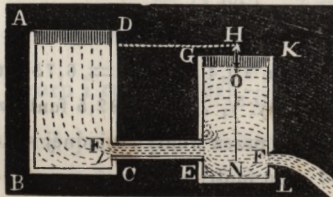
to mamy

$$(1 + \zeta) \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} = \left[ 1 + \zeta + \left( \frac{F}{F_1} - \frac{\alpha F}{G} \right)^2 + \left( \frac{F}{F_2} - \frac{\alpha F}{G_1} \right)^2 \right] \frac{v^2}{2g}$$

a ztąd  $v =$ 

$$\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta + \left( \frac{F}{F_1} - \frac{\alpha F}{G} \right)^2 + \left( \frac{F}{F_2} - \frac{\alpha F}{G_1} \right)^2}}$$

Fig. 561.



W złożonym przrządzie wypływu przedstawionym na fig. 561, ma miejsce ten sam stosunek, tylko jeszcze należy zwrócić uwagę na tarcie wody w rurze komunikacyjnej  $CE$ . Jeżeli  $l$

jest długością, a  $d$  średnicą téj rury,  $\zeta_1$  współczynnikiem tarcia i  $v_1$  prędkością wody w rurze, to mamy wysokość jaką woda traci przy przejściu z naczynia  $AC$  do  $GL$ :

$$h_1 = \left[ 1 + \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + \zeta_1 \frac{l}{d} \right] \frac{v_1^2}{2g} \text{ czyli, ponieważ należy}$$

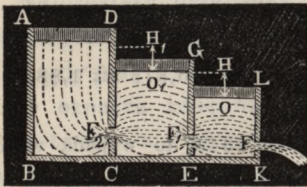
$$\text{położyć prędkość } v_1 = \frac{\alpha F}{F_1} v$$

$h_1 = \left[ 1 + \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + \zeta_1 \frac{l}{d} \right] \left( \frac{\alpha F}{F_1} \right)^2 \frac{v^2}{2g}$ . Odejmując tę wysokość od całej wysokości ciśnienia  $h$ , otrzymujemy wysokość ciśnienia w drugim naczyniu  $h_2 = h - h_1$  i ztąd prędkość wypływu:

$$v = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{1+\zeta}} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1+\zeta + \left[ 1 + \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + \zeta_1 \frac{l}{d} \right] \left( \frac{\alpha F}{F_1} \right)^2}}$$

Oznaczenie to w przyrządzie wyobrażonym na fig. 562,

Fig. 562.



będzie bardzo prostém, ponieważ przecięcia poprzeczne  $G, G_1, G_2$  naczyń można uważać za nieskończenie wielkie względem przecięć otworów  $F, F_1, F_2$ . Ztąd pierwsza różnica poziomów  $OH$  czyli wysokość oporu dla

przejścia przez  $F$ ,  $h_1 = \frac{1}{2g} \left( \frac{v_1}{\alpha_1} \right)^2 = \left( \frac{\alpha F}{\alpha_1 F_1} \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$ , podobnie druga różnica poziomów  $O_1 H_1$  czyli wysokość oporu dla przejścia przez  $F_2$ ,  $h_2 = \left( \frac{\alpha F}{\alpha_2 F_2} \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$ , jeżeli  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$  oznaczają współczynniki ściśnienia dla otworów  $F, F_1$  i  $F_2$ . Ztąd

wypada  $v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \left( \frac{\alpha F}{\alpha_1 F_1} \right)^2 + \left( \frac{\alpha F}{\alpha_2 F_2} \right)^2}}$  i masa wypły-

Naczynia złożone.

Naczynia złożone.

$$\begin{aligned}
 \text{wu } Q &= \frac{\alpha F \sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha F'}{\alpha_1 F_1}\right)^2 + \left(\frac{\alpha F'}{\alpha_2 F_2}\right)^2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left(\frac{1}{\alpha F}\right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha_1 F_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha_2 F_2}\right)^2}}
 \end{aligned}$$

Łatwo tu spostrzedz że złożone naczynia wypływu dają mniej wody, jak pojedyncze przy tych samych okolicznościach.

*Przykład.* Gdy w przyrządzie fig. 561, całkowita wysokość ciśnienia, czyli odległość środka otworu  $F$  od poziomu wody w pierwszym naczyniu 6 stóp wynosi, otwór jest 8 cali szeroki i 4 cale wysoki, a rura łącząca oba rezerwoary ma 10 stóp długości, 12 cali szerokości i 6 cali wysokości, jaką masę wypływu da ten rezerwar? Średnia szerokość rury jest  $= \frac{4 \cdot 1 \cdot 0,5}{2 \cdot 15} = \frac{2}{3}$  stóp, ztąd  $\frac{l}{d} = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15$ , biorąc następnie współczynnik tarcia  $\zeta_1 = 0,025$  to wypada  $\zeta_1 \frac{l}{d} = 0,025 \cdot 15 = 0,375$ , dodając do tego współczynnik oporu, dla wejścia wody w rurę graniastosłupową 0,505, otrzymujemy  $1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 + \zeta_1 \frac{l}{d} = 1 + 0,505 + 0,375 = 1,88$ .

Ponieważ  $\frac{\alpha F'}{F_1} = \frac{0,64 \cdot 8 \cdot 4}{12 \cdot 6} = 0,2845$ , to wypada współczynnik oporu dla całej rury  $= 1,88 \cdot 0,2845^2 = 0,152$ , i kładąc współczynnik oporu dla przejścia przez  $F$ ,  $= 0,07$  otrzymujemy prędkość wypływu  $v = \frac{7,906\sqrt{6}}{\sqrt{1,07 + 0,152}} = \frac{7,906\sqrt{6}}{\sqrt{1,222}} = 17,52$  stóp. Ściśnione przecięcie poprzeczne jest  $0,64 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 0,32$  stóp kwadr., ztąd masa wypływu  $Q = 0,32 \cdot 17,52 = 5,61$  stóp kubicz.

## ROZDZIAŁ V.

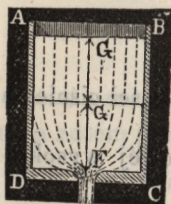
## O wypływie wody pod zmienném ciśnieniem.

§ 381. Gdy naczynie z którego woda przez otwór w dnie lub z boku wypływa, nie otrzymuje z drugiej strony żadnego przyływu, to następuje wolne zniżanie się poziomu wody w témże, a w końcu zupełne wypróżnienie naczynia. Gdy znowu masa przyływu  $Q$  jest większą lub mniejszą od ilości wypływu,  $\mu F\sqrt{2gh}$ , to podnosi się lub opada poziom wody dotąd, aż wysokość ciśnienia  $h$  będzie  $= \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{\mu F} \right)^2$  i potem wysokość ciśnienia i prędkość wypływu zostają niezmiennie. Naszém zadaniem będzie znalezienie w jakiej zależności są od siebie czas, opadanie i podnoszenie się wody, oraz wypróżnianie naczyń danych kształtów i wymiarów.

Najprostszy przypadek przedstawia wypływ z naczynia równoległościennego, gdy tenże następuje przez otwór w dnie i gdy przy tém nie ma miejsca przyływ z wierzchu. Jeżeli  $x$  oznacza zmienną wysokość ciśnienia  $FG_1$ ,  $F$  powierzchnię otworu, a  $G$  przecięcie poprzeczne naczynia  $AC$ , fig.

563, to mamy teoretyczną prędkość wypływu  $v = \sqrt{2gx}$ , teoretyczną prędkość opadania poziomu wody

Fig. 563.



$$= \frac{F}{G} v = \frac{F}{G} \sqrt{2gx}, \text{ a rzeczywistą}$$

$$v_1 = \frac{\mu F}{G} \sqrt{2gx}. \text{ W początku jest } x = FG = h, \text{ a w końcu wypływu } x = 0, \text{ a zatem prędkość początkowa wypływu, } c = \frac{\mu F}{G} \sqrt{2gh}, \text{ a}$$

końcowa  $c_1 = 0$ . Z wzoru  $v_1 = \sqrt{2 \left( \frac{\mu F}{G} \right)^2 gh}$ , widzimy że ruch poziomu wody w naczyniu jest jednostajnie opóźnionym,

i że miara tego opóźnienia  $p = \left(\frac{\mu F}{G}\right)^2 g$ , wiemy zaś z § 14, że prędkość = 0, a tém samém ukończenie wypływu nastąpi w czasie  $t = \frac{v_1}{p} = \frac{\mu F}{G} \sqrt{2gh} : \left(\frac{\mu F}{G}\right)^2 g = \frac{G}{\mu F} \sqrt{\frac{2gh}{g^2}} = \frac{2G\sqrt{h}}{\mu F \sqrt{2g}}$ .

Można także położyć  $t = \frac{2Gh}{\mu F \sqrt{2gh}} = \frac{2Gh}{Q}$ , z czego wypada, że do wypływu masy wody  $Gh$  przez otwór  $F$  w dnie przy wysokości ciśnienia zmniejszającej się od  $h$  do 0, potrzeba dwa razy tyle czasu, jak przy niezmiennej wysokości ciśnienia.

Ponieważ współczynnik wypływu  $\mu$  nie jest zupełnie stałym, lecz zwiększa się przy zmniejszaniu wysokości ciśnienia, to przy obrachowaniach tego rodzaju, należy wprowadzać średnią wartość tego współczynnika.

*Przykład.* W jakim czasie wypróżni się skrzynia mająca 14 stóp kw. przecięcia poprzecznego, przez otwór okrągły w dnie mający 2 cale średnicy, przy początkowej wysokości ciśnienia czterech stóp? Po długu teorii byłby czas wypływu

$$t = \frac{2 \cdot 14 \sqrt{4}}{7,906 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{2 \cdot 14 \cdot 144 \cdot 2}{7,906 \cdot \pi} = \frac{8064}{7,906 \cdot \pi} = 324'',7$$

= 5 minut 24,7 sekund. Na końcu połowy czasu wypływu, jest wysokość ciśnienia =  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$  stopie, współczynnik zaś wypływu odpowiadający wysokości ciśnienia = 1 stopie, dla otworu w cienkiej ścianie = 0,613, ztąd rzeczywisty czas wypływu =  $\frac{324'',7}{0,613} = 529'',6 = 8$  minut 49,6 sekund.

§ 382. Ponieważ przy początkowej wysokości ciśnienia  $h_1$  czas wypływu  $t_1 = \frac{2G\sqrt{h_1}}{\mu F \sqrt{2g}}$ , a przy początkowej wysokości ciśnienia  $h_2$  takież czas  $t_2 = \frac{2G\sqrt{h_2}}{\mu F \sqrt{2g}}$ , to różnica tych wielkości daje czas, w ciągu którego wysokość ciśnienia przecho-



dzi z  $h_1$  na  $h_2$ , czyli poziom wody zniża się o  $h_1 - h_2$ :

$$t = \frac{2G}{\mu F \cdot \sqrt{2g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}), \text{ czyli w stopach}$$

$$t = 0,253 \frac{G}{\mu F} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}).$$

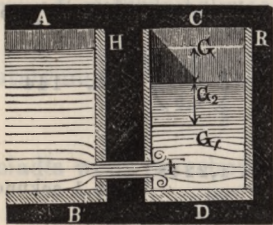
Odwrotnie odpowiednie danemu czasowi wypływu zniżenie poziomu wody  $s = h_1 - h_2$  daje wzór:

$$h_2 = \left( \sqrt{h_1} - \frac{\mu \sqrt{2g} \cdot F}{2G} \cdot t \right)^2 \text{ czyli}$$

$$s = \frac{\mu \sqrt{2g} \cdot F \cdot t}{G} \left( \sqrt{h_1} + \frac{\mu \sqrt{2g}}{4G} \cdot t \right)$$

Ten sam wzór ma zastosowanie, gdy naczynie  $CD$ , fig. 564, jest napełnianem przez drugie naczynia ciągle pełne. Je-

Fig. 564.



żeli przecięcie poprzeczne rury łączącej czyli otwór  $= F$ , przecięcie poprzeczne naczynia mającego być wypełnionem  $= G$ , i początkowa różnica poziomów wody w obu naczyniach  $GG_1 = h$ , to mamy ponieważ tu poziom wody  $G$  w drugim naczyniu, podnosi się z jednostajnym opóźnieniem, czas potrzebny do wypełnienia tego naczynia, czyli czas, w przeciągu którego poziom wody w nim wzniesie się do wysokości  $HR$  w pierwszym:

$$t = \frac{2G\sqrt{h}}{\mu F \cdot \sqrt{2g}}$$

również czas, w którym odległość poziomów  $h_1$  przejdzie na  $h_2$ , a zatem poziom wody podniesie się o  $GG_1 = s = h_1 - h_2$

$$t = \frac{2G}{\mu F \cdot \sqrt{2g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}).$$

*Przykłady.* 1) O ile zniża się poziom wody w ciągu dwóch minut w naczyniu ostatniego przykładu? Mamy  $h_1 = 4$ ,  $t = 2 \cdot 60$

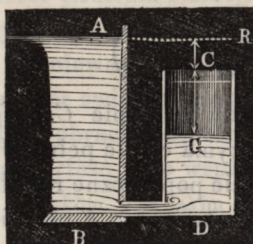
$$= 120, \quad \frac{F}{G} = \frac{\pi}{14 \cdot 144} \quad \text{i biorąc jeszcze } \mu = 0,605, \quad \text{wypada}$$

$$h_2 = \left( \sqrt{h_1} - \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot \frac{Ft}{2G} \right)^2 = \left( 2 - \frac{0,605 \cdot 7,906 \cdot \pi \cdot 120}{2 \cdot 14 \cdot 144} \right)^2$$

$$= \left( 2 - 0,605 \cdot 7,906 \cdot \frac{5 \cdot \pi}{168} \right)^2 = 1,5523^2 = 2,412 \text{ stóp, a}$$

szukane obniżenie  $s = 4 - 2,412 = 1,589$  stóp.

Fig. 565.



2) Jakiego czasu potrzebuje woda do przejścia w rurę  $CD$ , fig. 565, połączoną z naczyniem ciągle pełnym  $AB$ , krótką rurą mającą średnicy  $1\frac{1}{2}$  cala, gdy mający się podnieść poziom wody  $G$ , początkowo od stałego poziomu  $A$  o 6 stóp, a od wierzchu rury  $G$  o  $4\frac{1}{2}$  stóp jest odległym? Należy we wzór

$$t = \frac{2G}{\mu \sqrt{2g} \cdot F} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}), \quad \text{poło-}$$

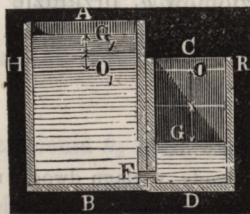
żyć  $h_1 = 6, h_2 = 6 - 4\frac{1}{2} = 1,5, \quad \frac{G}{F} = \left( \frac{18}{1,5} \right)^2 = 144$  a  $\mu = 0,81$ , z czego wypada

$$t = \frac{2 \cdot 144}{0,81 \cdot 7,906} (\sqrt{6} - \sqrt{1,5}) = \frac{288 \cdot 1,2248}{0,81 \cdot 7,906} = 55,1 \text{ sekund.}$$

Naczynia współkujące.

§ 383, Gdy naczynie  $AB$ , fig. 566, z którego woda przechodzi w drugie nie ma żadnego przyływu, i przecięcie jego poprzeczne  $G_1$  nie może być uważanem za nieskończenie wielkie w porównaniu z przecięciem  $G$  następnego naczynia  $CD$ , to potrzeba poprzednio znalezione wzory zmienić. Jeżeli odległość wody od poziomu  $HR$ , do którego przyjdą oba zwierciadła wody po ukończeniu wypływu  $= x$ , a odległość drugiego poziomu od téjże płaszczyzny  $= y$ , to mamy zmienną wysokość ciśnienia  $= x + y$  i

Fig. 566.



odpowiednią prędkość wypływu  $v = \sqrt{2g(x+y)}$ , czyli, po-  
Naczynia współkujące.

nieważ masa wody  $G_1 x = Gy$ ,  $v = \sqrt{2g\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)y}$ . Prędkość więc z jaką poziom wody w drugim naczyniu podnosi

się jest  $v_1 = \frac{\mu F}{G} v = \frac{\mu F}{G} \sqrt{2g\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)y}$ , opóźnienie za-

tém  $p = \left(\frac{\mu F}{G}\right)^2 \left(1 + \frac{G}{G_1}\right)g$ , a czas wypływu

$$t = \frac{\mu F \sqrt{2g\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)y}}{\left(\frac{\mu F}{G}\right)^2 \left(1 + \frac{G}{G_1}\right)g} = \frac{2G\sqrt{y}}{\mu F \sqrt{2g\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)}}$$

Wprowadzając zamiast  $x$  i  $y$  początkową odległość poziomów  $h$ , wstawiając więc  $x + y = h$ , czyli  $\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)y = h$ ,

otrzymujemy  $y = \frac{h}{1 + \frac{G}{G_1}}$ , i czas w ciągu którego oba zwier-

ciadła wody przechodzą do jednego poziomu:

$$t = \frac{2G\sqrt{h}}{\mu F \left(1 + \frac{G}{G_1}\right) \sqrt{2g}} = \frac{2GG_1 \sqrt{h}}{\mu F (G + G_1) \sqrt{2g}}$$

Czas zaś w ciągu którego odległość poziomów  $h$  przechodzi na  $h_1$  jest:  $t = \frac{2GG_1 (\sqrt{h} - \sqrt{h_1})}{\mu \sqrt{2g} F (G + G_1)}$ .

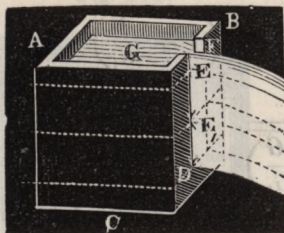
*Przykład.* Gdy przecięcie poprzeczne  $G_1$  skrzyni, z której woda wypływa, wynosi 10 stóp kwad., a przecięcie poprzeczne  $G$  skrzyni przyjmującej wodę wynosi 4 stopy kw., gdy następnie początkowa odległość poziomów  $h$  obu zwierciadeł wody czyni 3 stopy, a rura łącząca ma jeden cal średnicy, to czas w ciągu którego woda w obu naczyniach ułoży się do równowagi, będzie:

$$t = \frac{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}}{0,82 \cdot 7,906 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{14}{144}} = \frac{320 \cdot 72 \cdot \sqrt{3}}{0,82 \cdot 7,906 \cdot 7\pi} = 280 \text{ sek.}$$

Wycięcie w bocznej ścianie.

§ 384. Gdy woda przepływa przez wycięcie w ścianie bocznej czyli przez przewal  $DE$ , z naczynia równoległościennego  $ABC$ , fig. 567, należy czas wypływu oznaczyć następującym sposobem. Wyraziwszy przecięcie poprzeczne naczynia przez

Fig. 567.



$G$ , szerokość  $EF$  wycięcia przez  $b$ , i wysokość  $DF$  przez  $h$ , oraz podzieliwszy cały otwór wypływu liniami równoległymi na wąskie paski, każdy szerokości  $b$  i wysokości  $\frac{h}{n}$ ; to przy stałym ciśnieniu, jest

masa wypływu na sekundę:  $Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2gh^3}$ . Dzieląc przez nią objętość jednej warstwy  $\frac{Gh}{n}$ , otrzymujemy odpowiedni

$$\text{czas wypływu } \tau = \frac{Gh}{\frac{2}{3} \mu n b \sqrt{2gh^3}}, \text{ czyli pisząc inaczej}$$

$$\frac{3Gh}{2\mu n b \sqrt{2g}} \cdot h^{-3/2}.$$

Ażeby następnie otrzymać czas wypływu  $t$  dla masy wody  $G(h - h_1)$ , czyli ażeby oznaczyć czas, w którym wysokość wody nad progiem  $DE = h$  opadnie do  $DE_1 = h_1$ , położmy

$h_1 = \frac{m}{n} h$ , to jest: przypuśćmy że  $h_1$  z  $m$  części się składa,

wprowadzając następnie w ostatnie równanie zamiast  $h^{-3/2}$  kolejno  $\left(\frac{m}{n}h\right)^{-3/2}, \left(\frac{m+1}{n}h\right)^{-3/2}, \left(\frac{m+2}{n}h\right)^{-3/2} \dots \left(\frac{nh}{n}\right)^{-3/2}$

i dodając otrzymane wypadki, znajdziemy tą drogą szukany czas:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{3Gh}{2\mu n b \sqrt{2g}} \left[ \left(\frac{mh}{n}\right)^{-3/2} + \left(\frac{m+1}{n}h\right)^{-3/2} + \dots + \left(\frac{nh}{n}\right)^{-3/2} \right] \text{ Wycięcie w bo-} \\
 &= \frac{3Gh}{2\mu n b \sqrt{2g}} \cdot \frac{h^{-3/2}}{n^{-3/2}} \left( m^{-3/2} + (m+1)^{-3/2} + \dots + n^{-3/2} \right) \text{ eznej ścianie.} \\
 &= \frac{3Gh^{-1/2}}{2\mu n^{-1/2} b \sqrt{2g}} \left[ \left(1^{-3/2} + 2^{-3/2} + 3^{-3/2} + \dots + n^{-3/2}\right) \right. \\
 &= \left. \left(1^{-3/2} + 2^{-3/2} + 3^{-3/2} + \dots + m^{-3/2}\right) \right],
 \end{aligned}$$

który to szereg jak wiadomo z nauki o szeregach

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{3Gh^{-1/2}}{2\mu n^{-1/2} b \sqrt{2g}} \left( \frac{n^{-3/2} + 1}{-3/2 + 1} - \frac{m^{-3/2} + 1}{-3/2 + 1} \right) \\
 &= \frac{3Gn^{1/2}}{2\mu b \sqrt{2gh}} \cdot 2 \left( m^{-1/2} - n^{-1/2} \right) \\
 &= \frac{3G}{\mu b \sqrt{2gh}} \left[ \left(\frac{m}{n}\right)^{-1/2} - 1 \right] \\
 &= \frac{3G}{\mu b \sqrt{2g}} \left[ \left(\frac{m}{n}h\right)^{-1/2} - h^{-1/2} \right] = \frac{3G}{\mu b \sqrt{2g}} \left( \frac{1}{\sqrt{h_1}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right).
 \end{aligned}$$

Czyniąc  $h_1 = 0$ , otrzymamy  $\frac{1}{\sqrt{h_1}}$  i także  $t = \infty$ ; ażeby

więc woda opadła aż do progu, potrzebnym jest czas nieskończenie wielki.

*Przykład.* Gdy woda przez wycięcie w ścianie 8 cali szerokie wypływa z rezerwoaru 110 stóp długiego i 40 stóp szerokiego, jakiego czasu potrzebuje ażeby ze stanu 15 cali zniżyła się do 6 cali? Mamy:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{3 \cdot 110 \cdot 40}{\mu \cdot 3 \cdot 7,906} \left( \frac{1}{\sqrt{0,5}} - \frac{1}{\sqrt{1,25}} \right) \left( = \frac{19800}{\mu \cdot 7,906} \left( \sqrt{2} - \sqrt{4/5} \right) \right) \\
 &= \frac{19800}{7,906\mu} (1,4142 - 0,8944) = \frac{19800 \cdot 0,5198}{7,906\mu} = \frac{1302}{\mu} \text{ sek.}
 \end{aligned}$$

Przyjmując współczynnik wypływu  $\mu = 0,60$  wypada czas rze-

$$\text{czywisty wypływu } t = \frac{1302}{0,6} = 2170 \text{ sekund.} = 36 \text{ min. } 10 \text{ sek.}$$

Wycięcie w bocznej ścianie.

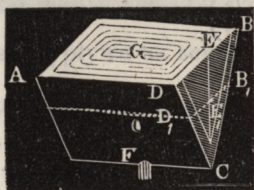
*Uwaga.* Dla prostokątnego otworu z boku można w przybliżeniu położyć:

$$t = \frac{2G}{\mu F \sqrt{2g}} \left[ \left( \sqrt{h_1} - \sqrt{h_2} \right) = \frac{a^2}{288} \left( \sqrt{h_1^{-3}} - \sqrt{h_2^{-3}} \right) \right],$$

gdzie  $F$  i  $G$  są przecięciami poprzecznymi otworu i naczynia,  $a$  wysokością otworu,  $h_1$  wysokością ciśnienia na początku a  $h_2$  takąż wysokością w końcu wypływu. Gdy  $h_2 = \frac{a}{2}$  to otwór zamienia się na wycięcie w ścianie bocznej, i natenczas należy stosować wzór dla tego przypadku oznaczony.

§ 385. Dla naczynia wypływu tworzącego poziomy graniastosłup trójkątny  $ABF$ , fig. 568, znajdujemy czas

Fig. 568.



wypływu następującym sposobem. Podzieliwszy wysokość  $CE = h$  na  $n$  równych części i poprowadziwszy przez punkta podziałów płaszczyzny poziome, rozłożymy całą masę wody na warstwy równej grubości i równej długości  $AD = l$ , których szerokość idąc na dół coraz się zmniejsza. Jeżeli szerokość górnej warstwy  $DB = b$ , to szerokość  $D_1B_1$  innej warstwy, która jest wyniesioną o  $CE_1 = x$  nad otwór  $F$  znajdujący się w dolnej krawędzi

$y = \frac{x}{h} b$ , a objętość jej  $= yl \cdot \frac{h}{n} = \frac{blx}{n}$ . Mamy znowu masę

wypływu sprowadzoną do jednostki czasu:  $Q = \mu F \sqrt{2gx}$ , ztąd wypada cząstka czasu, w której poziom wody zniża się o  $\frac{h}{n}$ ,  $\tau = \frac{bl}{n} x : \mu F \sqrt{2gx} = \frac{bl}{n \mu F \sqrt{2g}} x^{1/2}$ . Biorąc następnie sum-

mę wszystkich wartości na  $x^{1/2}$  począwszy od  $x = \frac{h}{n}$  aż do

$x = \frac{nh}{n}$ , która jest  $= \left( \frac{h}{n} \right)^{1/2} \cdot \frac{n^{3/2}}{3/2} = \frac{2}{3} nh^{1/2}$ , otrzymujemy

czas potrzebny do wypływu całego graniastosłupa wody

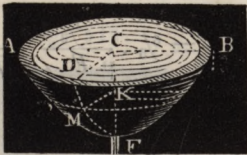
$$t = \frac{bl}{n\mu F\sqrt{2g}} \cdot \frac{2}{3} nh^{1/2} = \frac{2}{3} \frac{bl}{\mu F\sqrt{2g}} \cdot h^{1/2} = \frac{1}{3} \frac{b l h}{\mu F\sqrt{2g}} \quad \text{Wycięcie w bocznej ścianie.}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{V}{\mu F c}, \text{ gdy } V \text{ objętość całej masy wody, a } c \text{ początkową prędkość wypływu oznacza.}$$

Woda więc w tym przypadku potrzebuje o  $\frac{1}{3}$  więcej czasu niż wtenczas gdy prędkość wypływu  $c$  jest niezmienną.

Jeżeli naczynie ma kształt przewróconej do góry paraboli

Fig. 569.



loidy  $ABF$ , 569, to mamy stosunek pomiędzy promieniami  $KM =$

$$y \text{ i } CD = b, \frac{y}{b} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{h}}, \text{ a ztąd stosunek przecięcia poziomego } G_1,$$

przez punkt  $K$ , do podstawy  $ADB$

$$= G: \frac{G_1}{G} = \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{h}, \text{ więc } G_1 = \frac{Gx}{h}, \text{ i objętość jednej warstwy wody} = G_1 \cdot \frac{h}{n} = \frac{Gx}{n}.$$

Zupełna zgodność tego wzoru z

znalezionym wyżej dla graniastosłupa trójkątnego, pozwala

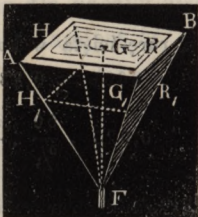
$$\text{i tu położyć } t = \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{1}{2} Gh}{\mu F\sqrt{2g h}}, \text{ czyli ponieważ tu } V =$$

$$\frac{1}{2} Gh (\S 118), \text{ więc } t = \frac{1}{3} \cdot \frac{V}{\mu F c}.$$

Wzór ten można zastosować w wielu różnych przypadkach do przybliżonego oznaczenia czasu wypływu, mianowicie zaś przy wypróżnianiu stawów. W ogólności może on być zawsze

Fig. 570.

użyty, gdy przecięcia poziome zwiększają się w stosunku odległości od dna naczynia.



Nakoniec jeżeli mamy naczynie kształtu ostrosłupowego (piramidy)  $ABF$  fig. 570, to jest  $G_1 : G = x^2 : h^2$ ,

a ztąd  $G_1 = \frac{Gx^2}{h^2}$ , następnie objętość

Wycięte w bocznej ścianie. Wycięte w bocznej ścianie. jednej warstwy  $H_1 R_1$ ,  $\frac{G_1 h}{n} = \frac{G x^2}{n h}$ , i czas do wypłynienia ta-

kowej:  $\tau = \frac{G x^2}{n h} : \mu F \sqrt{2 g x} = \frac{G}{n \mu F h \sqrt{2 g}} \cdot x^{3/2}$ . Ponieważ zaś

summa wszystkich wartości dla  $x^{3/2}$ , od  $x = \frac{h}{n}$  do  $x = \frac{n h}{n}$

jest  $= \left(\frac{h}{n}\right)^{3/2} \cdot \frac{n^{5/2}}{5/2} = \frac{2}{5} n h^{3/2}$ , to wypada czas potrzebny do wypróżnienia całej piramidy:

$$t = \frac{G}{n \mu F h \sqrt{2 g}} \cdot \frac{2}{5} n h^{3/2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{G h^{1/2}}{\mu F \sqrt{2 g}} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1/3 G h}{\mu F \sqrt{2 g h}}$$

czyli kładąc  $1/3 G h = V$ :  $t = \frac{6}{5} \cdot \frac{V}{\mu F c}$ .

Ponieważ przy tym wypływie początkowa prędkość wypływu zmniejsza się wolno od  $c$  aż do zera, to czas jest o  $1/5$  większy, niż wtenczas gdy prędkość  $c$  zostaje niezmienną.

*Przykład.* W jakim czasie wypróżni się staw, którego powierzchnia wody wynosi 765000 stóp kwadratowych, gdy upust do spuszczenia takowego, umieszczony w miejscu najgłębszem, znajduje się 15 stóp pod poziomem wody i tworzy rurę mającą 15 cali średnicy i 50

stóp długości? Podług teorii mamy  $t = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{F \sqrt{2 g h}}$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{765000 \cdot 15}{\pi \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 \cdot 7,906 \sqrt{15}} = \frac{19584000}{\pi \cdot 7,906 \sqrt{15}}$$

$$= 203586 \text{ sekund.}$$

Ponieważ zaś współczynnik oporu dla wejścia w rurę ściętą w końcu prawie pod  $45^\circ$ ,  $\zeta = 0,505 + 0,327$  (patrz § 360)  $= 0,832$ ,

a opór z tarcia dla tejże rury  $= 0,025 \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,025 \cdot \frac{50}{5/4} \cdot \frac{v^2}{2g}$   
 $= \frac{v^2}{2g}$ ; wypada więc całkowity współczynnik wypływu dla rury mie-



chowój  $\mu = \frac{1}{\sqrt{1+0,832+1}} = \frac{1}{\sqrt{2,832}} = 0,594$ , a szukany czas wypływu  $t = 203586 : 0,594 = 242670$  sekund  $= 95$  godzin 11 minut.

§ 386. Za pomocą wzoru znalezioneo w ostatnim §. można także oznaczyć czas wypływu dla wielu innych naczyń, jak np. dla kulistych, pontonowych, piramidalnych i t. d. Na czas wypróżnienia napełnionego odcinka kulistego  $AB$ , fig. 571, otrzymujemy:

Naczynia kuliste i piramidalne.



Fig. 571.  $t = \frac{2}{3} \frac{\pi r h^2}{\mu F \sqrt{2gh}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi h^3}{\mu F \sqrt{2gh}}$   
 $= \frac{2}{15} \pi \frac{(10r-3h)h^{3/2}}{\mu F \sqrt{2g}}$ , a zatem na

wypróżnienie pełnej kuli, gdzie  $h = 2r$ ;  
 $t = \frac{16\pi r^2 \sqrt{2r}}{15\mu F \sqrt{2g}}$ , a dla połowy kuli

gdzie  $h = r$ ,  $t = \frac{14\pi r^2 \sqrt{r}}{15\mu F \sqrt{2g}}$ .

Jest tu bowiem odpowiednia wysokości  $FG_1 = x$  warstwa pozioma  $H_1R_1 = G_1 = \pi x (2r-x) \cdot \frac{h}{n} = \frac{2\pi r h x}{n} = \frac{\pi h x^2}{n}$  więc

$\tau = \frac{2\pi r h}{n\mu F \sqrt{2g}} \cdot x^{1/2} = \frac{\pi h}{n\mu F \sqrt{2g}} x^{3/2}$ ; ponieważ pierwsza

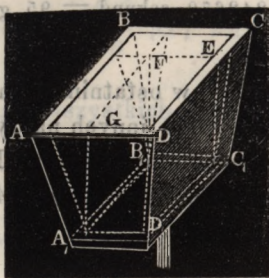
część tego wyrażenia zgadza się z wzorem na wypróżnienie naczyń graniastosłupowych, a druga z takimże wzorem dla naczyń piramidalnych, gdy tylko w pierwszym razie  $2\pi r h$  zamiast  $bl$ , a w drugim  $\pi h^2$  zamiast  $G$  położymy; otrzymujemy więc za pomocą różnicy znalezionych w poprzednim §. czasów wypróżnienia naczynia graniastosłupowego i piramidalnego:

$t = \frac{2}{3} \cdot \frac{blh}{\mu F \sqrt{2gh}}$  i  $t = \frac{2}{3} \cdot \frac{Gh}{\mu F \sqrt{2gh}}$ ,

czas wypróżnienia odcinka kuli.

Naczynia kuliste i piramidalne.

Dla obelisku czyli naczynia kształtu pontonowego  $ACD_1$  fig. 572, ponieważ takowe składa się z równoległościanu z dwóch graniastosłupów trójkątnych i jednej piramidy, można również powyższe wzory zastosować. Jeżeli  $b$  jest górną szerokością  $AD$ ,  $b_1$  dolną szerokością  $A_1D_1$ , następnie  $l$  górną długością  $AB$ , a  $l_1$  dolną długością  $A_1B_1$ , na koniec  $h$  wysokością naczynia, to



mamy powierzchnię zwierciadła wody  $AC$ ,  $bl = b_1l_1 + b_1(l - l_1) + l_1(b - b_1) + (l - l_1)(b - b_1)$ , i z tego  $b_1l_1$  należy do równoległościanu  $A_1C_1EG$ ,  $b_1(l - l_1) + l_1(b - b_1)$  do dwóch graniastosłupów trójkątnych  $CFB_1C_1$  i  $AFB_1A_1$ , a  $(l - l_1)(b - b_1)$  do piramidy  $BFB_1$ . Mamy zaś czas wypływu dla równoległościanu z podstawą  $b_1l_1$ :  $t_1 = \frac{2b_1l_1\sqrt{h}}{\mu F\sqrt{2g}}$ , następnie czas wypływu dla obu graniastosłupów trójkątnych

$$t_2 = \frac{2}{3} \frac{[b_1(l - l_1) + l_1(b - b_1)]\sqrt{h}}{\mu F\sqrt{2g}}, \text{ i na koniec dla piramidy}$$

$$t_3 = \frac{2}{5} \frac{(l - l_1)(b - b_1)\sqrt{h}}{\mu F\sqrt{2g}}; \text{ wypada więc czas wypływu dla}$$

całego naczynia  $t = t_1 + t_2 + t_3$

$$= [30b_1l_1 + 10b_1(l - l_1) + 10l_1(b - b_1) + 6(l - l_1)(b - b_1)] \frac{\sqrt{h}}{15\mu F\sqrt{2g}}$$

$$= [3bl + 8b_1l_1 + 2(b_1l + b_1l_1)] \frac{2\sqrt{h}}{15\mu F\sqrt{2g}}$$

Gdy  $\frac{b_1}{l_1} = \frac{b}{l}$ , to mamy kloce ostrosłupowy, oznaczając w nim podstawę  $bl = G$  i podstawę  $b_1l_1 = G_1$ , otrzymujemy:

$$t = (3G + 8G_1 + 4\sqrt{GG_1}) \frac{2\sqrt{h}}{15\mu F\sqrt{2g}}$$

Wreszcie łatwo ztąd poznać, że wzór ten służy także dla każdego ostrosłupa trójkątnego lub wielobocznego. Naczynia kulisto i piramidalne.

*Przykład.* Naczynie kształtu obeliskowego jest u wierzchu 5 stóp długie i 3 stopy szerokie, o 4 zaś stopy niżej, mianowicie na jednym poziomie z rurką dodatkową poziomą, mającą 1 cal średnicy i 3 cale długości, jest 4 stopy długie i 2 stopy szerokie, jakiego czasu potrzebuje woda początkowo to naczynie całkiem wypełniająca, ażeby zniżyć się w niem o  $2\frac{1}{2}$  stóp. Czas potrzebny do wypróżnienia jest przyjmując  $\mu = 0,815$ :

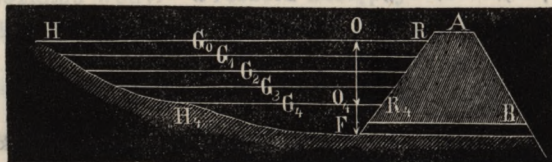
$$t = [8 \cdot 4 \cdot 2 + 3 \cdot 5 \cdot 3 + 2(3 \cdot 4 + 5 \cdot 2)] \frac{2\sqrt{4}}{15 \cdot 0,815 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot 7,906} \\ = \frac{153 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 144}{15 \cdot 0,815 \cdot 7,906 \cdot \pi} = 153 \cdot \frac{2304}{12,225 \cdot 7,906 \cdot \pi} = 153 \cdot 7,588 \\ = 1161 \text{ sekund.}$$

W wysokości  $4 - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$  stóp nad rurką jest  $l = l_1 + \frac{3}{8}$  =  $4\frac{3}{8}$ , a  $b = b_1 + \frac{3}{8} = 2\frac{3}{8}$  stóp, ztąd czas potrzebny do wypróżnienia, gdyby naczynie tylko do tej wysokości było napełnionem:

$$t_1 = [8 \cdot 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3\frac{5}{8} \cdot 1\frac{19}{8} + 2(2 \cdot 3\frac{5}{8} + 4 \cdot 1\frac{19}{8})] \frac{1152\sqrt{1,5}}{15 \cdot 0,815 \cdot 7,906\pi} \\ = 131,672 \cdot 4,6465 = 612 \text{ sekund. Różnica znalezionych czasów, daje czas, w przeciągu którego woda w naczyniu sięgająca początkowo aż do wierzchu tego, opadnie } 2\frac{1}{2} \text{ stóp.}$$

§ 387. Jeżeli potrzeba znaleźć czas wypływu dla naczynia kształtu nieregularnego *FHR*, fig. 573, to nale- Naczynia nieregularne.

Fig. 573.



ży zastosować sposób przybliżony np. prawidło Simpsona. Podzieliwszy całą masę wody na cztery równowysokie warstwy, i oznaczywszy odpowiednie przecięciom poziomym  $G_0$ ,

*Naczynia nieregularne.*  $G_1, G_2, G_3, G_4$ , wysokości ciśnienia przez  $h_0, h_1, h_2, h_3, h_4$

wypada za pomocą prawa Simpsona a czas wypływu

$$t = \frac{h_0 - h_4}{12\mu F\sqrt{2g}} \left( \frac{G_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{4G_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{2G_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{4G_3}{\sqrt{h_3}} + \frac{G_4}{\sqrt{h_4}} \right)$$

Biorąc sześć warstw otrzymujemy

$$t = \frac{h_0 - h_6}{18\mu F\sqrt{2g}} \left( \frac{G_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{4G_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{2G_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{4G_3}{\sqrt{h_3}} + \frac{2G_4}{\sqrt{h_4}} + \frac{4G_5}{\sqrt{h_5}} + \frac{G_6}{\sqrt{h_6}} \right)$$

Massa wypływu jest w pierwszym razie

$$Q = \frac{h_0 - h_4}{12} (G_0 + 4G_1 + 2G_2 + 4G_3 + G_4) \text{ a w drugim}$$

$$Q = \frac{h_0 - h_6}{18} (G_0 + 4G_1 + 2G_2 + 4G_3 + 2G_4 + 4G_5 + G_6).$$

Gdy kształt i wielkość naczynia są nieznanne, to można także z uważanych w równych przedziałach czasu stanów wody obrachować masę wypływu. Jeżeli  $t$  jest takim przeciągiem czasu, to mamy dla otworów w dnie i boku naczynia.

$$Q = \frac{\mu Ft\sqrt{2g}}{3} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

a dla przewalów czyli wycięć w ścianie bocznej

$$Q = 2/9 \mu b t \sqrt{2g} (\sqrt{h_0^3} + 4\sqrt{h_1^3} + 2\sqrt{h_2^3} + 4\sqrt{h_3^3} + \sqrt{h_4^3}).$$

*Przykład.* W jakim czasie zniży się powierzchnia wody w stawie o 6 stóp, gdy upust tego tworzy rynna półwałcowa mająca 18 cali szerokości, 9 cali głębokości i 60 stóp długości, poziomy zaś wody mają następujące powierzchnie:

$G_0$  przy 20 stopach wysokości ciśnienia 600000 stóp kw.

$G_1$  „ 18,5 „ „ „ 495000 „

$G_2$  „ 17,0 „ „ „ 410000 „

$G_3$  „ 15,5 „ „ „ 325000 „

$G_4$  „ 14,0 „ „ „ 265000 „

Mamy więc  $F = \frac{\pi}{8} \cdot (3/2)^2 = \frac{9\pi}{32} = 0,8863$  stóp kwadrato-

wych, przyjmując następnie jak w przykładzie do § 385, współczynnik

oporu przy wejściu = 0,832, i współczynnik oporu z tarcia =  $0,025 \cdot \frac{l}{d}$

$= 0,025 \cdot 60 \cdot 1,091 = 1,6365$ , to współczynnik wypływu będzie Naczynie neregularne.

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,832 + 1,6365}} = \frac{1}{\sqrt{3,4685}} = 0,537, \text{ a}$$

$$\mu F \sqrt{2g} = 0,537 \cdot 0,8836 \cdot 7,906 = 3,7518, \text{ mamy także}$$

$$\frac{G_0}{\sqrt{h_0}} = \frac{600000}{\sqrt{20}} = 134170, \quad \frac{G_1}{\sqrt{h_1}} = \frac{495000}{\sqrt{18,5}} = 115090,$$

$$\frac{G_2}{\sqrt{h_2}} = \frac{410000}{\sqrt{17}} = 99440, \quad \frac{G_3}{\sqrt{h_3}} = \frac{325000}{\sqrt{15,5}} = 82550$$

$$\frac{G_4}{\sqrt{h_4}} = \frac{265000}{\sqrt{14}} = 70830, \text{ ztąd wypada czas wypływu:}$$

$$t = \frac{6}{12 \cdot 3,7518} (134170 + 4 \cdot 115090 + 2 \cdot 99440 + 4 \cdot 82550 + 70830)$$

$$= \frac{1194440}{7,5036} = 159190 \text{ sekund} = 44 \text{ godzin } 13 \text{ minut.}$$

Massa wypływu jest:

$$Q = \frac{6}{12} (600000 + 4 \cdot 495000 + 2 \cdot 410000 + 4 \cdot 325000 + 265000)$$

$$= \frac{4965000}{2} = 2482500 \text{ stóp kubicznych,}$$

§ 388. Gdy naczynie prócz odpływu z dołu, otrzymuje Przyptyw i odpływ. jeszcze przyptyw z wierzchu, to oznaczenie czasu, w jakim poziom wody w niem o pewną wysokość podniesie się lub zniży, jest bardziej zawikłaném, tak, że po największej części potrzeba przestawać tylko na przybliżoném obrachowaniu.

Gdy masa przyptywu na sekundę  $Q_1 > \mu F \sqrt{2gh}$ , to ma miejsce wznoszenie się, gdy zaś  $Q_1 < \mu F \sqrt{2gh}$ , to opadanie poziome wody. Wreszcie następuje tu zawsze stan spoczynku, gdy wysokość ciśnienia, czy wzrastając, czy zmniejszając się dojdzie do wielkości  $k = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q_1}{\mu F} \right)^2$ . Czas  $\tau$  w przeciągu którego zmienna wysokość ciśnienia  $x$  powiększa się o cząstkę  $\xi$ , oznacza się równaniem  $G_1 \xi = Q_1 \tau - \mu F \sqrt{2gx}$ .  $\tau$ , odwrotnie zaś czas, w przeciągu którego poziom wody zniża się o  $\xi$ , przez  $G_1 \xi = \mu F \sqrt{2gx} \cdot \tau - Q_1 \tau$ .

Przyływ i od-  
pływ.

Mamy ztąd w pierwszym przypadku  $\tau = \frac{G_1 \xi}{Q_1 - \mu F \sqrt{2gx}}$

w drugim  $\tau = \frac{G_1 \xi}{\mu F \sqrt{2gx} - Q_1}$ . Stosując prawo Simpsona otrzymujemy czas w przeciągu którego poziom wody obniża się z  $G_0$  do  $G_1, G_2 \dots$  i wysokość ciśnienia przechodzi z  $h_0$  na  $h_1, h_2 \dots$

$$t = \frac{h_0 - h_1}{12} \left[ \frac{G_0}{\mu F \sqrt{2gh_0} - Q_1} + \frac{4G_1}{\mu F \sqrt{2gh_1} - Q_1} + \frac{2G_2}{\mu F \sqrt{2gh_2} - Q_1} + \frac{4G_3}{\mu F \sqrt{2gh_3} - Q_1} + \frac{G_4}{\mu F \sqrt{2gh_4} - Q_1} \right]$$

lub prościej, gdy  $\frac{Q_1}{\mu F \sqrt{2g}}$  oznaczmy przez  $\sqrt{k}$

$$t = \frac{h_0 - h_1}{12\mu F \sqrt{2g}} \left[ \frac{G_0}{\sqrt{h_0} - \sqrt{k}} + \frac{4G_1}{\sqrt{h_1} - \sqrt{k}} + \frac{2G_2}{\sqrt{h_2} - \sqrt{k}} + \frac{4G_3}{\sqrt{h_3} - \sqrt{k}} + \frac{G_4}{\sqrt{h_4} - \sqrt{k}} \right]$$

Gdy naczynie jest graniastosłupowem, i ma niezmiennie przecięcie  $G$  to mamy

$$t = \frac{2G}{\mu F \sqrt{2g}} \left[ \sqrt{k} - \sqrt{h_1} + \sqrt{k} \cdot \log. \text{nat.} \left( \frac{\sqrt{h} - \sqrt{k}}{\sqrt{h_1} - \sqrt{k}} \right) \right]$$

czas w którym wysokość ciśnienia przechodzi z  $h$  na  $h_1$ , ponie-

waż dla  $h_1 = k$ , jest  $\frac{\sqrt{h} - \sqrt{k}}{\sqrt{h_1} - \sqrt{k}} = \infty$ , wypada więc że stan spoczynku dopiero w nieskończenie wielkim czasie następuje.

Dla wycięcia w ścianie wypada następujący wzór:

$$t = \frac{Gk}{3Q_1} \left[ \log. \text{nat.} \frac{(\sqrt{h} - \sqrt{k})^2 (h_1 + \sqrt{h_1 k} + k)}{(\sqrt{h_1} - \sqrt{k})^2 (h + \sqrt{h k} + k)} + \sqrt{12} \cdot \text{ark} \left( \text{stg} = \frac{(\sqrt{h} - \sqrt{h_1}) \sqrt{12k}}{3k + (2\sqrt{h} + \sqrt{k})(2\sqrt{h_1} + \sqrt{k})} \right) \right]$$

gdzie  $k = \left( \frac{Q_1}{\mu F \sqrt{2g}} \right)^2$ ,  $\log. \text{nat.}$  logarytm naturalny, a

luk (sty = y) luk odpowiadający stycznej = y oznacza. Po- Przyływ i od-  
 długi tego jak  $h > h$ , czyli massa wody przyływającej pływ.

$Q_1 > \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2gh^3}$ , ma miejsce wznoszenie się lub opadanie po-  
 ziomu wody. Stan spoczynku następuje wtenczas gdy  $h_1 = h$ ,  
 czas jednak jemu odpowiedni wypada =  $\infty$ .

*Przykład.* W jakim czasie woda podniesie się w naczyniu równo-  
 ległościenném 12 stóp długiem, 6 stóp szerokiem od zera do 2 stóp  
 nad próg wycięcia w ścianie bocznej  $\frac{1}{2}$  stopy szerokiego, gdy na se-  
 kundę przybywa 5 stóp kubicz. wody? Mamy tu  $h = 0$ , ztąd prościęj

$$t = \frac{Gk}{3Q_1} \left[ \log. \text{nat.} \frac{h_1 + \sqrt{h_1 k} + k}{(\sqrt{h_1} - \sqrt{k})^2} + \sqrt{12} \text{ luk.} \left( \text{sty} = \frac{-\sqrt{3h_1}}{2\sqrt{k} + \sqrt{h_1}} \right) \right].$$

Jest zaś  $G = 12 \cdot 6 = 72$ ,  $Q_1 = 5$ ,  $h_1 = 2$ ,  $b = \frac{1}{2}$ , a  $\mu = 0,6$

$$k = \left( \frac{5}{\frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot \frac{1}{2} : 7,906} \right)^2 = 2,1545, \text{ ztąd wypada szukany}$$

czas

$$t = \frac{72 \cdot 2,1544}{3 \cdot 5} \left[ \log. \text{nat.} \frac{4,1544 + \sqrt{4,3088}}{(1,4142 - 1,4678)^2} - \sqrt{12} \text{ luk} = \frac{\sqrt{6}}{1,4142 + 2,9357} \right]$$

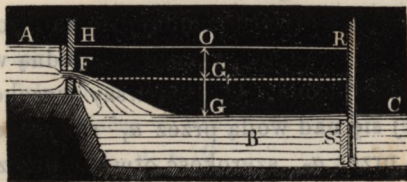
$$= 10,341 \left[ \log. \text{nat.} \frac{6,2302}{0,002873} - \sqrt{12} \cdot \text{luk} \left( \text{sty} = \frac{\sqrt{6}}{1,4142 + 2,9357} \right) \right]$$

$$= 10,341 \left[ \log. \text{nat.} \frac{6,2302}{0,002873} - \sqrt{12} \cdot \text{luk} \left( \text{sty} = \frac{\sqrt{6}}{4,3499} \right) \right]$$

$$= 10,341 (7,682 - 1,778) = 10,341 \cdot 5,90 = 60 \text{ sekund.}$$

§ 389. Bardzo użyteczne zastosowanie wyłożonych do-  
 piero zasad można zrobić przy wypełnianiu i wypróżnianiu  
 szluz (Schleuse, шлюзь, écluse). Mamy zwykle 2 rodzaje szluz:

Fig. 574.

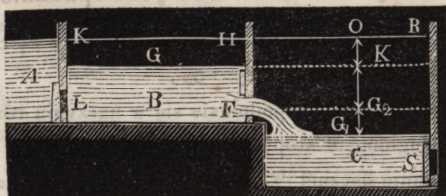


pojedyncze i podwójne.  
 Szluz pojedyncza, fig.  
 574, składa się z jednej  
 komory B, która wro-  
 tami górnemi HF od  
 górnej, a dolnemi RS od  
 dolnej wody jest od-

Szluzy.

dzieloną. Podwójna szluzą zaś fig. 575 składa się z dwóch komór mających troje wrót, to jest górne  $KL$ , środkowe  $HF$  i dolne  $RS$ .

Fig. 575.



Uczyniwszy średnie przecięcie poziome komory w szluzie pojedynczej  $= G$ , odległość środka otworu stawidłowego we wrótach górnych od poziomu  $HB$  wody górnej  $= h_1$ , a od poziomu wody dolnej  $= h_2$ , nareszcie powierzchnię otworu stawidłowego  $= F$ ; otrzymujemy czas potrzebny do napełnienia komory, aż do środka otworu

$t_1 = \frac{Gh_2}{\mu F \sqrt{2g h_1}}$ , a czas potrzebny do wypełnienia pozostałej

przestrzeni, gdzie ma miejsce wolne zmniejszanie się wysokości ciśnienia,  $t_2 = \frac{2Gh_1}{\mu F \sqrt{2g h_1}}$ , ztąd więc czas potrzebny do napełnienia pojedynczej szluzy:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{(h_2 + 2h_1)G}{\mu F \sqrt{2g h_1}}$$

Jeżeli otwór we wrótach dolnych znajduje się zupełnie pod wodą dolną, to przy wypróżnianiu wysokość ciśnienia zmniejsza się zwolna od  $h_1 + h_2$  aż do 0, czas przeto potrzebny do wypróżnienia czyli wypuszczenia wody ze szluzy:

$$t = \frac{2G \sqrt{h_1 + h_2}}{\mu F \sqrt{2g}}$$

Jeżeli zaś przeciwnie część otworu znajduje się nad wodą dolną, to mamy do uważania dwie masy wypływu, jedną wypływającą nad, a drugą pod wodą. Oznaczywszy wysokość części otworu znajdującej się nad wodą przez  $a_1$ , a wysokość takiejże części pod wodą przez  $a_2$ , szerokość otworu przez  $b$ , otrzymujemy na czas wypływu wyrażenie:



$$t = \frac{2G(h_1 - h_2)}{\mu b \sqrt{2g} \left( a_1 \sqrt{h_1 + h_2} - \frac{a_1}{2} + a_2 \sqrt{h_1 + h_2} \right)}.$$

Szluzy.

W szluzie podwójnej wysokość ciśnienia w komorze odzielonej od górnej wody zmniejsza się coraz bardziej, w czasie wypływu wody do drugiej komory. Jeżeli  $G$  jest przecięciem poziomem pierwszej komory, a  $G_1$  takimże przecięciem drugiej komory, i jeżeli wysokość ciśnienia w pierwszej komorze z  $h_1$  zmniejsza się na  $x$ , gdy w drugiej woda podnosi się do środka stawidła czyli otworu, to mamy odpowiedni czas

$$t_1 = \frac{2G}{\mu F \sqrt{2g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{x}).$$

Ponieważ zaś masa wody  $G(h_1 - x)$  =  $G_1 h_2$ , a ztąd  $x = h_1 - \frac{G_1}{G} h_2$  to

$$= \frac{2G}{\mu F \sqrt{2g}} \left( \sqrt{h_1} - \sqrt{h_1 - \frac{G_1 h_2}{G}} \right) = \frac{2\sqrt{G}}{\mu F \sqrt{2g}} \left( \sqrt{G h_1} - \sqrt{G h_1 - G_1 h_2} \right).$$

Czas w którym woda w drugiej komorze dojdzie do jej poziomu z pierwszą, oznaczy się podług § 383.

$$t_2 = \frac{2G G_1 \sqrt{x}}{\mu F (G + G_1) \sqrt{2g}} = \frac{2G_1 \sqrt{G} \sqrt{G h_1 - G_1 h_2}}{\mu F (G + G_1) \sqrt{2g}}$$

a cały czas potrzebny do wypełnienia

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2\sqrt{G}}{\mu F \sqrt{2g}} \left( \sqrt{G h_1} - \frac{G}{G + G_1} \sqrt{G h_1 - G_1 h_2} \right).$$

*Przykład.* Jakiego czasu potrzeba do wypełnienia i wypróżnienia komory w szluzie pojedynczej, mającej średniej długości komory 200 stóp średniej szerokości 24 stóp, więc  $G = 200 \cdot 24 = 4800$  stóp kwadr. Odległość środka otworu stawidłowego we wrotach górnych od obu poziomów wody wynosi 5 stóp, szerokość obu otworów =  $2\frac{1}{2}$  stóp, wysokość otworu we wrotach górnych = 4 stopy, wysokość otworu w dolnych wrotach, który całkowicie znajduje się pod wodą, wynosi 5 stóp, kładąc we wzór

$$t = \frac{(2h_1 + h_2)G}{\mu F \sqrt{2gh}}, \quad h_1 = 5, \quad h_2 = 5, \quad G = 4800, \quad \mu = 0,615,$$

$F = 4 \cdot 2^{1/2} = 10 \text{ i } \sqrt{2g} = 7,906$ , otrzymujemy czas potrzebny do napełnienia:

$$t = \frac{3 \cdot 5 \cdot 4800}{6,15 \cdot 7,906 \sqrt{5}} = \frac{14400}{1,23 \cdot 7,906 \sqrt{5}} = 662 \text{ sekund} = 11$$

minut 2 sekundy.

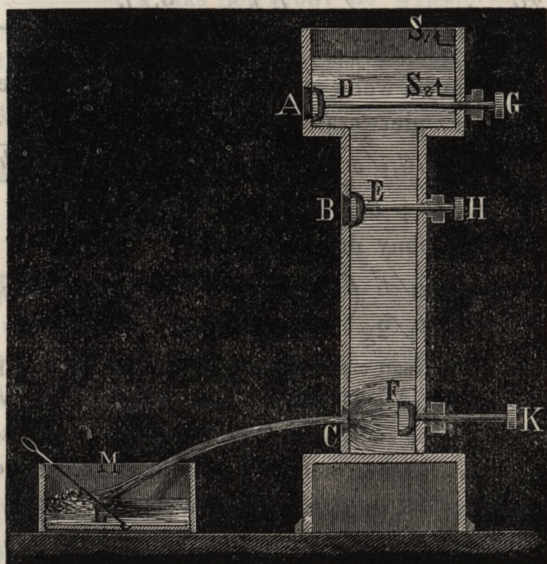
Kładąc zaś we wzór  $t = \frac{2G\sqrt{h_1 + h_2}}{\mu F \sqrt{2g}}$ ,  $G = 4800$ ,  $h_1 + h_2 = 10$ ,

$$F = 5 \cdot 2^{1/2} = 12,5 \text{ otrzymujemy czas potrzebny do wypróżnienia szluzu } t = \frac{2 \cdot 4800 \sqrt{10}}{0,615 \cdot 12,5 \cdot 7,906} = 500 \text{ sekund} = 8 \text{ minut } 20 \text{ sek.}$$

Hydrauliczny  
przyrząd do do-  
świadczeń.

§ 390. Za pomocą wyobrażonego na fig. 576 hydraulicznego przyrządu do doświadczeń, można nietyl-

Fig. 576.



ko przez więcej jak 100 doświadczeń, okazać naocznie najważniejsze zjawiska wypływu, lecz także oznaczyć w liczbach głównejsze prawa tegoż. Przyrząd ten składa się z naczynia wypływu opatrzonego trzema otworami  $A$ ,  $B$ ,

*C*, których odległości od średniego poziomu wody są w stosunku liczb 1 do 4 do 9. W otworach tych można osadzać rozmaite rodzaje munsztuków i rurek, co ażeby dało się uskutecznić bez przeszkody ze strony wypełniającej wody, zastosowano szczególny rodzaj klap *D*, *E*, *F* do zamykania otworów, których swożnie, na jakich są osadzone przechodzą przez ścianę przeciwległą. W wierzchniej i szerszej części przyrządu znajdują się jeszcze dwa zaostrome i skierowane do góry haki *S*<sub>1</sub> i *S*<sub>2</sub>, które służą jako punkta przestanków przy doświadczeniach, przejście bowiem zniżającego się poziomu wody przez te końce oznacza początek i koniec doświadczenia. Woda wypływająca zbiera się w naczyniu *M* które przed następnem doświadczeniem stawia się na naczyniu wypływu i woda z niego za pomocą otworu *L*, zaopatrzonego zatyczką przechodzi nazad do rezerwoaru.

Hydrauliczny  
przyrząd do do-  
świadczeń.

Ażeby za pomocą tego przyrządu oznaczyć współczynnik wypływu  $\mu$  dla rozmaitych munsztuków i rur, należy na dobrym sekundowym zegarku uważać czas *t*, w ciągu którego poziom wody zniży się od jednego do drugiego ostrza, czyli wysokość ciśnienia *h*<sub>1</sub> przejdzie na *h*<sub>2</sub>; następnie jeżeli *F* jest przecięciem poprzecznym otworu wypływu, a *G* powierzchnią opadającego poziomu wody, to mamy współczynnik wypływu (p. § 382):

$$\mu = \frac{2G\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}}{Ft\sqrt{2g}}$$

i odpowiednią średnią wysokość ciśnienia:

$$h = \frac{(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})^2}{2}$$

Do tego przyrządu należy jeszcze zbiór munsztuków i rur, mianowicie kwadratowe, prostokątne, okrągłe i trójkątne otworu w cienkiej ścianie, z wewnętrznym obłożeniem, albo bez tegoż, krótkie rury walcowe i ostrokątne, długie proste rury rozmaitej średnicy wygięć i kolan i t. d., które można osadzać w otworach wypływu *A*, *B*, *C*. Za pomocą tak zaopatrzonego przyrządu, można w kilka godzin prawie

Hydrauliczny  
przyrząd do do-  
świadczeń.

wszystkie zjawiska i prawa wypływu okazać; można na nim ocenić nie tylko zupełne i niezupełne, całkowite i niecałkowite ściśnienie, ale i rozmaite stopnie ściśnienia żył wodnych, następnie opory z tarcia wygięć i zakrzywień w rurach, jako też dodatne i ujemne ciśnienie wody, przez wytryski i wysiania. Zawsze natrafimy na bardzo bliską, a po części nawet na nadzwyczaj wielką zgodność z podanemi wielkościami z doświadczeń (dla  $\mu$ ,  $\varphi$ ,  $\alpha$ ,  $\zeta$ ). W przedstawionym przyrządzie jest  $G = 0,080$  metr. kwad. średnica otworów i rur prawie jeden centymetr, dla dolnego otworu  $h_1 = 0,81$  a  $h_2 = 0,69$  metru. (Dokładne opisanie tego przyrządu znajduje się w dziele Polytechnisches Centralblatt N. 4, r. 1848).

Za przykład jak dobrze zgadzają się co do wielkości postrzeżenia robione na tym przyrządzie z wiadomemi doświadczeniami posłużyć może co następuje. Dla krótkiej walcowej rurki dodatkowej osadzonej w spodnim otworze, znaleziono  $t = 33$ , a dla dłuższej rurki szklanej, mającej stosunek długości  $\frac{l}{d} = 124$  było  $t = 56$  sekund; ztąd wypadło dla pierwszej  $\mu_1 = 0,815$  a  $\zeta_1 = \frac{1}{\mu_1^2} - 1 = 0,504$ , a dla drugiej  $\mu_2 = 0,480$  i  $\zeta_2 = \frac{1}{\mu_2^2} - 1 = 3,332$  więc  $\zeta_2 - \zeta_1 = 3,332 - 0,504 = 2,828$ , a ztąd współczynnik tarcia w rurze:

$$\zeta = \frac{d}{l} (\zeta_2 - \zeta_1) = \frac{2,828}{124} = 0,0228.$$

Podług tablicy § 366 jest dla średniej prędkości  $v = 1,84$  metrów z jaką woda z rury wypływa  $\zeta = 0,0215$ , więc zgodność bardzo bliska. Przy tych doświadczeniach można najwyraźniej przekonać się, że prędkość wypływu w rurach nie zależy od ich nachylenia, lecz od wysokości ciśnienia nad wylotem. Wypada np. prędkość jednakowa czy rurę osadzimy w górnym, czy dolnym otworze, byleby tylko wylot tejże był jednakowo głęboko zanurzonym pod poziomem wody w rezerwoarze.

*Uwaga.* Pisma traktujące o wypływie wody i o ruchu wody w rurach

są w zupełności wyliczone w powszechniej encyklopedyi machin (alge-  
 meine Maschinenencyclopädie) tom pierwszy artykuł „Ausfluss.” Z naj-  
 nowszych pism możemy tu tylko przytoczyć: Gerstner, Handbuch  
 der Mechanik, tom. 2. Praga, 1832. D'Aubuisson, Traité d'Hy-  
 draulique a l'usage des Ingénieurs, drugie wydanie, 1840 r. Pier-  
 wsze wydanie znajduje się także i w języku niemieckim. Eytel-  
 wein's Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik,  
 trzecie wydanie 1842 r.; następnie Scheffler's Principien der Hy-  
 drostatik und der Hydraulik, Brunszwig, 1847. Dawne Hydrauliczne  
 pisma Bossuta i Du Buata, mają zawsze pewną wartość, z przy-  
 czyny praktycznych postrzeżeń jakie zawierają.

Hydrauliczny  
 przyrząd do do-  
 świadczeń.

## ROZDZIAŁ VI.

### o wpływie powietrza z naczyń i rur.

§ 391. Powietrze zgęszczone nie wypływa z naczyń zu-  
 pełnie podług tych samych praw jak woda, gdyż z wypływem  
 tegoż połączone jest zawsze rozszerzanie, które przy wypły-  
 wie wody nie ma miejsca. Ażeby to prawo dla powietrza  
 i innych rodzajów gazów oznaczyć, uczynmy pracę  $Q\gamma \frac{v^2}{2g}$ ,  
 jaką ilość powietrza  $Q$  mająca gęstość  $\gamma$  potrzebuje ażeby ze spo-  
 czynku przejść mogła w prędkość  $v$ , równą pracy  $Qp \log. nat. \left(\frac{p_1}{p}\right)$   
 znalezionej w § 330, jaką też sama ilość powietrza wydaje, gdy  
 przechodzi z większego ciśnienia  $p_1$  w mniejsze  $p$ . Jeśli więc  
 $p_1$  jest siłą prężności powietrza zamkniętego w naczyniu,  $v$   
 prędkością wypływu,  $p$  prężnością powietrza zewnątrz na-  
 czynia, a  $\gamma$  gęstością tegoż, to możemy położyć:

$$Q\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} = Qp \log. nat. \left(\frac{p_1}{p}\right), \text{ więc wysokość prędkości}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} \log. nat. \left(\frac{p_1}{p}\right) = 2,3026 \frac{p}{\gamma} \log. \left(\frac{p_1}{p}\right),$$

Wypływ spokojnego powietrza. a sama prędkość

$$v = \sqrt{2g \frac{\rho}{\gamma} \log. \text{nat.} \left( \frac{\rho_1}{\rho} \right)}$$

Tylko wtenczas gdy prężności powietrza  $\rho$  i  $\rho_1$  mało się między sobą różnią, gdy  $\rho_1 - \rho < \frac{1}{10} \rho$ , można położyć

$$\log. \text{nat.} \left( \frac{\rho_1}{\rho} \right) = \log. \text{nat.} \left( 1 + \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} \right) = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho}, \text{ a ztąd}$$

$$v = \sqrt{2g \left( \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} \right) \frac{\rho}{\gamma}}. \text{ Że zaś wysokość słupa powietrza rów-}$$

noważącego ciśnienie  $\rho_1 - \rho$  jest (podług § 327),  $h = \frac{\rho_1 - \rho}{\gamma}$ ,

można więc prędkość wypływu  $v$  uczynić  $= \sqrt{2gh}$  i otrzymujemy tym sposobem zupełną zgodność z wypływem wody. Przy wyższych ciśnieniach wzór ten jest niedostatecznym, i należy przynajmniej położyć.

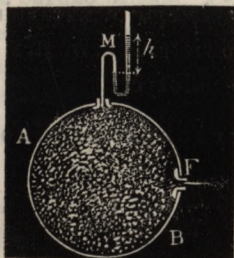
$$\log. \text{nat.} \left( \frac{\rho_1}{\rho} \right) = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} - \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} \right)^2 \text{ zktąd utrzymujemy już}$$

$$\text{daleko dokładniej } v = \sqrt{2g \left( \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{(\rho_1 - \rho)^2}{\rho^2} \right) \frac{\rho}{\gamma}}$$

$$= \sqrt{2g \left( 1 - \frac{\rho_1 - \rho}{2\rho} \right) h} \text{ lub, czyniąc wysokość barometru powietrznego dla zewnętrznego powietrza } = b, \text{ a zatem}$$

$$v = \sqrt{2g \left( 1 - \frac{h}{2b} \right) h} = \left( 1 - \frac{h}{4b} \right) \sqrt{2gh}.$$

Jeżeli otwór wypływu  $F$  w naczyniu  $AB$ , fig. 577, jest dokładnie i gładko zaokrąglonym, to cząstki powietrza wypływają w liniach równoległych, a ztąd objętość masy powietrza wypływającej w jednej sekundzie i mierzonej stanem zewnętrznego barometru:



$$Q = Fv = F \left( 1 - \frac{h}{4b} \right) \sqrt{2gh}$$

albo dokładniej

Wpływ spokojnego powietrza.

$$= F \sqrt{2 g b \log. nat. \left( \frac{b+h}{b} \right)}$$

§ 392. Znalezione w poprzednim §. wzory nie dają się bezpośrednio zastosować, ponieważ ani zewnętrznego ani wewnętrznego ciśnienia powietrza nie możemy mierzyć wysokością słupów powietrza  $b+h$  i  $b$ , i zwykle te ciśnienia wymierzają się słupami merkuryusza lub wody. Co do ilorazu  $\frac{p_1}{p} = \frac{b+h}{b}$  jest obojętnem czy  $b$  i  $h$  są wyrażone powietrzem, wodą albo merkuryuszem, ponieważ przy każdej redukcji  $b$  i  $h$ , ułamek  $\frac{b+h}{b}$  zostaje niezmiennym, lecz iloraz  $\frac{p}{\gamma} = b$  jest jeszcze zależnym od temperatury powietrza wpływającego i także zmienia się przy rozmaitych gatunkach powietrza. Dla powietrza atmosferycznego mamy (§. 333) gdy przez  $p$  ciśnienie powietrza na jeden centymetr kwadr. przez  $\gamma$  ciężar metra kub. powietrza, a przez  $t$  temperaturę tegoż rozumiemy:

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{1+0,00367 \cdot t}{1,2572} \text{ dla pary zaś wodnej.}$$

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{1+0,00367 \cdot t}{0,7857}$$

Podstawiając te wartości we wzór główny na  $v$ , otrzymujemy dla powietrza atmosferycznego:

$$v = 395 \sqrt{(1 + 0,00367 \cdot t) \log. nat. \left( \frac{b+h}{b} \right)} \text{ metrów}$$

czyli przy małym  $\frac{h}{b}$ ,

$$v = 395 \sqrt{(1+0,00367 \cdot t) \frac{h}{b}} \text{ metrów, a dla pary wodnej:}$$

$$v = 500,6 \sqrt{(1 + 0,00367 \cdot t) \log. nat. \left( \frac{b+h}{b} \right)} \text{ metrów}$$

Massa teoretyczna wypływu, mierzona pod ciśnieniem zewnętrznym jest  $Q = Fv$ , jeżeli zaś chcemy takową oznaczyć pod ciśnieniem wewnętrznym, należy położyć  $Q_1 p_1 = Qp$ , ztąd

Wypływ spokojnego powietrza.

wypada  $Q_1 = \frac{p}{p_1} Q = \frac{b Q}{b+h}$  Sprowadzając zaś do zera tem-

peratury, otrzymujemy masę wypływu

$Q_2 = \frac{Q}{1+0,00367 \cdot t}$ , a zatem dla powietrza atmosferycznego

$Q_2 = 395 F \sqrt{\frac{\log. \text{nat. } (b+h) - \log. \text{nat. } b}{1+0,00367 \cdot t}}$  metrów kub.

Jeżeli przy rozmaitych temperaturach z rozmaitych otworów  $F$  i  $F_1$  przy jednakowej prężności, mają wypływać równe masy powietrza, musi podług tego być:

$\frac{F_1}{F} = \sqrt{\frac{1+0,00367 t_1}{1+0,00367 t}}$ . Gdy np.  $t=0$  a  $t_1=150^\circ$ , to mamy

$F_1 = \sqrt{1,5505} \cdot F = 1,245 F$ . Jeżeli więc w wielkim piecu mamy topić żelazo, rozgrzaniem powietrzem na  $150^\circ$  należy użyć rur mających przy wylocie o  $\frac{1}{4}$  większe przecięcie poprzeczne, jak przy zastosowaniu zimnego powietrza.

W miarach pruskich mamy dla powietrza

$v = 1258 \cdot \sqrt{(1+0,00367 t) \log. \text{nat. } \left(\frac{b+h}{b}\right)}$ , a dla pary

$v = 1595 \cdot \sqrt{(1+0,00367 t) \log. \text{nat. } \left(\frac{b+h}{b}\right)}$ .

*Przykład.* W wielkiej skrzyni zamkniętej jest powietrze rozgrzane na  $120^\circ$ , któremu odpowiada stan manometru merkuryuszowego 5 cali, gdy stan barometru na zewnątrz wynosi 27,2 cali. Jaka masa wiatru wypłynie z tej skrzyni przez otwór  $1\frac{1}{2}$  cala średnicy mający? Mamy

$\log. \text{nat. } \left(\frac{b+h}{b}\right) = \log. \text{nat. } \left(\frac{32,2}{27,2}\right) = \log. \text{nat. } 322 - \log. \text{nat. } 272$

$= 5,77455 - 5,60580 = 0,16875$ , ztąd prędkość wypływu

$v = 1258 \cdot \sqrt{(1+0,00367 \cdot 120) \cdot 0,16875}$

$= 1258 \cdot \sqrt{1,4404 \cdot 0,16875} = 620,2$  stóp.

Ponieważ zaś powierzchnia otworu  $= \frac{\pi}{4} (1\frac{1}{2})^2 = \frac{\pi}{256} = 0,01227$

stóp kwadrat. wypada ztąd masa wypływu  $Q = 0,01227 \cdot 620,2$

$= 7,61$  stóp kwad. Mierzona zaś pod ciśnieniem wewnętrznym jest:



$= \frac{272}{322} \cdot 7,61 = 6,43$  stóp kub., a sprowadzona do średniego stanu

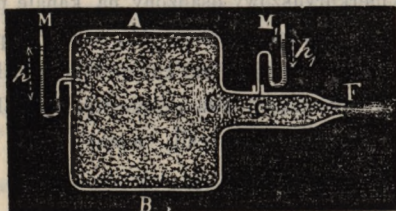
barometru i do temperatury zero masa wypływu

$$Q = 7,61 \cdot \frac{272}{280} \cdot \frac{1}{1,4404} = 5,13 \text{ stóp kub.}$$

§ 393. W znalezionych wzorach na wypływ przyjmowano że ciśnienie  $p_1$  czyli stan manometru  $h$ , był mierzonym w miejscu, gdzie powietrze znajdowało się w spoczynku, albo

Wypływ poruszającego się powietrza.

Fig. 578.



tylko miało bardzo słaby ruch, jeżeli zaś mierzymy  $p_1$  lub  $h_1$  w miejscu gdzie powietrze jest w ruchu, jeżeli np. manometr  $M_1$  ma połączenie z powietrzem znajdującem się w ru-

rze ciągowej  $CF$ , fig. 578, to należy jeszcze wprowadzić w rachunek siłę żywą przychodzącego powietrza. Jeżeli więc  $c$  jest prędkością powietrza przechodzącego przed otworem manometru należy położyć:

$$Q\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} = Q\gamma \cdot \frac{c^2}{2g} + Qp \log. \text{ nat.} \left( \frac{p_1}{p} \right),$$

lub, ponieważ gdy  $F$  oznacza przecięcie poprzeczne otworu, a  $G$  przecięcie poprzeczne rury, czyli powietrza przechodzącego około otworu manometru, podług prawa *Mariotta* jest

$$\frac{Gc}{Fv} = \frac{p}{p_1}, \text{ czyli } Gcp_1 = Fcp, \text{ więc } c = \frac{F}{G} \cdot \frac{p}{p_1} v,$$

$Q\gamma \left[ 1 - \left( \frac{F}{G} \right)^2 \left( \frac{p}{p_1} \right)^2 \right] \frac{v^2}{2g} = Qp \log. \text{ nat.} \left( \frac{p_1}{p} \right)$ , a szukana prędkość wypływu

$$v = \frac{\sqrt{2g \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{p_1}{p} \right)}}{\sqrt{1 - \left( \frac{Fp}{Gp_1} \right)^2}}$$

Wpływ  
poruszającego się  
powietrza.

Wypada więc i tu, zupełnie tak jak przy wypływie wody z naczyń, prędkość wypływu tém większa, im większym jest stosunek  $\frac{F}{G}$  pomiędzy przecięciem poprzecznem otworu i rury czyli przybywającego powietrza. Widziemy także że przy innych tych samych okolicznościach, stan manometru  $p_1$  wypada tém mniejszy im węższą jest rura przeciągowa, czyli im większą jest prędkość przechodzącego przez nią powietrza.

*Przykłady.* 1. Manometr merkuryuszowy osadzony na kanale powietrznym, mającym  $3\frac{1}{2}$  cala średnicy, ma wysokość  $2\frac{1}{2}$  cala, gdy powietrze wypływa przez ostrokątkowo zewężający się koniec tego kanału, mający 2 cale średnicy, z jaką prędkością odbywa się ten wypływ? Jeżeli zewnętrzny stan barometru wynosi  $27\frac{1}{2}$  cali, mamy

$$\frac{p_1}{p} = \frac{27\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}}{27\frac{1}{2}} = \frac{30}{27,5} = \frac{12}{11} \text{ a}$$

$$\frac{Fp}{Gp_1} = \left(\frac{2}{3,5}\right)^2 \cdot \frac{11}{12} = \frac{16 \cdot 11}{49 \cdot 12} = \frac{44}{147};$$

teoretyczna przeto prędkość wypływu przy temperaturze  $10^0$

$$v = \frac{1258 \cdot \sqrt{1,0367 \cdot \log. \text{ nat. } \left(\frac{12}{11}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{44}{147}\right)^2}} = \frac{1258 \sqrt{1,0367 \cdot 0,087}}{\sqrt{0,9104}}$$

$= 396$  stóp. 2) Natężenie  $p_2$  w regulatorze wiatru, gdzie wiatr jest

w spoczynku, wypada ze wzoru  $\log. \text{ nat. } \left(\frac{p_2}{p}\right) = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\gamma}{p}$ , czyli

$$\log. \text{ nat. } p_2 = \log. \text{ nat. } p + \frac{\log. \text{ nat. } \left(\frac{p_1}{p}\right)}{1 - \left(\frac{Fp}{Gp_1}\right)^2}, \text{ więc w obecnym przy-}$$

$$\text{padku} = \log. \text{ nat. } 27,5 + \frac{0,087}{0,9104} = 3,3142 + 0,0965$$

$= 3,4017$ , zkad wypada  $p_2 = 30,3$  cali.

§ 394. Gdy rezerwoar powietrzny nie otrzymuje żadnego przyływu, a tymczasem przez otwór w tymże ma, ciągle miejsce wypływ powietrza, to gęstość i prężność zmniejszają się stopniowo, a ztąd i prędkość wypływu wypada coraz mniej-

sza. Stosunek w jakim zostaje to zmniejszenie do czasu i masy wypływu, można oznaczyć następującym sposobem. Niech objętość rezerwoaru będzie  $V$ , początkowy stan manometru  $= h_0$  po upływie zaś pewnego czasu  $t$ ,  $= h_n$  i wysokość zewnętrznego barometru  $= b$ . Natenczas zredukowana do ciśnienia zewnętrznego objętość powietrza lub wiatru w rezerwoarze jest początkowo  $= \frac{V(b+h_0)}{b}$  a przy końcu czasu  $t$ ,  $= \frac{V(b+h_n)}{b}$  a zatem w czasie  $t$  wypływała pod ciśnieniem zewnętrznym mierzona masa powietrza:

$V_n = \frac{V(b+h_0)}{b} - \frac{V(b+h_n)}{b} = \frac{V(h_0-h_n)}{b}$ ; odwrotnie zaś jest odpowiedni masie wypływu  $V_n$  stan manometru:

$$h_n = h_0 - \frac{V_n}{V} \cdot b.$$

Przyjmując cztery przedziały, i czyniąc początkowy stan manometru  $= h_0$ , na końcu zaś czasu  $t = h_4$ , i kładąc

$$h_1 = h_0 - \frac{h_0-h_4}{4}, \quad h_2 = h_0 - \frac{2}{4}(h_0-h_4) \text{ i}$$

$h_3 = h_0 - \frac{3}{4}(h_0-h_4)$ , otrzymamy za pomocą prawa Simpsona czas

$$t = \frac{V(h_0-h_4)}{12Fb\sqrt{2g\frac{p}{\gamma}}} \left( \frac{1}{\sqrt{\log.\text{nat.}\left(\frac{b+h_0}{b}\right)}} + \frac{2}{\sqrt{\log.\text{nat.}\left(\frac{b+h_1}{b}\right)}} + \frac{2}{\sqrt{\log.\text{nat.}\left(\frac{b+h_2}{b}\right)}} + \frac{1}{\sqrt{\log.\text{nat.}\left(\frac{b+h_3}{b}\right)}} + \frac{1}{\sqrt{\log.\text{nat.}\left(\frac{b+h_4}{b}\right)}} \right).$$

Przy średnim ciśnieniu czyli stanie manometru, można położyć:

Wpływ  
poruszającego się  
powietrza.

Wpływ  
poruszającego się  
powietrza.

$$\log. \text{nat.} \left( \frac{b+h}{b} \right) = \frac{h}{b} \left( 1 - \frac{h}{2b} \right),$$

$$\text{z\k{t}\k{a}d} \sqrt{\log. \text{nat.} \left( \frac{b+h}{b} \right)} = \left( 1 - \frac{h}{4b} \right) \sqrt{\frac{h}{b}}$$

$$\text{a} \frac{1}{\sqrt{\log. \text{nat.} \left( \frac{b+h}{b} \right)}} = \left( 1 + \frac{h}{4b} \right) \sqrt{\frac{b}{h}}$$

Przyjmując  $n$  przedziałów, i czyniąc masę wypływu dla jednego przedziału  $\frac{V_1}{n} V = \frac{(Vh_0 - h_n)}{nb}$ , otrzymujemy odpowiednią

$$\begin{aligned} \text{cz\k{a}stk\k{a} czasu} \tau &= \frac{V(h_0 - h_n)}{nb} : F \sqrt{2g \frac{p}{\gamma} \log. \text{nat.} \left( \frac{b+h}{b} \right)} \\ &= \frac{V(h_0 - h_n)}{nb} \frac{\left( 1 + \frac{h}{4b} \right) \sqrt{\frac{b}{h}}}{F \sqrt{2g \frac{p}{\gamma}}} \\ &= \frac{V(h_0 - h_n)}{n \cdot F \sqrt{2gb \frac{p}{\gamma}}} \left( h^{-1/2} + \frac{h^{1/2}}{4b} \right) \end{aligned}$$

Wkładając następnie za  $h$ :  $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$  otrzymamy summę wszystkich  $\left( \frac{h_0 - h_n}{n} \right) h^{-1/2} = 2 (h_0^{1/2} - h_n^{1/2})$

$$= 2 (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_n}) \text{ i summę wszystkich } \left( \frac{h_0 - h_n}{n} \right) h^{1/2}$$

$= \frac{2}{3} (h_0^{3/2} - h_n^{3/2}) = \frac{2}{3} \sqrt{h_0^3} \sqrt{h_n^3}$ , z\k{t}\k{a}d summa wszystkich cz\k{a}stek czasu, czyli ca\k{y} czas w przeciągu którego  $h_n$  przechodzi w  $h_0$  i masa powietrza

$$V_n = \frac{V(h_0 - h_n)}{b}, \text{ wypływa}$$

$$t = \frac{2V}{F \sqrt{2gb \frac{p}{\gamma}}} \left[ (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_n}) + \frac{1}{12b} (\sqrt{h_0^3} - \sqrt{h_n^3}) \right], \text{ czyli}$$

$$= \frac{2V}{F \sqrt{2gb \frac{p}{\gamma}}} (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_n}) \left( 1 + \frac{h_0 + \sqrt{h_0 h_n} + h_n}{12b} \right),$$

Wypływ poruszający się powietrza.

$$\text{w przybliżeniu} = \frac{2V}{F \sqrt{2gb \frac{p}{\gamma}}} (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_n}) \left( 1 + \frac{h_0 + h_n}{8b} \right).$$

*Przykład.* Regulator walcowy miecha 50 stóp długi i 5 stóp średnicy, wypełniony jest powietrzem, którego stan manometru  $h=10$  cali a temperatura  $6^0$  wynosi. Jeżeli więc wypływ powietrza w przestrzeń, dla której wysokość barometru 27 cali wynosi, odbywa się przez otwór okrągły jeden cal średnicy mający, zachodzi pytanie w jakim czasie stan manometru zniży się do 7 cali i jaką jest odpowiednia temu zniżeniu masa wypływu? Objętość kotła jest

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 5^2 \cdot 50 = 1250 \cdot \frac{\pi}{4} = 981,75 \text{ stóp kub.}, \text{ ztąd mierzona}$$

pod zewnętrznym ciśnieniem masa wypływu

$$V_1 = \left( \frac{h_0 - h_n}{b} \right) V = \left( \frac{10 - 7}{27} \right) \cdot 981,75 = 109,08 \text{ stóp kub.}$$

$$\text{Mamy zaś } \sqrt{2g \frac{p}{\gamma}} = 1258 \sqrt{1 + 0,00367 \cdot t}$$

$$= 1258 \sqrt{1,02202} = 1272, \text{ a } F = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{1}{12} \right)^2 = \frac{\pi}{576}$$

$$= 0,005454 \text{ stóp kwad. ztąd wypada czas wypływu:}$$

$$t = \frac{2 \cdot 981,75}{0,005454 \cdot 1272} \left( \sqrt{\frac{10}{27}} - \sqrt{\frac{7}{27}} \right) \cdot \left( 1 + \frac{10 + 7}{8 \cdot 27} \right)$$

$$= \frac{1963,5}{5,454 \cdot 1,272} \cdot 0,0994 \cdot 1,079 = 30,3 \text{ sekund.}$$

§ 395. Zjawiska ściśnienia, jakie poznaliśmy przy wypływie wody z naczyń, zachodzą także i przy wypływie powietrza. Jeżeli otwór wypływu jest zrobionym w cienkiej ścianie, to przechodząca przez niego żyła powietrzna ma mniejsze przecięcie poprzeczne, jak sam otwór i dla tego masa wypływu jest także mniejszą, od iloczynu  $Fv$  z przecięcia poprzecznego otworu  $F$  i teoretycznej prędkości  $v$ .

Współczynniki wypływu.

Współczynniki  
wypływu.

Kładąc znowu stosunek  $\frac{F_1}{F}$  przecięcia poprzecznego  $F_1$  żyły do otworu  $F$ ,  $= \mu$ , to mamy jak dla wody rzeczywistą masę wypływu

$$Q_1 = \mu Q = F_1 v = \mu F v = \mu F \sqrt{2g \frac{p}{\gamma} \log. nat. \left( \frac{p_1}{p} \right)}.$$

Podług obrachowań autora z doświadczeń Kocha należy przy stanie manometru, wynoszącym od  $\frac{1}{200}$  do  $\frac{1}{3}$  atmosfer, średnio przyjąć  $\mu = 0,58$ .

Również rzeczywista masa wypływu powietrza przechodzącego przez krótkie walcowe rurki dodatkowe, jest mniejszą od znalezionej teoretycznie, i tu także potrzeba tę ostatnią mnożyć przez współczynnik wypływu  $\mu$ , podany z doświadczenia, ażeby otrzymać pierwszą; lecz tu  $\mu$  nie jest stosunkiem przecięć poprzecznych  $\frac{F_1}{F}$ , ale stosunkiem  $\frac{v_1}{v}$  rzeczywistej prędkości wypływu  $v_1$  do teoretycznej  $v$ . Doświadczenia Kocha dają średnio, przy ciśnieniach wyżej podanych dla wypływu przez walcowe rurki dodatkowe, których długość najwięcej 6 razy przenosiła średnicę,  $\mu = 0,74$ .

Rurki dodatkowe ostrokątkowo zwięzające się, podobnie jak lejki w miechach dają jeszcze większe współczynniki wypływu. Podług doświadczeń Kocha rura mająca  $60^\circ$  pochyłości boków gdy jest 5 razy tak długą jak średnio szeroką, ma średni współczynnik wypływu 0,85.

Podług tego dla wypływu powietrza przez otwory w cienkiej ścianie, rzeczywista masa wypływu mierzona pod zewnętrznem ciśnieniem:

$$Q_1 = 729,6 F \left(1 - \frac{h}{4b}\right) \sqrt{(1 + 0,00367 t) \frac{h}{b}} \text{ stóp kubicz.}$$

dla wypływu przez krótkie rurki dodatkowe

$$Q_1 = 931 F \left(1 - \frac{h}{4b}\right) \sqrt{(1 + 0,00367 t) \frac{h}{b}} \text{ stóp kubicz., a}$$

przez krótkie rurki dodatkowe ostrokątowe, mające 6° nachylenia boków

Współczynniki  
wypływu.

$$Q_1 = 1069 F \left(1 - \frac{h}{4b}\right) \sqrt{1 + 0,00367 D} \frac{h}{b} \text{ stóp kubicz.}$$

*Przykład.* Gdy w miechu wyloty obu ostrokątowych rur wynoszą razem trzy cale kwadratowe, gdy następnie stan manometru 3 cale wysokości zaś barometru zewnętrznego 27½ cali, a temperatura wiatru 15° wynosi, to masa wypływu jest

$$Q_1 = 1069 \cdot \frac{3}{144} \left(1 - \frac{3}{4 \cdot 27,5}\right) \sqrt{(1 + 0,00367 \cdot 15) \cdot \frac{3}{27,5}}$$

$$= 22,27 \cdot \frac{107}{110} \sqrt{1,055 \cdot \frac{6}{55}} = 21,66 \sqrt{0,1151} = 7,34 \text{ st. kub.}$$

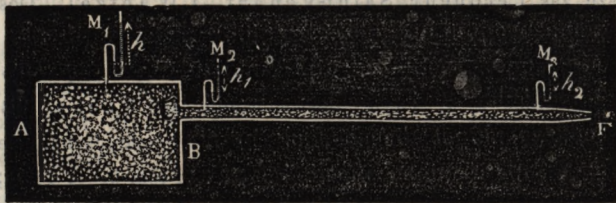
*Uwaga.* Doświadczenia z wpływem powietrza robili Young, Schmidt, Lagerhjelm, Koch, D'Aubuisson, Buff, najświeższe zaś Pecqueur, Saint-Venant, i Wantzel. Doświadczenie Younga i Schmidta można znaleźć w rocznikach Gilberta, tom 22, r. 1801 i tom 6, r. 1820 i w Poggendorffa rocznikach tom 2, r. 1824, doświadczenia zaś Kocha i Buffa w dziele: Studien des götting'schen Vereines bergmännischer Freunde, t. 1, r. 1824, t. 3, r. 1833, tom 4, r. 1837 i tom 5, r. 1838; następnie w Poggendorffa rocznikach tom 27, r. 1836 i tom 40, r. 1837. Lagerhjelm'a doświadczenia wyłożone są w Szwedzkim dziele: Hydrauliska Försök af Lagerhjelm, Forselles och Kallstenius, 1 Delen, Sztokholm 1818 r. Doświadczenia D'Aubuissona w dziele Annales des Mines, tom 11, r. 1825, tom 13 r. 1826 i tom 34 r. 1827 i także w D'Aubuisson, Traité d'Hydraulique. Najnowsze doświadczenia przedsiębrane we Francji wyłożył Poncelet w artykule Note sur les expériences de M. Pecqueur relatives a l'écoulement de l'air dans les tubes etc. pisma Comptes rendus, a ztąd w treści, w polytechnisches Centralblatt tom 6 r. 1845. Z tych doświadczeń wnosi Poncelet że powietrze przy wypływie ulega tym samym prawom co woda. Największa część tych doświadczeń robioną była z otworami bardzo wąskimi, dla tego téż z trudnością odpowiadają wymaganiom praktyki. Na największą uwagę zasługują doświadczenia D'Aubuissona i Weisbach. Tom I.

Współczynniki  
wypływu.

Kocha, następnie dopiero po tych Pecqueura, najrozleglejsze zaś są doświadczenia Kocha. Z żalem jednak niepostrzegamy pomiędzy wypadkami tych doświadczeń, takiej zgodności jakiejby życzyć należało, mianowicie zaś różnią się przez D'Aubuissona znalezione współczynniki wypływu, od tych jakie z Kocha doświadczeń wypadają. Zasady z jakich autor najwięcej wiary przywiązuje do współczynników Kocha, wyłożone są po szczególe w ogólnej Encyklopedyi machin w artykule „Ausfluss,” a następnie w traktacie autora w rocznikach Poggendorffa tom 51, r. 1840. Kilka doświadczeń autora z wypływem powietrza podaje Bornemann w piśmie czasowem „der Ingenieur.”

§ 396. Jeżeli powietrze przechodzi przez długą rurę CF, fig. 579, to tak jak woda ma do przewyciężenia opór tar-

Fig. 579.



cia, opór ten można także mierzyć wysokością słupa powietrza, jaką daje wyrażenie  $h_n = \zeta \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ , w którym zupełnie tak jak dla wody,  $v$  prędkość,  $l$  długość,  $d$  średnicę rury, a  $\zeta$  współczynnik oporu znaleziony z doświadczenia oznacza. Liczne doświadczenia Girarda, D'Aubuissona, Buffa i Pecqueura dają średnią wartość  $\zeta = 0,024$ . Podług tego więc tarcie powietrza w rurach należy mierzyć wysokością  $h_n = 0,024 \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$  słupa powietrza, albo wysokością  $h_n = 0,0000023 \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$  słupa merkuryusza, i stan manometru umieszczonego w końcu rury będzie o tę wysokość niższym



od wysokości manometru w początku rury. Jeżeli w końcu kanału prowadzącego, powietrze mającego średnicę  $d$ , wysokość manometru jest  $h_2$ , gdy powietrze wypływa przez otwór mający średnicę  $d_1$ , to podług tego co poprzedziło mamy prędkość wypływu

$$v = \frac{\sqrt{2g \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{b+h_2}{b} \right)}}{\sqrt{1 - \left( \frac{b}{b+h_2} \right) \left( \frac{d_1}{d} \right)^4}} \text{ jeżeli zaś } h_1 \text{ jest wysokością}$$

manometru w początku kanału, otrzymujemy

$$\frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{b+h_1}{b} \right) = \left[ 1 - \left( \frac{b}{b+h_1} \right)^2 \left( \frac{d_1}{d} \right)^4 + 0,024 \frac{l}{d} \left( \frac{d_1}{d} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g},$$

ponieważ prędkość w rurze jest  $= \frac{d_1^2}{d^2} v$ , wypada więc w tym przypadku

$$v = \frac{\sqrt{2g \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{b+h_1}{b} \right)}}{\sqrt{1 + \left[ 0,024 \frac{l}{d} - \left( \frac{b}{b+h_1} \right)^2 \right] \left( \frac{d_1}{d} \right)^4}}.$$

Jeżeli nakoniec stan manometru  $h$  mierzonym jest na początku kanału w rezerwoarze, gdzie można uważać powietrze za zostające w spoczynku, to mamy

$$v = \frac{\sqrt{2g \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{b+h}{b} \right)}}{\sqrt{1 + 0,024 \frac{l d_1^4}{d^5}}}.$$

Zwracając jeszcze uwagę na opory przy wejściu i wyjściu, i czyniąc współczynnik oporu dla wejścia w kanał  $= \zeta_1$ , a także współczynnik dla wyjścia czyli munsztuka przy końcu kanału  $= \zeta_2$ , otrzymujemy

$$\frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat.} \left( \frac{b+h}{b} \right) = \left[ 1 + \zeta_2 + \left( \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d} \right) \left( \frac{d_1}{d} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g},$$

Współczynniki  
wypływu.

$$\begin{aligned} \text{zład odwrotnie } v &= \sqrt{\frac{2g \frac{p}{\gamma} \log. \text{ nat. } \left( \frac{b+h}{b} \right)}{1 + \zeta_2 + \left( \zeta_1 + \zeta \frac{l}{d} \right) \left( \frac{d_1}{d} \right)^4}} \\ &= 1258 \sqrt{\frac{(1 + 0,00367 t) \log. \text{ nat. } \left( \frac{b+h}{b} \right)}{1 + \zeta_2 + \left( \zeta_1 + 0,024 \frac{l}{d} \right) \left( \frac{d_1}{d} \right)^4}} \end{aligned}$$

Podług tego jak punkt wejścia leży o s niżej lub wyżej od punktu wylotu, należy pod znakiem pierwiastkowym do mianownika dodawać  $\pm$  s. Mogą zachodzić jeszcze inne przeszkody w rurach, jako to wynikające z zakrzywień, zwężeń, rozszerzeń i t. p. Nie mamy wprawdzie dostatecznych doświadczeń robionych z tego rodzaju przeszkodami, można jednak z wielkiem prawdopodobieństwem przyjąć, że opory te niewiele inaczej wypadną jak dla wody, ponieważ i współczynniki wypływu i tarcia dla powietrza są prawie te same jak dla wody. Dopóki przeto nowe dokładne doświadczenia w tym przedmiocie nie zostaną podane, można przy poszukiwaniach dotyczących się ruchu i wypływu powietrza używać współczynników oporu znalezionych dla wody.

*Przykład.* W regulatorze umieszczonym na początku kanału prowadzącego powietrze, którego długość 320 stóp, a średnica 4 cale wynosi, stan manometru jest 3,1 cala, gdy wysokość zewnętrznego barometru = 27,2 cali, następnie średnica otworu wylotowego ostrokręgowo zwężającego się końca kanału = 2 cale, a temperatura powietrza jest 20°, jaką ilość wiatru dostarcza ten kanał? Mamy

$$\begin{aligned} (1 + 0,00367 t) \log. \text{ nat. } \left( \frac{b+h}{b} \right) &= (1 + 0,00367 \cdot 20) \log. \text{ nat. } \left( \frac{30,3}{27,2} \right) \\ &= 1,0734 (5,7137 - 5,6058) = 0,1158, \text{ kładąc następnie } \zeta_1 \\ &= 0,83 \text{ i } \zeta_2 = \frac{1}{\mu^2} - 1 = \frac{1}{0,85^2} - 1 = 0,384, \text{ otrzymamy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 1 + \zeta_2 + \left( \zeta_1 + 0,024 \frac{l}{d} \right) \left( \frac{d_1}{d} \right)^4 \\
 & = 1,384 + \left( 0,83 + 0,024 \cdot \frac{320}{\frac{1}{3}} \right) \left( \frac{2}{4} \right)^4 = 1,384 + 23,87 = \frac{1}{16} \\
 & = 2,876, \text{ ztąd prędkość wypływu } v = 1285 \sqrt{\frac{0,1158}{2,876}} \\
 & = 257,8 \text{ stóp, a masa wypływu } Q = \frac{\pi d_1^2}{4} v = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{257,8}{36} \\
 & = 5,61 \text{ stóp kub.}
 \end{aligned}$$

## ROZDZIAŁ VII.

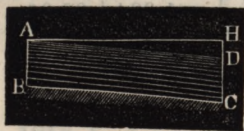
## O ruchu wody w rzekach i kanałach.

§ 397. Nauka o ruchu wody w rzekach i kanałach tworzy drugą główną część Hydrauliki. Woda płynie albo naturalnym, albo też sztucznym korytem (Bett, русло, lit), w pierwszym razie tworzy ona strumienie, rzeki, potoki, a w drugim kanały. Teorya płynącej wody niezależy weale, albo też tylko bardzo mało od tej różnicy. Woda płynąca.

Koryto czyli łożysko rzeki składa się z dna (Grundbett, Sohle, дно, fond du lit) i obu brzegów (Ufer, берег, bords). Płaszczyzna pionowa do kierunku biegu rzeki daje przecięcie poprzeczne (Querschnitt, поперечное сечение, section). Obwód jego jest profilem poprzecznym czyli szerokości i składa się z dwóch części to jest profilu wody i z profilu powietrza. Płaszczyzna pionowa poprowadzona w kierunku biegu wody daje profil podłużny (Längenprofil, профиль, profil) wody. Przez spadek (Abhang, наклонъ, pente), płynącej wody rozumiemy nachylenie jęj płaszczyzny względem poziomu. Do oznaczenia spadku (Gefalle, падение, chute), na pewną oznaczoną długość, służy odległość pionowa

Woda płynąca. dwóch ostatnich punktów powierzchni wody w pewnej ozna-

Fig. 580.



czonęj długości. Spadek na jedność długości, (Rösche) jest spadkiem jaki woda posiada w długości koryta równającej się jedności. Dla części rzeki  $AD = l$  fig. 580, jest  $BC$  dnem,  $DH = h$ , spadkiem kąt  $DAH = \delta$  nachyle-

niem; a spadkiem na jedność długości *wst.*  $\delta = \frac{h}{l}$ .

*Uwaga.* Spadek strumieni i rzek jest bardzo różnym, tak np. Elba ma spadek na milę niemiecką od wyższej Elby do Podiebrada 57 stóp, ztamtąd do Leitmeritz 9 stóp, ztamtąd do Mühlberga średnio 5,8 stóp, nakoniec ztamtąd do Magdeburga 2,5 stóp. Potoki w górach mają na milę od 40 do 100 stóp spadku. Szczegółowe wiadomości o spadkach znajdują się w dziele „Vergleichende hydrographische Tabellen u. s. w. von Stranz.” Kanały lub inne sztuczne wodociągi otrzymują daleko mniejsze spadki, zwykle spadek tychże na jedność długości jest 0,001, często 0,0001 a czasami jeszcze mniejszy. Obszerniejszy wykład tego będzie w drugiej części.

Rozmaite prędkości w jednym przecięciu poprzecznym.

§ 398. Prędkość wody w jednym profilu poprzecznym jest na rozmaitych miejscach różna. Przyłgnienie wody do dna i siła skupienia cząstek wody pomiędzy sobą sprawiają, że cząstki wody położone bliżej dna i brzegów koryta, są więcéj wstrzymywane i z tego powodu płyną wolnieć, niż cząstki daleć położone. Dla tego prędkość zmniejsza się idąc od powierzchni wody do dna, i jest najmniejszą na dnie i przy brzegach. Największa prędkość znajduje się w równych korytach rzek zwykle w środku, albo w tém miejscu na powierzchni wody, gdzie koryto ma największą głębokość. Nazywamy miejsce to, gdzie woda posiada największą prędkość Nurtem rzeki, a najgłębsze miejsce w korycie łóży-skiem nurtu. W zakrzywieniach nurt jest zwykle bliżej brzegu wklęsłego.

Średnia prędkość wody w profilu poprzecznym jest podług paragrafu 335.

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{\text{Masse wody na sekundę}}{\text{Powierzchnię profilu}}$$

Rozmaite prędkości w jednym przecięciu poprzecznym.

Prócz tego można średnią prędkość oznaczyć z prędkości  $c_1, c_2, c_3$  i t. d. pojedynczych części przecięcia poprzecznego i z powierzchni  $F_1, F_2, F_3$  i t. d. tychże części jest bowiem  $Q = F_1 c_1 + F_2 c_2 + F_3 c_3 + \dots$ , a ztąd także

$$c = \frac{F_1 c_1 + F_2 c_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$

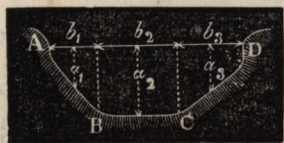
Prócz średniej prędkości wprowadza się także średnią głębokość profilu, to jest taka głębokość  $a$ , jaką musiałby mieć profil we wszystkich miejscach, ażeby dał tę samą powierzchnię jak przy różnych głębokościach  $a_1, a_2, a_3$  i t. d. Podług tego więc jest

$$a = \frac{F}{b} = \frac{\text{Powierzchni profilu}}{\text{długość profilu}}$$

Jeżeli częściom  $b_1, b_2, b_3$  i t. d. szerokości profilu, odpowiadają średnie głębokości  $a_1, a_2, a_3$  i t. d. fig. 581, to mamy  $F = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots$ ,

Fig. 581.

$$\text{a ztąd } a = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots}{b_1 + b_2 + \dots}$$



Nakoniec jest także

$$c = \frac{a_1 b_1 c_1 + a_2 b_2 c_2 + \dots}{a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots}$$

a przy równych wielkościach  $b_1, b_2$

$$\text{i t. d., } c = \frac{a_1 c_1 + a_2 c_2 + \dots}{a_1 + a_2 + \dots}$$

Rzeka lub strumień jest w stanie równowagi (Beharrungszustande, равновѣсія, permanence), gdy przez każdy jej profil poprzeczny w jednakowym czasie jednokowa masa wody przepływa, gdy więc  $Q$ , czyli iloczyn  $Fc$  z powierzchni profilu i prędkości średniej, na całej przestrzeni rzeki jest jednakowy. Ztąd wypada następujące proste prawo: przy równowaznym ruchu wody, średnie prędkości dwóch profilów poprzecznych są w

Rozmałe prędkości w jednym przecięciu poprzecznym.

stosunku odwrotnym powierzchni tychże profilów.

*Przykłady.* 1) W profilu poprzecznym  $ABCD$ , fig. 581, kanału znaleziono: części szerokości . . . . .  $b_1=3,1$  stóp  $b_2=5,4$  stóp  $b_3=4,3$  stóp średnie głębokości . . . . .  $a_1=2,2$  „  $a_2=4,5$  „  $a_3=3,0$  „ odpowiednie średnie prędkości  $c_1=2,9$  „  $c_2=3,7$  „  $c_3=3,2$  „ ztąd wypada powierzchnią profilu  $F=3,1 \cdot 2,5 + 5,4 \cdot 4,5 + 4,3 \cdot 3,0$

$= 44,95$  stóp kw., masa wody  $Q=3,1 \cdot 2,5 \cdot 2,9 + 5,4 \cdot 4,5 \cdot 3,7 + 4,3 \cdot 3,0 \cdot 3,2 = 153,665$  stóp kubicznych, a średnia prędkość  $c = \frac{Q}{F} = \frac{154,665}{44,95} = 3,419$  st.

2) Jeżeli rów ma prowadzić 4,5 stóp kub. wody z prędkością średnią  $c=2$  stopy, to należy mu dać profil poprzeczny mający powierzchnię  $= \frac{4,5}{2} = 2,25$  stóp kwadratowych.

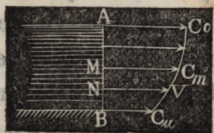
3) Jeżeli rzeka w jednym miejscu przy szerokości stóp 560 i 9 stopach średniej głębokości, ma prędkość średnią  $2\frac{1}{4}$  stóp, to w innym miejscu, przy szerokości stóp 320 i średniej głębokości 7,5 stóp będzie miała średnią prędkość

$$c = \frac{560 \cdot 9}{320 \cdot 7,5} \cdot 2,25 = \frac{567}{120} = 4,725 \text{ stóp.}$$

Średnia prędkość

§ 399. Jeżeli głębokość wody w jakimkolwiek miejscu płynącej, podzielimy na równe części i odpowiednie prędkości przeniesiemy jako rzędne, to otrzymamy tak nazwaną podziałkę, czyli skalę prędkości rzeki (Stromgeschwindigkeitsscala)  $AB$ , fig. 582. Chociaż można przyjąć, że

Fig. 582.



prawo tej skali czyli zmiany prędkości da się wyrazić przez jaką linię krzywą np. podług Gerstnera przez Elipsę i t. d., to jednak można bez obawy popełnienia wielkiego błędu brać za tę linię, linię prostą, czyli przyjmować, że prędkość zmniejsza się jednostajnie z głębokością, ponieważ zmniejszenie to prędkości

ku dołowi, jest zawsze tylko bardzo małym. Z doświadczeń Średnia prędkość. Ximenesa, Brüninga i Funka okazuje się: że średnia prędkość na jednej pionowej jest  $c_m = 0,915 c_0$  gdy  $c_0$  prędkość na powierzchni wody czyli największą prędkość oznacza. Podług tego więc, prędkość zmniejsza się od góry do środka  $M o c_0 - c_m = (1 - 0,915) c_0 = 0,085 c_0$ ; można przeto prędkość dolną czyli u spodka prostopadłej położyć  $c_u = c_0 - 2 \cdot 0,085 c_0 = (1 - 0,170) c_0 = 0,83 c_0$ . Jeżeli więc cała głębokość =  $a$ , to mamy: przyjmując skalę prędkości odpowiadającą linii prostej dla głębokości jakiegokolwiek  $AN = x$  odpowiednią prędkość

$$v = c_0 - (c_0 - c_u) \frac{x}{a} = \left(1 - 0,17 \frac{x}{a}\right) c_0.$$

Jeżeli nadto  $c_0, c_1, c_2$  i t. d. są prędkościami na powierzchni całego profilu poprzecznego, mającego niewiele się różniące między sobą głębokości: to mamy odpowiednie prędkości w średnich głębokościach:  $0,915 c_0, 0,915 c_1, 0,915 c_2$ , a ztąd średnią prędkość w całym profilu poprzecznym  $c = 0,915 \frac{(c_0 + c_1 + c_2 + \dots c_n)}{n}$ . Przyjmując na-

koniec, że prędkość na powierzchni począwszy od nurtu, tak samo się zmniejsza ku brzegom jak na głębokość, to możemy średnią prędkość na powierzchni  $\frac{c_0 + c_1 + c_2 + \dots c_n}{n}$

$= 0,915 c_0$  położyć, i otrzymamy całą prędkość średnią całego profilu poprzecznego  $c = 0,915 \cdot 0,915 \cdot c_0 = 0,837 \cdot c_0$ , to jest 83 do 84 procentów największej prędkości w nurcie rzeki.

Prony wyprowadza z doświadczeń Du Buata robionych tylko na małych rowach, dla tych przypadków może jeszcze dokładniej

$$c_m = \frac{(2,372 + c_0)}{(3,153 + c_0)} c_0 \text{ metrów} = \frac{(7,50 + c_0)}{(9,97 + c_0)} c_0 \text{ stóp.}$$

Dla średniej prędkości 3 stóp, wypada podług tego  $c_m = 0,81 c_0$ .

Średnia prędkość. *Przykład.* Jeżeli w nurcie rzeki prędkość wody 4 stopy, a głębokość 6 stóp wynosi, to mamy średnią prędkość na odpowiedniej prostopadłej  $c_m = 0,915 \cdot 4 = 3,66$  stóp, a na dnie  $= 0,83 \cdot 4 = 3,32$  stóp; następnie prędkość w głębokości 2 stóp pod powierzchnią wody  $v = (1 - 0,17 \cdot \frac{2}{6}) \cdot 4 = (1 - 0,057) \cdot 4 = 3,772$  stóp, nakoniec średnią prędkość w całym profilu poprzecznym,  $c = 0,837 \cdot 4 = 3,348$  stóp, a podług Pronego

$$c = \frac{11,50}{13,97} \cdot 4 = \frac{46}{13,97} = 3,29 \text{ stóp.}$$

*Uwaga.* Dokładniejszy wykład tego przedmiotu i tego co w dalszym ciągu nastąpi, znajdujemy w ogólnej Encyklopedyi machin w artykule „*ruch wody.*” Nowe doświadczenia i nowe poglądy na ten przedmiot mieszczą się w dziele *L a h m e y e r, Erfahrungsresultate über die Bewegung des Wassers in Flussbetten und Kanälen. Braunschweig 1845.* Podług postrzeżeń *B a u m g a r t e n a* (patrz *Politechnisches Centralblatt N. 14, 1849*) wzór ten przy wielkich prędkościach daje zawielkie wypadki, i dla takich należy położyć:

$$c_m = \left( \frac{2,372 + c_0}{3,153 + c_0} \right) \cdot 0,8 c_0 \text{ metrów.}$$

Najkorzystniejsze profile poprzeczne.

§ 400. Opór jaki stawia ruchowi wody koryto, skutkiem przylgnięcia i tarcia, wzrasta razem z powierzchnią zetknięcia pomiędzy korytem i wodą, a zatem razem z obwodem  $p$  profilu wody czyli leżący w korycie części profilu poprzecznego. Ponieważ zaś przez profil poprzeczny tém więcej przechodzi promieni wody, im większą jest jego powierzchnia: to rośnie opór promienia wody także w odwrotnym stosunku powierzchni profilu, całkowicie zaś w stosunku ilorazu  $\frac{p}{F}$ , z obwodu zwilżonego i powierzchni całego profilu.

Ażeby więc opór tarcia wody płynącej uczynić ile można jak najmniejszym, należy profilom poprzecznym nadawać taki kształt, przy którym iloraz  $\frac{p}{F}$  wypada najmniejszym, czyli przy którym obwód  $p$  przy danj powierzchni

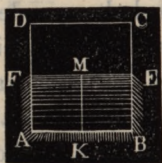


jest najmniejszym, lub odwrotnie powierzchnia  $F$  przy danym obwodzie jest największą. W wodociągach zamkniętych ze wszystkich stron, jak np. w rurach,  $p$  jest całym obwodem utworzonej przez profil poprzeczny figury. Że zaś z pomiędzy wszystkich figur, mających równą liczbę boków, mają przy równej powierzchni najmniejszy obwód figury foremne, a z pomiędzy foremnych znowu te, które mają największą liczbę boków; wypada ztąd, że dla wodociągów ze wszystkich stron zamkniętych, opór z tarcia tém jest mniejszym, im więcej profil poprzeczny tychże zbliża się do figur foremnych, i im większą ma liczbę boków, i kolo jako figura foremna o nieskończenie wielkiej liczbie boków jest profilem poprzecznym, odpowiadającym w tym wypadku najmniejszemu oporowi tarcia. Przy wodociągach otwartych z góry, stosunek ten jest innym, ponieważ wierzch profilu poprzecznego jest wolnym, czyli raczej ma tylko zetknięcie z powietrzem, które, jeżeli tylko jest w spoczynku, nie stawia wodzie żadnego, albo téż tylko bardzo mały opór. Należy więc przy ocenieniu oporu z tarcia w tym przypadku, opuścić w ilorazie  $\frac{p}{F}$  górną część czyli tak zwany profil po-

Najkorzystniejsze profile poprzeczne.

wietrzny. Przy zastosowaniu w kanałach, rowach i wodociągach używają się zwykle tylko prostokątne i trapezoidalne profile poprzeczne. Linia pozioma  $EF$  przechodząca przez środek  $M$  kwadratu  $AC$ , fig.

Fig. 583.



583, dzieli tak powierzchnię jak i obwód tegoż na dwie równe części; dlatego téż prawo służące dla kwadratu i dla połowy tegoż zostaje niezmiennem, i z pomiędzy wszystkich profilów poprzecznych prostokątnych, połowa kwadratu  $AE$ , czyli profil, który jest dwa razy tak szerokim jak wysokim, odpowiada najmniejszemu oporowi tarcia. Podobnież linija pozioma  $CF$ , fig. 584. dzieli sześciokąt foremny  $ACE$  na dwie równe części, z których każda jak cały sześciokąt ma największą względną powierzchnię; pomię-

Fig. 584.



Najkorzystniejsze profile poprzeczne

dzy więc wszystkimi trapezoidalnymi profilami poprzecznymi, połowa sześciokąta foremnego, czyli trapez  $ABCF$  z kątami nachylenia  $AFM = BCM = 60^\circ$  jest takim, że przy jego zastosowaniu wypada najmniejszy opór tarcia. Podobnie najkorzystniejsze profile poprzeczne kanałów przy danych okolicznościach daje połowa

Fig. 585

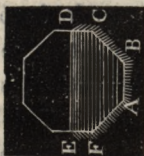


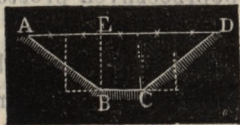
Fig. 586.



ośmiokąta foremnego, następnie połowa dziesięciokąta i na koniec półkole  $ADB$ , fig. 586, Profil trapezoidalny czyli połowa sześciokąta foremnego przedstawia jeszcze mniejszy opór z tarcia, jak połowa kwadratu czyli prostokąt, którego boki są w stosunku 1 : 2, ponieważ sześciokąt ma względnie mniejszy obwód jak kwadrat. Połowa foremnego dziesięciokąta daje jeszcze mniejszy opór tarcia, a najmniejszy przedstawia półkole. Kształt półkole i prostokąta nadaje się tylko rynnom z drzewa, kamienia i żelaza, kształt zaś trapeza mają zwykle profile poprzeczne kanałów kopanych w ziemi lub murowanych. Inne kształty nie dają się z łatwością zastosować z przyczyny trudności w wykonaniu.

§ 401. W przypadku gdy kanały nie mają być murowanymi, ale tylko wykopanymi w lekkiej ziemi lub piasku, kąt nachylenia  $60^\circ$  jest za wielki, czyli względny spadek  $\text{dóły } 60^\circ = 0,57735$  za małym, gdyż brzegi w tym razie nie mają dostatecznej stałości: dlatego zachodzi potrzeba zastosowania profiliw trapezoidalnych, w których nachylenie boków do podstawy jest mniejszym

Fig. 587.



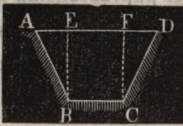
jak  $60^\circ$ , czasem  $45^\circ$ , a nawet i jeszcze mniejszym. W profilu poprzecznym trapezoidalnym  $ABCD$ , fig. 587, który z połową kwadratu ma jednakowy obwód i powierzchnię, jest względny spadek  $= \frac{1}{3}$ , a kąt nachylenia

tylko  $36^{\circ}, 52'$  wynosi. Podzieliwszy wysokość  $BE$  na 3 części, to podstawa  $BC$  zajmuje takowych 2, szerokość górna  $AD$ , 10, a każdy z boków  $AB = CD = 5$  części. W wielu razach daje się spadek = 2, którego kąt wynosi  $26^{\circ}, 34'$ , a czasami używa się jeszcze łagodniejszych spadków.

Najkorzystniejsze profile poprzeczne.

W każdym razie można kąt nachylenia  $BAE = \vartheta$ , fig. 588, czyli spadek  $n = \frac{AE}{BE} = \text{doty } \vartheta$ , uważać za ilość daną

Fig. 588.



i zależną od natury gruntu, w którym kanał ma być kopany, i tylko potrzeba oznaczyć inne wymiary profilu poprzecznego, dającego najmniejszy opór. Czyniąc spodnią szerokość  $BC = b$  głębokość  $BE = a$ , spadek =  $n$ , otrzymujemy obwód

Fig. 588.

$$AB + BC + CD = p = b + 2\sqrt{a^2 + n^2a^2} = b + 2a\sqrt{1 + n^2},$$

powierzchnię zaś  $F = ab + naa = a(b + na)$  a ztąd odwrotnie  $b = \frac{F}{a} - na$ , i stosunek

$$\frac{p}{F} = \frac{1}{a} + \frac{a}{F} (2\sqrt{n^2 + 1} - n).$$

Kładąc zamiast  $a$ ,  $a + x$ , gdzie  $x$  oznacza bardzo małą ilość, można uczynić

$$\begin{aligned} \frac{p}{F} &= \frac{1}{a+x} + \frac{(a+x)}{F} (2\sqrt{n^2+1} - n) \\ &= \frac{1}{a} \left(1 - \frac{x}{a} + \frac{x^2}{a^2}\right) + \frac{a+x}{F} (2\sqrt{n^2+1} - n) \\ &= \frac{1}{a} + \frac{a}{F} (2\sqrt{n^2+1} - n) + \left[\frac{\sqrt{n^2+1} - n}{F} - \frac{1}{a^2}\right]x + \frac{x^2}{a^3}. \end{aligned}$$

Ażeby ta wartość nie tylko dla ważności dodatniej  $x$ , lecz także i dla odjemnej wypadła większą od wyrażenia pierwszego  $\frac{1}{a} + \frac{a}{F} (2\sqrt{n^2+1} - n)$ , potrzeba ażeby znikł wyraz z czynnikiem  $x$ ; ażeby więc  $\frac{p}{F}$  było minimum, musi być

Najkorzystniejsze profile poprzeczne.  $2\sqrt{n^2 + 1} - n - \frac{1}{a^2} = 0$ , to jest  $a^2 = \frac{F}{2\sqrt{n^2 + 1} - n}$ , czyli ponieważ  $n = \text{doty } \vartheta$ , a  $\sqrt{n^2 + 1} = \frac{1}{\text{wst. } \vartheta}$ , to  $a^2 = \frac{F \text{wst. } \vartheta}{2 - \text{dos. } \vartheta}$ .

Podług tego najodpowiedniejszy danemu kąтови nachylenia i danęj powierzchni kształt profilu poprzecznego oznaczy się przez  $a = \sqrt{\frac{F \text{wst. } \vartheta}{2 - \text{dos. } \vartheta}}$  i  $b = \frac{F}{a} - a \text{doty } \vartheta$ .

*Przykład.* Jakie wymiary należy dać profilowi poprzecznemu kanału, którego brzegi mają mieć  $40^\circ$  nachylenia, i który ma przy 3 stopach prędkości prowadzić masę wody  $Q = 75$  stóp kub.? Jest tu  $F = \frac{Q}{c} = \frac{75}{3} = 25$  stóp kwad., ztąd głębokość

$$a = \sqrt{\frac{25 \text{wst. } 40^\circ}{2 - \text{dos. } 40^\circ}} = 5 \sqrt{\frac{0,64279}{1,23396}} = 3,609 \text{ stóp. spodnia szerokość}$$

$$\text{kość } b = \frac{25}{3,609} - 3,609 \text{doty } 40^\circ = 6,927 - 4,301 = 2,626 \text{ stóp,}$$

szerokość brzegów  $3,609 \text{doty } 40^\circ = 4,301$ , górna szerokość

$$6,927 + 4,301 = 11,228, \text{ obwód zwilżony } p = b + \frac{2a}{\text{wst. } \vartheta}$$

$$= 2,626 + \frac{7,218}{\text{wst. } 40^\circ} = 13,855 \text{ stóp, i nakoniec oznaczający opór z tar-$$

$$\text{cia stosunek } \frac{p}{F} = \frac{13,855}{25} = 0,5542.$$

§ 402. Wymiary profili poprzecznych odpowiednich danym kątom nachylenia i powierzchniom przecięć poprzecznych, podaje następująca tablica.

Najkorzystniejsze profile poprzeczne.

Kąt nachylenia $\theta$	Względny spadek	Wymiary profilu poprzecznego				Iloraz $\frac{p}{F}$
		Głębokość $a$	Spodnia szerokość $b$	Bezwzględny spadek $na$	Górna szerokość $b + 2na$	
90°	0	$0,707\sqrt{F}$	$1,414\sqrt{F}$	0	$1,414\sqrt{F}$	$\frac{2,828}{\sqrt{F}}$
60°	0,577	$0,760\sqrt{F}$	$0,877\sqrt{F}$	$0,439\sqrt{F}$	$1,755\sqrt{F}$	$\frac{2,632}{\sqrt{F}}$
45°	1,000	$0,740\sqrt{F}$	$0,613\sqrt{F}$	$0,740\sqrt{F}$	$2,092\sqrt{F}$	$\frac{2,704}{\sqrt{F}}$
40°	1,192	$0,722\sqrt{F}$	$0,525\sqrt{F}$	$0,860\sqrt{F}$	$2,246\sqrt{F}$	$\frac{2,771}{\sqrt{F}}$
36°, 52'	1,333	$0,707\sqrt{F}$	$0,471\sqrt{F}$	$0,943\sqrt{F}$	$2,357\sqrt{F}$	$\frac{2,828}{\sqrt{F}}$
35°	1,402	$0,697\sqrt{F}$	$0,439\sqrt{F}$	$0,995\sqrt{F}$	$2,430\sqrt{F}$	$\frac{2,870}{\sqrt{F}}$
30°	1,732	$0,664\sqrt{F}$	$0,356\sqrt{F}$	$1,150\sqrt{F}$	$2,656\sqrt{F}$	$\frac{3,012}{\sqrt{F}}$
26°, 34'	2,000	$0,636\sqrt{F}$	$0,300\sqrt{F}$	$1,272\sqrt{F}$	$2,844\sqrt{F}$	$\frac{3,144}{\sqrt{F}}$
Półokrąg		$0,798\sqrt{F}$			$1,596\sqrt{F}$	$\frac{2,507}{\sqrt{F}}$

Widzimy z tej tablicy, że iloraz  $\frac{p}{F}$  jest najmniejszym przy półokręgu, mianowicie  $\frac{2,507}{\sqrt{F}}$  większym przy połowie sześciokąta

Najkorzystniej-  
sze profile po-  
przezne.

foremnego, a jeszcze większym przy połowie kwadratu i przy trapezie z kątem nachylenia  $= 36^{\circ}, 52'$  i t. d.

*Przykład.* Jakie wymiary należy dać profilowi poprzecznemu, który przy powierzchni 40 stóp kwad. ma nachylenie brzegów  $35^{\circ}$ ? Po-  
dług poprzedzającej tablicy, mamy głębokość  $a = 0,697\sqrt{40} = 4,408$ ,  
spodnią szerokość  $= 0,439\sqrt{40} = 2,777$  stóp, bezwzględny spa-  
dek  $= 0,995\sqrt{40} = 6,293$  stóp, górną szerokość  $= 15,363$  i ilo-

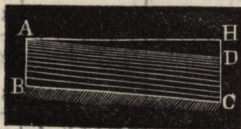
$$\text{raz } \frac{p}{F} = \frac{2,870}{\sqrt{40}} = 0,4539.$$

Rzut jednostajny.

§ 403. Ruch wody w korytach bywa w pewnych prze-  
strzeniach albo jednostajny, albo niejednostajny;  
jest jednostajnym gdy średnia prędkość we wszystkich prze-  
cięciach poprzecznych téj przestrzeni jest jednakową, a tém  
samém i powierzchnie przecięć poprzecznych są sobie ró-  
wne; niejednostajnym zaś, gdy średnie prędkości i powierz-  
chnie profilów poprzecznych zmieniają się. Najprzód mówić  
będziemy o ruchu jednostajnym.

W ruchu jednostajnym wody na przestrzeni  $AD = l$ ,  
fig. 589, cały spadek  $HD = h$  obraca się na przecwiczenie

Fig 589.



tarcia wody w korycie, gdyż wo-  
da z tą samą prędkością płynie, z  
jaką przy pływa, i wysokość prę-  
dkości takowej jest niezmienną.  
Mierzac to tarcie wysokością słu-  
pa wody, możemy spadek uczy-  
nić równym téjże wysokości. Wy-

sokość oporu z tarcia wzrasta z ilorazem  $\frac{p}{F}$ , z długością  $l$  i  
kwadratem z średniej prędkości  $c$  (§ 364), służy przeto na ta-  
kową wzór

1)  $h = \zeta \cdot \frac{lp}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$ , w którym  $\zeta$  oznacza liczbę z doświadcz-  
nia, nazwaną współczynnikiem oporu z tarcia.

Odwrotnie wypada

Ruchjednostajny.

$$2) c = \sqrt{\frac{F}{\zeta \cdot lp} \cdot 2gh.}$$

Oznaczenie więc spadku z wiadomej długości, powierzchni profilu poprzecznego i prędkości, jako też odwrotnie znalezienie prędkości, z wiadomego spadku długości i profilu poprzecznego, zależy od znajomości współczynnika tarcia  $\zeta$ . Podług obrachowań Eytelweina, 91 doświadczeń Du Buata, Brüninga, Funka i Woltmanna, jest  $\zeta = 0,007565$ , a ztąd

$$h = 0,007565 \cdot \frac{lp}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}.$$

Kładąc zamiast  $g = 9,809$  metrów lub 31,25 stóp, otrzymujemy w miarze metrycznej

$$h = 0,0003856 \frac{lp}{F} \cdot c^2 \text{ a } c = 50,9 \sqrt{\frac{Fh}{pl}},$$

w miarze zaś stopowej,

$$h = 0,00012103 \frac{lp}{F} \cdot c^2 \text{ i } c = 90,9 \sqrt{\frac{Fh}{pl}}.$$

W rurach jest  $\frac{lp}{F} = \frac{\pi d}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{4l}{d}$  ztąd wzór ten daje dla rur  $h = 0,03026 \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ , gdyśmy tymczasem (w § 366)

znaleźli ściślej przy średnich prędkościach  $h = 0,025 \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ .

Tarcie przeto w korytach rzek, jak się należało spodziewać jest większem, niżeli w rurach metalowych.

*Przykłady.* 1) Jaki należy dać spadek kanałowi, którego długość  $l = 2600$ , spodnia szerokość  $b = 3$  stóp, górna szerokość  $b_1 = 7$  stóp, a głębokość  $a = 3$  stóp, jeżeli ma na sekundę przeprowadzać 40 stóp kub. wody? Jest tu  $p = 3 + 2\sqrt{2^2 + 3^2} = 10,211$ ,

$F = \frac{(7 + 3) \cdot 3}{2} = 15$ , a  $c = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$  ztąd szukany spadek

$$h = 0,000121 \cdot \frac{2600 \cdot 10,211}{15} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{0,3146 \cdot 10,211 \cdot 64}{15 \cdot 9} = 1,52$$

stóp.

Współczynnik  
tarcia.

2) Jaką masę wody dostarcza kanał długi 5800 stóp, przy 3 stopach spadku, 5 stopach głębokości i 4 stopach dolnej i 12 stopach

górnej szerokości? Jest tu  $\frac{p}{F} = \frac{4 + 2\sqrt{5^2 + 4^2}}{5 \cdot 8} = \frac{16,806}{40}$

$= 0,42015$ , ztąd prędkość

$$c = 90,9 \sqrt{\frac{3}{0,42015 \cdot 5800}} = \frac{90,9}{\sqrt{0,14005 \cdot 5800}} = \frac{90,9}{\sqrt{812,29}}$$

$$= \frac{90,9}{28,5} = 3,19 \text{ stóp, a masa przepływu } Q = Fc = 40 \cdot 3,19$$

$$= 127,6 \text{ stóp kubicznych.}$$

§ 404. Współczynnik oporu w rzekach, strumieniach i t. p. na który podaliśmy w poprzednim paragrafie średnią wartość 0,007565, wypada nie zawsze stały, lecz tak jak w rurach przy mniejszych prędkościach cokolwiek się zwiększa, a przy wielkich zmniejsza. Należy więc położyć

$$\zeta = \zeta_1 \left(1 + \frac{\alpha}{c}\right) \text{ czyli } \zeta_1 \left(1 + \frac{\alpha}{\sqrt{c}}\right).$$

Autor przytoczonego w § 399 pisma, znalazł z 225 powiększej części własnych doświadczeń, dla miary pruskiej

$$\zeta = 0,007409 \left(1 + \frac{0,1865}{c}\right), \text{ z czego wypada dla miary me-$$

$$\text{trycznej } \zeta = 0,007409 \left(1 + \frac{0,05853}{c}\right).$$

Widzimy, że wzór ten dla prędkości  $8\frac{1}{2}$  stóp daje podany wyżej średni współczynnik oporu  $\zeta = 0,007565$ . Dla ułatwienia rachunku służy następująca tablica obliczona w metrach.

Prędkość c	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	Metrów
Współczynnik oporu $\zeta = 0,0$	1175	0958	0885	0849	0828	0813	0803	0795	0789	



Prędkość $c$	1	1,2	1,5	2	3	Metrów	Współczynnik tarcia.
Współczynnik oporu $\zeta = 0,00$	784	777	771	763	755		

Dla miar Pruskich służy następująca tablica:

Prędkość $c$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1½	2	3	5	10 stóp
Współczynnik oporu $\zeta=0,0$	1202	1096	1017	0971	0938	0914	0894	0879	0833	0810	0787	0769	0755

Tablice te mają bezpośrednie zastosowanie we wszystkich przypadkach, gdy mamy daną prędkość  $c$ , a szukamy spadku, i gdy używamy wzoru Nr. 1 z poprzedniego paragrafu. Gdy zaś prędkość  $c$  jest ilością szukaną, to tylko wtenczas powyższych tablic możemy użyć bezpośrednio, gdy jest wiadomą wartość przybliżoną  $c$ . Najprościej w takim wypadku postąpimy, gdy oznaczywszy najprzód w przybliżeniu  $c$ , z wzoru  $c = 50,9 \sqrt{\frac{Fh}{\rho l}}$  następnie z tejeże za pomocą tablicy znajdziemy  $\zeta$  i wartość takowego podstawimy we wzór

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{h}{\zeta} \cdot \frac{F}{lp} \text{ czyli } c = \sqrt{\frac{F}{\zeta \cdot lp} \cdot 2gh}.$$

Z prędkości  $c$  wypada następnie massa wody za pomocą wzoru  $Q = Fc$ .

Gdy nakoniec jest daną massa wody i spadek, a szukamy, jak to często przy zakładaniu kanałów się zdarza, przecięcia poprzecznego, to należy  $\frac{\rho}{F} = \frac{m}{\sqrt{F}}$  (patrz tablicę § 402)

i  $c = \frac{Q}{F}$ , wstawić we wzór  $h=0,007565 \frac{lp}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$ , czyli uczynić

Współczynnik  
tarcia.

$h = 0,007565 \frac{mQ^2}{2gF^{5/2}}$ , z tego otrzymujemy

$F = \left(0,007565 \frac{mQ^2}{2gh}\right)^{2/5}$  to jest w metrach  $F = 0,0431 \left(\frac{mQ^2}{h}\right)^{2/5}$

a w stopach  $F = 0,0271 \left(\frac{mQ^2}{h}\right)^{2/5}$ , Ztąd następnie mamy w

przybliżeniu  $c = \frac{Q}{F}$ ; biorąc z jednej z powyższych tablic, od-

powiednie tej wartości  $\zeta$ , wypada dokładniej  $F = \left(\zeta \frac{mQ^2}{2gh}\right)^{2/5}$

a ztąd otrzymamy i ścisłejsze ważności na  $c = \frac{Q}{F}$ ,  $p = m\sqrt{F}$   
jako też na  $a$ ,  $b$  i  $t$ . d.

*Przykłady.* Jakiego spadku potrzebuje kanał mający 1500 stóp długości, 2 stopy dolnej a 8 stóp górnej szerokości i 4 stopy głębokości, ażeby mógł prowadzić na sekundę 70 stóp kubicznych wody? Jest tu  $p = 2 + 2\sqrt{4^2 + 3^2} = 12$ ,  $F = 5 \cdot 4 = 20$ ,  $c = \frac{70}{20} = 3,5$ , ztąd  $\zeta = 0,00784$  a

$$h = 0,00784 \cdot \frac{1500 \cdot 12}{20} \cdot \frac{3,5^2}{2g} = 7,056 \cdot 0,196 = 1,38 \text{ stóp.}$$

2) Jaką masę wody daje strumień 40 stóp szeroki, mający  $4\frac{1}{2}$  stóp średniej głębokości i 46 stóp obwodu zwilżonego, gdy tenże na długości 750 stóp ma 10 cali spadku? Mamy w przybliżeniu

$$c = 90,9 \cdot \frac{\sqrt{40 \cdot 4,5 \cdot 10}}{46 \cdot 750 \cdot 12} = \frac{90,9}{\sqrt{230}} = 6 \text{ stóp, należy więc wziąć}$$

$\zeta = 0,00765$ , ztąd otrzymujemy dokładniej

$$\frac{c^2 Fh}{2g} = \frac{\zeta p}{0,00765 \cdot 46 \cdot 750 \cdot 12} = \frac{1}{1,7595} = 0,5683 \text{ a } c = 5,96$$

stóp. Nakoniec odpowiednia masa wody  $Q = 4,5 \cdot 40 \cdot 5,96 = 10,73$  stóp kubicznych.

3) Jeżeli chcemy przeprowadzić rów mający długości stóp 3650, któryby przy całkowitym spadku 1 stopy, prowadził 10 stóp kubicz. wody na sekundę: jakie należy dać wymiary profilowi poprzecznemu te-

goż, jeżeli ma mieć kształt połowy sześciokąta foremnego? Jest tu  $m = 2,632$  (patrz tablicę § 402), ztąd w przybliżeniu

$$F = 0,0271 (2,632 \cdot 3650 \cdot 144)^{2/3} = 7,75 \text{ stóp kwadratowych, a}$$

$$c = \frac{12}{7,75} = 1,548 \text{ stóp. Mamy więc } \zeta = 0,0083, \text{ ztąd}$$

$$F = \left( 0,0083 \cdot 2,632 \cdot \frac{3650 \cdot 144}{62,5} \right)^{2/3} = 8,22 \text{ stóp kwad., należy}$$

więc położyć głębokość  $a = 0,760\sqrt{F} = 2,18$  stóp, spodnią szerokość  $= 0,877\sqrt{F} = 2,51$ , i górną szerokość  $= 2 \cdot 2,51 = 5,02$  stóp.

*Uwaga.* Tablica służąca do skracania tego rachunku znajduje się w „Inżynierze” Weisbacha.

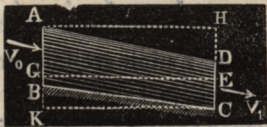
§ 405. Teorię niejednostajnego ruchu wody w korytach rzek możemy o tyle sprowadzić do teorii ruchu jednostajnego, o ile współczynnik tarcia na małych przestrzeniach rzek może być uważanym za stałą odpowiednia wysokość

położoną  $= \zeta \cdot \frac{lp}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$ . Prócz tego należy tu jeszcze uważać

na siłę żywą wody odpowiadającą zmianie prędkości.

Niech  $ABCD$ , fig. 590 będzie krótką przestrzenią rzeki, mającą długość  $AD = l$  i spadek  $DH = h$ , i niech  $v_0$  oznacza

Fig. 590.



prędkość wody przychodzącej a  $v_1$  odplywającej. Jeżeli prawa wpływu zastosujemy do cząstki  $D$

na powierzchni wody, otrzymamy prędkość téjże  $v_1$ , z wzoru

$$\frac{v_1^2}{2g} = h + \frac{v_0^2}{2g}; \text{ co się zaś tyczy}$$

cząstki  $E$  znajdującej się pod wodą, ta ma wprawdzie z jednej strony większą wysokość ciśnienia  $AG = EH$ , gdy jednak woda spodnią oddziałowyywa w kierunku przeciwnym wysokością ciśnienia  $DE$ , to dla powyższej cząstki podobnie jak i dla cząstki  $D$  pozostaje tylko na wysokość ciśnienia sprawiająca ruch, spadek  $DH = EH - ED$ , i dla téj cząstki jak i dla każ-

Ruch niejednostajny.

Ruch niejedno-  
stajny.

dziej innej służy wzór  $h = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g}$  i dodając do tego opór z

tarcia, otrzymujemy  $h = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} + \zeta \frac{lp}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$ , gdzie  $p$ ,  $F$  i

$v$  oznaczają średnie wartości obwodu zwilżonego, przecięcia poprzecznego i prędkości. Jeżeli  $F_0$  jest powierzchnią górnego, a  $F_1$  dolnego przecięcia poprzecznego, to można położyć:

$F = \frac{F_0 + F_1}{2}$  i  $Q = F_0 v_0 = F_1 v_1$ , ztąd znowu wypada

$$\frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{Q}{F_1} \right)^2 - \left( \frac{Q}{F_0} \right)^2 \right] = \left( \frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) \frac{Q^2}{2g} \text{ a}$$

$\frac{v^2}{F} = \frac{v_0^2 + v_1^2}{F_0 + F_1} = \left( \frac{1}{F_0} + \frac{1}{F_1} \right) \frac{Q^2}{F_0 + F_1}$  i otrzymujemy

$$1) h = \left[ \frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} + \zeta \frac{lp}{F_0 + F_1} \left( \frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right) \right] \frac{Q^2}{2g} \text{ oraz}$$

$$2) Q = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} + \zeta \frac{lp}{F_0 + F_1} \left( \frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)}}$$

Za pomocą wzoru 1) można z wiadomej ilości wody, długości, i powierzchni profilów poprzecznych części rzeki lub kanału, obliczyć odpowiedni spadek  $h$ , za pomocą zaś wzoru 2) otrzymujemy odwrotnie ze spadku, długości i profilów poprzecznych masę wody. Ażeby ile można jak największą dokładność utrzymać, potrzeba robić podobne obrachowania dla kilku takich przestrzeni i następnie wziąć z nich średnią arytmetyczną. Jeżeli tylko całkowity spadek jest danym, to należy takowy zaraz wstawić w ostatni wzór zamiast  $h$ , i zamiast

$\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}$ ,  $\frac{1}{F_n^2} - \frac{1}{F_0^2}$  gdzie  $F_n$  oznacza powierzchnię osta-

tniego profilu poprzecznego, oraz zamiast  $\frac{lp}{F_0 + F_1} \left( \frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right)$

położyć summę wszystkich podobnych wartości obrachowanych dla pojedynczych części rzeki.

*Przykład.* Jaką masę wody daje strumień mający na 300 stopach długości 0,6 cali spadku, którego średni obwód zwilżony wynosi

40 stóp, powierzchnia górnego profilu = 70 stóp kwad. a dolnego = 60 stóp kwad. Jest Ruch niejednostajny.

$$Q = \frac{7,906\sqrt{0,8}}{\sqrt{\frac{1}{60^2} - \frac{1}{70^2} = 0,007565 \cdot \frac{300 \cdot 40}{130} \left(\frac{1}{60^2} + \frac{1}{70^2}\right)}} = \frac{7,071}{\sqrt{0,0000731 + 0,00003365}} = \frac{7,071}{\sqrt{0,00004096}} = 349 \text{ stóp}$$

kubicznych. Średnia prędkość jest  $\frac{2Q}{F_0 + F_1} = \frac{698}{130} = 5,37$  stóp,

ząd dokładniej należy położyć zamiast  $\zeta = 0,007565$ ,  $\zeta = 0,00768$  a wypada ściślej  $Q = \frac{7,071}{\sqrt{0,0000731 + 0,00003364}} = 349$  stóp kub.

Gdy ten sam strumień, przy tym samym stanie wody na innej przestrzeni 450 stóp dłużej, ma 11 cali spadku i gdy w tej przestrzeni powierzchnia górnego profilu = 50 stóp kwad. a dolnego = 60 stóp kwad., a średni obwód zwilżony = 36 stóp, to mamy

$$Q = \frac{7,906\sqrt{0,9167}}{\sqrt{\frac{1}{60^2} - \frac{1}{50^2} + 0,00768 \cdot \frac{450 \cdot 36}{110} \left(\frac{1}{60^2} + \frac{1}{50^2}\right)}} = \frac{7,906\sqrt{0,9167}}{\sqrt{0,0001222 + 0,0007549}} = 301 \text{ stóp kubicznych.}$$

Z obydwóch wartości wypada średnio  $Q = \frac{349 + 301}{2} = 325$

stóp kubicznych.

§ 406. Ażeby otrzymać wzór na głębokość wody, uczynimy głębokość górną =  $a_0$ , a dolną =  $a_1$ , następnie nachylenie dna =  $\alpha$ , ząd spadek dna =  $wst. \alpha$ . Będziemy więc mieli spadek wody  $h = a_0 - a_1 + l wst. \alpha$ , ząd wypada zrównanie

$$a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right) \frac{Q^2}{2g} = \left[ \zeta \frac{p}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right) \frac{Q^2}{2g} - wst. \alpha \right] l$$

$$\text{czyli } l = \frac{a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right) \frac{Q^2}{2g}}{\zeta \frac{p}{F_0 + F_1} \left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right) \frac{Q^2}{2g} - wst. \alpha}$$

Ruch niejedno-  
stajny.

Za pomocą tego wzoru można oznaczyć przestrzeń  $l$ , odpowiadającą danej zmianie głębokości  $a_0 - a_1$ . Jeżeli zaś mamy do rozwiązania odwrotne zadanie, należy postąpić przybliżonym sposobem, to jest oznaczyć naprzód przyjętym zmianom głębokości  $a_0 - a_1$  i  $a_1 - a_2$ , odpowiednie odległości  $l_1$  i  $l_2$  i z tych za pomocą proporcji obrachować zmianę głębokości odpowiednią danej długości  $l$ .

Wzór ten można uprościć, gdy szerokość wody płynącej  $b$  jest stałą, lub też za taką może być uważaną. W tym przypadku położymy:

$$\left( \frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right) \frac{Q^2}{2g} = \frac{F_0^2 - F_1^2}{F_0^2 F_1^2} \cdot \frac{Q^2}{2g} = \frac{(F_0 - F_1)(F_0 + F_1)}{F_1^2} \cdot \frac{v_0^2}{2g}$$

$$= \frac{(a_0 - a_1)(a_0 + a_1)}{a_1^2} \cdot \frac{v_0^2}{2g} \text{ w przybliżeniu } = \frac{2(a_0 - a_1)}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}$$

i podobnież

$$\frac{p}{F_0 + F_1} \left( \frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2} \right) \frac{Q^2}{2g} = \frac{p(F_0^2 + F_1^2)}{(F_0 + F_1)F_1^2} \cdot \frac{v_0^2}{2g}$$

w przybliżeniu

$$= \frac{p}{a_0 b} \cdot \frac{v_0^2}{2g} \text{ ztąd } l = \frac{(a_0 - a_1) \left( 1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g} \right)}{\zeta \frac{p}{a_0 b} \cdot \frac{v_0^2}{2g} - \text{wst. } \alpha}$$

$$\text{a ztąd } \frac{a_0 - a_1}{l} = \frac{\zeta \frac{p}{a_0 b} \cdot \frac{v_0^2}{2g} - \text{wst. } \alpha}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}}$$

Przy pomocy tego wzoru można wprost obrachować zmianę głębokości wody ( $a_0 - a_1$ ) odpowiadającą danej długości  $l$ .

*Przykład.* Jeżeli rowem poziomym 5 stóp szerokim i 800 stóp długim, chcemy prowadzić masę wody 20 stóp kub., która przy wejściu ma 2 stopy głębokości: jaką wysokość będzie miała woda przy końcu kanału? Podzielimy całą długość na dwie równe części i oznaczymy podług ostatniego wzoru spadek dla każdej z tych części.

$$\text{Jest tu zawsze wst. } \alpha = 0, l = \frac{800}{2} = 400 \text{ i } b = 5; \text{ dla}$$

pierwszej części zaś  $v_0 = \frac{20}{2 \cdot 5} = 2$ , ztąd  $\zeta = 0,00810$  następnie

$a_0 = 2$ ; ponieważ  $p = 8^{1/2}$ , to wypada

$$a_0 - a_1 = \left( \frac{0,00810 \cdot \frac{8,5}{10} \cdot \frac{4}{2g}}{1 - \frac{2}{2} \cdot \frac{4}{2g}} \right) \cdot 400 = \frac{0,1762}{0,936} = 0,188 \text{ stóp.}$$

Dla drugiej połowy mamy więc  $a_1 = 2 - 0,188 = 1,812$  następnie

$p_1 =$  blisko  $8,2$ ,  $v_1 = \frac{20}{9,106} = 2,207$  i spadek drugiej części

$$a_1 - a_2 = \left( \frac{0,00810 \cdot \frac{8,2}{9,106} \cdot \frac{2,207^2}{2g}}{1 - \frac{2}{1,812} \cdot \frac{2,207^2}{2g}} \right) \cdot 400 = \frac{0,2285}{0,914} = 0,250$$

stopy, ztąd wypada spadek dla całego kanału  $= 0,188 + 0,250 = 0,438$ , i głębokość w dolnym końcu  $= 2 - 0,438 = 1,562$  stóp  $= 18\frac{3}{4}$  cali.

§ 407. Gdy rzeki i kanały odmieniają stan wody, to następuje także odmiana prędkości i odmiana masy wody. Wysokiemu stanowi wody odpowiada nie tylko większa powierzchnia profilu, ale także i większa prędkość, a ztąd dla podwójnej przyczyny większa masa wody; podobnież zmniejszenie głębokości daje zmniejszenie powierzchni profilu i zmniejszenie prędkości, a ztąd z podwójnego względu zmniejszenie masy przepływu. Jeżeli początkowa głębokość jest  $= a$ , a następna  $= a_1$  górna zaś szerokość kanału  $= b$ , to można oznaczyć powiększenie powierzchni profilu  $= b(a_1 - a)$  a ztąd powierzchnię profilu po wezbraniu  $a_1 - a, F_1$  położyc  $= F + b(a_1 - a)$ , ztąd wypada

$$\frac{F_1}{F} = 1 + \frac{b(a_1 - a)}{F} \text{ a } \sqrt{\frac{F_1}{F}} \text{ w przybliżeniu } = 1 + \frac{b(a_1 - a)}{2F}.$$

Jeżeli następnie  $p$  jest początkowym, a  $p_1$  późniejszym obwodem zwilżonym,  $\vartheta$  zaś kątem nachylenia brzegów, to można uczynić:

$$p_1 = p + \frac{2(a_1 - a)}{\text{wst. } \vartheta}, \text{ ztąd } \frac{p_1}{p} = 1 + \frac{2(a_1 - a)}{p \text{ wst. } \vartheta} \text{ i}$$

Wezbrania.

$$\sqrt{\frac{p_1}{p}} = 1 + \frac{a_1 - a}{p \text{ wst. } \vartheta}, \text{ jakoteż } \sqrt{\frac{p}{p_1}} = 1 - \frac{a_1 - a}{p \text{ wst. } \vartheta}.$$

Ponieważ zaś prędkość przy pierwszym stanie wody,

$$c = 90,9 \sqrt{\frac{Fh}{pl}} \text{ a przy drugim, } c_1 = 90,9 \sqrt{\frac{F_1}{p_1} \cdot \frac{h}{l}},$$

to wypada

$$\begin{aligned} \frac{c_1}{c} &= \sqrt{\frac{F_1}{F}} \cdot \sqrt{\frac{p}{p_1}} = \left(1 + \frac{b(a_1 - a)}{2F}\right) \left(1 - \frac{a_1 - a}{p \text{ wst. } \vartheta}\right) \\ &= 1 + (a_1 - a) \left(\frac{b}{2F} - \frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta}\right), \text{ ztąd względna zmiana prędkości} \end{aligned}$$

$$1) \frac{c_1 - c}{c} = (a_1 - a) \left(\frac{b}{2F} - \frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta}\right).$$

Przeciwnie zaś wypada stosunek mass przepływu

$$\begin{aligned} \frac{Q_1}{Q} &= \frac{F_1 c_1}{F c} = \left(1 + \frac{b(a_1 - a)}{F}\right) \left[1 + (a_1 - a) \left(\frac{b}{2F} - \frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta}\right)\right] \\ &= 1 + (a_1 - a) \left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta}\right) \end{aligned}$$

i względny przybytek masy wody

$$2) \frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a) \left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta}\right).$$

Mniej dokładnie, ale w wielu razach w kanałach bardzo szerokich z małym pochyleniem brzegów, wystarczająco można położyć  $F = ab$  i opuścić  $\frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta}$ , zkad wypadnie prościej

$$\frac{c_1 - c}{c} = \frac{1}{2} \frac{a_1 - a}{a} \text{ i } \frac{Q_1 - Q}{Q} = \frac{3}{2} \frac{a_1 - a}{a}.$$

Podług tego jest względna zmiana prędkości połową, a względna zmiana w massie wody trzy drugie względnej zmiany głębokości.

*Przykłady.* 1) Jeżeli stan wody powiększa się o  $\frac{1}{10}$  swojej początkowej wielkości, to przybytek prędkości  $\frac{1}{20}$ , a masy wody  $\frac{3}{20}$  pierwotnych ich wartości wynosić będzie.



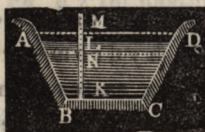
2) Jeżeli głębokość wody zmniejsza się o ośm na sto, to zmniejsza się także prędkość o 4 na sto, a masa wody o 12 na sto. Wzbrania

3) Za pomocą dokładniejszego wzoru

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a) \left( \frac{3b}{2F} - \frac{1}{p \text{ wst. } \vartheta} \right)$$

można urządzić skalę stanów wody  $KM$ , fig. 591, na której odrazu mo-

Fig. 591.



żna znaleźć masę wody w kanale, odpowiednią jakiegokolwiek stanowi wody  $KL$ , z wiadomej masy wody przy pewnej głębokości średniej. Jeżeli  $b = 9$  stóp,  $b_1 = 3$  stopy,  $a = 3$  i  $\vartheta = 45^\circ$ , to mamy

$$F = \frac{(9 + 3) \cdot 3}{2} = 18 \text{ stóp kwadratowych}$$

$p = 3 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 11,485$ , a  $\text{wst. } \vartheta = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707$ , ztąd

$\frac{Q_1 - Q}{Q} = \left( \frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 18} - \frac{1}{11,485 \cdot 0,707} \right) (a_1 - a) = 0,750 - 0,123 (a_1 - a) = 0,627 (a_1 - a)$ . Jeżeli średniemu stanowi odpowiednia masa wody  $Q = 40$  stóp kubicznych, to mamy

$$Q_1 = 40 + 40 \cdot 0,627 (a_1 - a) = 40 + \frac{a_1 - a}{0,04}$$

Gdy  $a_1 - a = 0,04$  stóp = 5,76 linij to wypada  $Q_1 = 41$  stóp kubicznych, jeżeli zaś  $a_1 - a = 0,08$  stóp = 11,52 linij, to  $Q_1 = 42$  stóp kubicznych; jeżeli następnie  $a_1 - a = 0,04$ , to wypada  $Q_1 = 39$  stóp kub. i t. d. Podziałka przeto, której podzięły są  $LM = LN = 5,76$  linij, daje dokładnie masy wody aż do jednej stopy kubiez. Rozumie się samo z siebie, że dokładność tém będzie mniejsza, im bardziej stan wody różni się od średniego.

*Uwaga 1.* O doprowadzaniu i odprowadzaniu wody kanałami, o groblach i stawach będzie mowa w drugiej części.

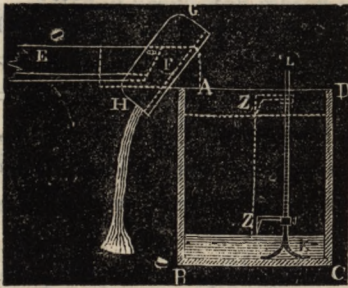
*Uwaga 2.* Obszerniejszy wykład ruchu wody w kanałach i rzekach, podaje autor w powszechnej Encyklopedyi tom II, art. „O ruchu wody w kanałach i rzekach,“ tam także wyliczone są dzieła traktujące o tym przedmiocie.

## ROZDZIAŁ VIII.

**Hydrometrya czyli nauka o mierzeniu wody.**

§ 408. Masę wody jaką dostarcza w pewnym czasie woda płynąca, znajdujemy za pomocą miary skrzynkowej lub przyrządu do wypływu, albo też hydrometru. Najprostszy sposób mierzenia wody jest przez zastosowanie naczynia skrzynkowego (Aiche, водомѣратель, jaugage), lecz można go tylko używać przy małych massach wody, jak w rurach, lub małych strumieniach i rowach. Naczynie skrzynkowe robi się zwykle z desek, i dlatego otrzymuje kształt równoległoscianu prostokątnego; dla większej mocy otacza się go obręczami żelaznymi. Woda wprowadza się do tego naczynia za pośrednictwem rynny *EF*, fig. 592, opatrzonej w końcu

Fig. 592.

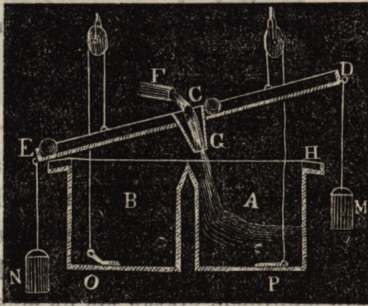


podwójną klapą *GH*, przy pomocy której możemy podług woli wodę skierować do naczynia *AC*, lub dozwolić jej wylewać się zewnątrz tegoż. Ażeby oznaczyć z dokładnością wysokość wody w naczyniu, używa się podziałki *KL* wskazującej stan wody. Jeżeli przed mierzeniem koniec skazówki *Z* zsuniemy aż do powierzchni znajdującej się wody w naczyniu, która może nawet tylko dno pokrywać, i odczytamy stan wody na podziałce *KL*, to otrzymamy wysokość *ZZ*, wody przybyłej, przez odjęcie tego stanu od wysokości jaką wskaże podziałka, gdy koniec skazówki *Z*, przy ukończeniu doświadczenia zgodzimy z poziomem wody. Przed wymiarem należy tak klapę ustawić, ażeby woda wypływała zewnątrz naczynia. Po prze-

konaniu się, że przyływ w rynnicy jest jednakowy i zauważaniu na będącym pod ręką zegarku odpowiedniego czasu, przekręca się klapę, tak, ażeby woda wpływała do naczynia; po wypełnieniu następnie naczynia w całości lub w części wodą, uważa się znowu czas na zegarku, i klapę odwraca do pierwszego położenia. Ze średniego przecięcia poprzecznego  $F$  naczynia i wysokości  $ZZ_1 = a$  wody, otrzymujemy masę wody  $= Fa$ , a z téj następnie przy pomocy czasu napełnienia  $t$ , otrzymanego z różnicy czasów zauważanych na zegarku, masę wody na sekundę  $Q = \frac{Fa}{t}$ .

*Uwaga.* Ażeby można było w każdej porze oznaczyć zmienną masę przyływu, można użyć, jak to zwykle się zdarza przy solankach, wyobrażonego na fig. 593, przyrządu. Składa się on z dwóch

Fig. 593.



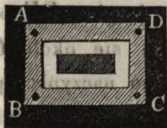
naczyń  $A$  i  $B$ , naprzemiennie napełniających i wypróżniających się; woda przyływająca rurą  $F$  przechodzi przez krótką rurkę  $CG$  połączoną z drągiem  $DE$ , obracającym się około  $C$ . Jeżeli jedno naczynie np.  $A$  wypełni się, to woda przez małą rynnienkę  $H$  wypływa w wiaderko  $M$ , i to pociąga drąg na dół, skutkiem czego rura  $CG$  przechodzi w takie położenie, że woda następnie wpływa do naczynia  $B$ . Podnoszenie klap  $O$  i  $P$  odbywa się za pomocą sznurków przechodzących przez bloki, których końce połączone są z drągiem, do czego szczególnie dopomagają żelazne kule, nadające przechylaniu się drąga ostatni popęd. Wiaderka  $M$  i  $N$  zaopatrzone są małymi otworami wypływu, ażeby po każdym przechyleniu mogły się wypróżnić. W końcu jeszcze zastosowuje się przyrząd, na którym można w każdym czasie odczytać liczbę poruszeń drąga. Inny przyrząd te-

go rodzaju Br<sup>o</sup>wna, opisał Dinglers w dzienniku politechnicznym tom 115.

Regulator wy-  
pływu.

§ 409. Bardzo często małe i średnie ilości wody znajdują się za pomocą wypływu przez oznaczone otwory, i przy daném ciśnieniu. Z powierzchni  $F$  otworu, z wysokości ciśnienia  $h$  przy pomocy współczynnika wypływu  $\mu$ , wypada masa wody na sekundę  $Q = \mu F \sqrt{2gh}$ . Najlepiej stosują się do tego otwory Ponceleta, gdy dla tych znane są przy rozmaitych wysokościach ciśnienia z wielką dokładnością oznaczone współczynniki wypływu (§ 349); jednak i te można tylko zastosować do pewnych średniej wielkości mass wody. Autor przy czynionych przez siebie wymiarach wody używał czterech takich otworów: jednego o 5, drugiego o 10, trzeciego o 15, a czwartego o 20 centym. wysokości, wszystkie zaś miały po 20 centym. szerokości. Otwory te wyrżnięte były w blasze mosiężnej, przymocowanej do ramy drewnianej  $AC$ , fig. 594, którą za pomocą czterech mocnych szrub można było przytwierdzać do

Fig. 594.

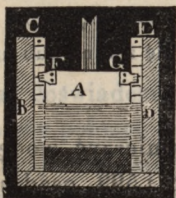


każdój ścianie. W wielu jednak razach potrzeba koniecznie użyć większych otworów, dla których współczynniki wypływu nie są oznaczone z taką ścisłością; często bardzo można tylko zastosować przewały, które jeszcze mniejszą ścisłość zapewniają. W każdym jednak razie należy przyjąć za zasadę, ażeby przy wypływie starać się ile możności o osiągnięcie całkowitego i zupełnego ściśnienia, i dlatego jeżeli otwór znajduje się w grubej ścianie, należy go na zewnątrz złagodzić. Jakie poprawki należy wprowadzić przy niezupełném lub cząstkowém ściśnieniu, wyłożoném zostało szczegółowo w paragrafach 354, 355 i t. d. Ażeby wodę w pogródce wymierzyć, potrzeba założyć sztukę z otworem i oczekiwać na czas, w którym woda przejdzie w stan równowagi. Do mierzenia wysokości ciśnienia można użyć stałej podziałki wysokości ze skazówką fig. 592, albo ruchomej podziałki  $EF$ ,

fig. 596. Jeżeli chcemy wymierzyć wypływ wody bezpośrednio przy stawidle, to dobrze jest umocować poprzednio dwie

Regulator wypływu.

Fig. 595.



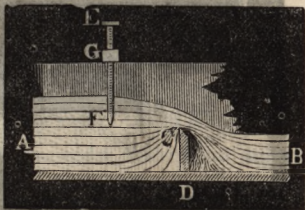
podziałki mosiężne *BC* i *DE*, fig. 595, ze skazówkami *F* i *G* na osadzie stawidla i na samem stawidle, ażeby wysokość otworu można było z dokładnością odczytać. Zresztą jest daleko lepiej do mierzenia wody urządzić zupełnie nowe stawidło z osadą mającą krawędzie złagodzone na zewnątrz.

Najprostszy środek wymierzania wody w pogródce zależy na założeniu wpoprzek téjże deski *CD*, mającej wierzchnią

krawędź zebraną, fig. 596, i wymierzeniu utworzonego

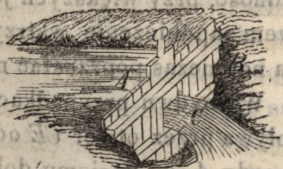
przez takową przewału. Jeżeli rów lub rynna jest dość długą i mającą mały spadek, to dość znaczny przeciąg czasu upływa, nim woda dojdzie do stałego poziomu, i dla tego dobrze jest w takim razie

Fig. 596.



przed mierzeniem osadzić jeszcze drugą deskę, która wstrzymuje wypływ wody przez dłuższy czas, ażeby tym sposobem przyspieszyć podniesienie się do wysokości odpowiadającej stałemu poziomowi.

Fig. 597.



Ażeby wymierzyć masę wody w strumieniu, można wodę zatamować ścianą z pali i desek *AB*, fig. 597 i wypuszczać ją tylko otworem *C*, w téjże ścianie zrobionym, lub téż można użyć prostego przewału (o czém w drugiej części).

*Uwaga.* Najprostszy środek oznaczenia wysokości ciśnienia jest uważanie położenia skazówki, gdy koniec téjże naprzód dotyka powierz-

chni wody odpływającej w stanie równowagi, następnie zaś zwierciadła wody znajdującej się w spoczynku i sięgającej tylko do progu  $C$ . Różnica tych obydwóch stanów jest wysokością ciśnienia czyli wzniesieniem wody nad próg. Przy uważaniu ostatniego położenia skazówki nie należy pomijać kapilarności, skutkiem której poziom wody może być 1,37 linii nad progiem, nim przepływ przez próg się zacznie lub ustanie. (patrz § 322).

§ 410. Bardzo łatwo można także wymierzyć wodę w prostokątnym kanale lub rynnie  $AB$ , fig. 598 i 599, osadzając deskę  $CD$  u spodu ściętą tak, że pod takową zostaje otwór  $CE$

Fig. 599.

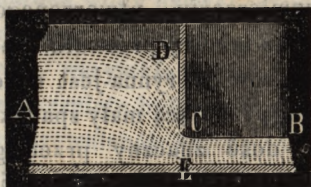
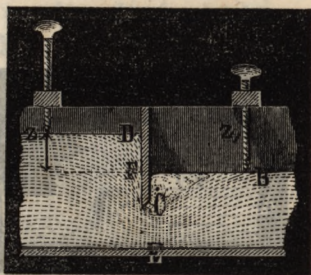


Fig. 598.



przez który woda może odpływać. Sposób ten ma tę wyższość nad zastosowaniem przeważu, że przy nim woda wstrzymana bardziej się uspokaja, i z téj przyczyny można dokładniej wymierzyć wysokość ciśnienia. Jeżeli można, należy się starać o sprawienie wolnego wypływu, jak na figurze 598, gdyż przy takim można osiągnąć większą dokładność; przy większych jednak masach wody, jest niemożliwym zapobieżenie wstrzymywaniu się dolnej wody, i potrzeba natenczas poprzestać na wypływie pod wodą, jak na fig. 599. W obydwu przypadkach średniej prędkości z jaką woda przepływa przez otwór  $CE$  odpowiada odległość poziomu górnej wody  $A$ , od poziomu dolnej  $B$ ; gdy jednak w pierwszym razie odległość ta poziomów zależy tylko od wysokości  $DE = h$  górnej wody, i wysokości  $CE = a$  otworu, to można tu jak przy wolnym wypływie wy-

sokość ciśnienia mierzyć aż do środka otworu i położyć  $= h - \frac{a}{2}$ .  
 Jeżeli więc  $b$  oznacza szerokość otworu i rynny, mamy masę wypływu

$$Q = \mu \cdot ab \sqrt{2g \left( h - \frac{a}{2} \right)}.$$

i podług doświadczeń autora, przy krawędzi  $D$  dobrze zebranej, należy położyć  $\mu = 0,596$ , przy zaokrąglonym zaś otworze usuwającym całkiem ściśnienie  $\mu = 0,889$ .

Jeżeli mamy do czynienia z wypływem pod wodą, to przy odległości poziomów  $DF = h$  fig. 599, jest  $Q = \mu ab \sqrt{2gh}$ , i na zasadzie doświadczeń autora należy przyjąć

dla ostrzej krawędzi  $C$ ,  $\mu = 0,462$  a

dla zaokrąglonej,  $\mu = 0,717$

*Przykład.* Ażeby oznaczyć jaką masę wody prowadzi rynna  $AB$ , fig. 599, osadzono w téjże desce  $CD$  z ostrą krawędzią, przez co spowodowanym został wypływ pod wodą i znaleziono jak następuje. Szerokość rynny czyli otworu  $b = 3$  stopy, wysokość otworu, czyli odległość  $CE$  krawędzi deski  $C$  od dna rynny  $a = 6$  cali. Stan skazówki  $Z$  od strony górnej wody  $h_1 = 0,445$  stóp, a takież stan skazówki  $Z_1$  od strony dolnej wody  $h_2 = 1,073$ . Ztąd więc odległość poziomów wody  $h = 1,073 - 0,445 = 0,628$  stóp, a szukana masa wody  $Q = 0,462 \cdot 7,906 \cdot 3,05 \sqrt{h_2 - h_1} = 5,48 \sqrt{0,628} = 4,34$  stóp kubicznych.

§ 411. Ponieważ często znaczny przeciąg czasu upływa, nim się ustali poziom wody wstrzymanej przez przegrodę, to można z korzyścią używać następującego, najprzód przez Pronego podanego sposobu. Zamyka się całkowicie otwór stawidłem, i dozwala wodzie podnieść dosyć wysoko, albo téż tak wysoko jak okoliczności pozwalają; następnie otwiera się stawidło o tyle, ażeby więcej wody odpływało jak przyplywa, i wymierza się stany wody w równych i ile możności jak najkrótszych przeciągach czasu; nakoniec zamyka się powtórnie otwór i uważa czas  $t$  w przeciągu którego woda dojdzie do pierwszej wysokości. W każdym razie w ciągu zauważanego całkowicie

Sposób Pronego. czasu  $t + t_1$  odplynęło tyle wody ile przyplynęło, można więc przez masę odpływu w czasie  $t_1$  wyrazić masę przyplywu w czasie  $t + t_1$ . Jeżeli  $h_0, h_1, h_2, h_3$  i  $h_4$  oznaczają wysokości ciśnienia w czasie zniżania się wody, to mamy średnią prędkość wypływu

$$v = \frac{\sqrt{2g}}{12} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4}) \quad (\text{p. § 387})$$

jeżeli więc powierzchnia otworu stawidła  $= F$ , to mamy ilość wypływu w czasie  $t$ :

$$V = \frac{\mu Ft \sqrt{2g}}{12} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4})$$

a ztąd ilość przyplywu na sekundę

$$Q = \frac{V}{t + t_1} = \frac{\mu Ft \sqrt{2g}}{12(t + t_1)} (\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + \sqrt{h_4}).$$

*Przykład.* Dla wymierzenia masy wody strumienia mającego się użyć do poruszania koła wodnego, zamknięto takowy ścianą szpultbalową fig. 597, po otworzeniu prostokątnego otworu w téjże ścianie porobiono następujące spostrzeżenia: początkowa wysokość ciśnienia  $= 2$  stopy, po 30 sekundach, 1,8 stóp po 60'', 1,55 stóp, po 90'' 1,3 stóp, po 120'', 1,15 stóp, po 150'' 1,05 stóp, a po 180'', 0,9 stóp; szerokość otworu 2 stopy, wysokość otworu  $\frac{1}{2}$  stopy, czas potrzebny do podniesienia się wody do pierwotnej wysokości przy zamkniętem stawidle  $= 110''$ . Najprzód mamy tu średnią prędkość wypływu

$$v = \frac{7,906}{18} (\sqrt{2} + 4\sqrt{1,8} + 2\sqrt{1,55} + 4\sqrt{1,3} + 2\sqrt{1,15} + 4\sqrt{1,05} + \sqrt{0,9})$$

$$= 0,4392(1,414 + 5,364 + 2,490 + 4,561 + 2,145 + 4,099 + 0,949)$$

$$= 0,4392 \cdot 21,022 = 9,233 \text{ stóp; że zaś } F = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ stopie kw.}$$

to teoretyczna masa wypływu  $= 9,233$  stóp kub. Biorąc nakoniec współczynnik wypływu  $= 0,61$  otrzymujemy szukaną masę wypływu

$$Q = \frac{0,61 \cdot 180}{180 + 110} \cdot 9,233 = 3,495 \text{ stóp kubicznych.}$$

Cale wody,

§ 412. Ażeby wymierzyć małe ilości wody, używa się często wypływu przez otwory w cienkiej ścianie, mające jeden cal średnicy, przy daném ciśnieniu. Masę wody jaką daje ta-



ki otwór przy najmniejszym ciśnieniu, czyli wtenczas, gdy poziom wody tylko jedną linię jest wyniesiony nad najwyższy punkt otworu, zowie się całem wodnym (Wasser-Brunnenzöl, водяной дюймъ, pouce d'eau). Francuzi przyjmują na jeden cal (dawniej paryzkiej miary) w 24 godzinach 15 pintów czyli 19,1953 metrów kubicz. wody, co czyni:

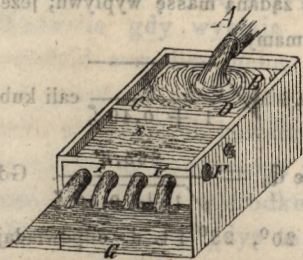
na 1 godzinę 0,7098 metr. kub. a

na 1 minutę 0,01333 „ „ „

dawniejsze jednak postrzeżenia Mariotta, Coupleta i Bossuta, różnią się znacznie od tego. Podług Hagena jeden cal wodny (miary pruskiej) daje na 24 godzin 520 stóp kub., a zatem na minutę 0,3611 stóp kub. Podwójny moduł wodny Pronego, który odpowiada otworowi mającemu 2 centym. średnicy, przy ciśnieniu 5 centym. i daje na 24 godzin 20 metrów kubicz. wody, nie został upowszechnionym.

Postrzeżenia te można jeszcze dokładniej wykonać, mając większą wysokość ciśnienia; najlepiej jest przyjmować wysokość ciśnienia równą średnicy otworu, to jest jednemu calowi. Podług Bornemanna i Röttinga taki cal wodny daje na dobę 642,8 stóp kub. wody. Przyrząd którym przy pomocy cali wodnych mierzymy wodę, wyobrażonym jest na fig. 600. Woda mająca się mierzyć wpływa rurą *A*

Fig. 600.



do skrzyni *B*, z tej przez otwory zrobione w ścianie przedziałowej *CD* przechodzi do skrzyni *E*, a ztąd dopiero wypływa otworami mającymi z największą ścisłością jeden cal średnicy i wyrzniętymi w jednym poziomym rzędzie w cienkiej blasze do rezerwoaru *G*. Żeby zaś poziom wody można było tak uregulować, ażeby

tylko wznosił się na jedną linię nad wierzchołkami otworów, potrzeba urządzić dostateczną liczbę takowych i niektóre

Cale wody.

stosownie do potrzeby zamykać. Przy wielkiej ilości wody dzieli się takową na części i sposobem wyżej podanym wymierza się tylko pewna część téjże, np. dziesiąta. Podział ten dopełnia się łatwo, wprowadzając wodę do rezerwoaru, mającego pewną liczbę jednakowych otworów umieszczonych w jednym poziomie, i następnie wprowadzając wodę wypływającą z jednego takiego otworu do opisanego wyżej przyrządu.

*Uwaga 1.* Do mierzenia wody można także użyć kurków i innych regulacyjnych przyrządów, jeżeli tylko wiadome są współczynniki oporu, odpowiadające każdemu położeniu tychże. Jeżeli mamy  $h$  wysokość ciśnienia,  $F$  przecięcie poprzeczne rury, i  $\mu$  współczynnik wypływu dla całkowitego otwartego kurka, to jest masa wypływu  $Q = \mu F \sqrt{2gh}$  jako téż odwrotnie  $\mu = \frac{Q}{F\sqrt{2gh}}$  i  $\frac{1}{\mu^2} = \left(\frac{F}{Q}\right)^2 \cdot 2gh$ . Kładąc tu

teraz współczynnik oporu  $\zeta$  odpowiedni pewnemu nastawieniu kurka, który to współczynnik należy wziąć z podanych wyżej tablic, otrzymujemy odpowiednią masę wypływu

$$Q_1 = F \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{\mu^2} + \zeta}} = \frac{\mu F \sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \mu^2 \zeta}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + \zeta \left(\frac{Q}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2gh}}}$$

Dla dogodności można sobie podług tego sporządzić tablicę, dającą za jednym rzutem oka masę wypływu odpowiednią danemu położeniu kurka, lub odwrotnie położenie kurka dające żadaną masę wypływu; jeżeli np.  $\mu = 0,7$  a  $F = 4$  cali kwadr. to mamy

$$Q_1 = \frac{0,7 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 7,906 \sqrt{h}}{\sqrt{1 + 0,49 \cdot \zeta}} = 265,6 \sqrt{\frac{h}{1 + 0,49 \zeta}} \text{ cali kub.,}$$

lub gdy  $h$  jest stałe i równe jednej stopie  $Q_1 = \frac{265,6}{\sqrt{1 + 0,49 \zeta}}$ . Gdy

więc położeniom kurka  $5^0$ ,  $10^0$ ,  $15^0$ ,  $20^0$ ,  $25^0$  i t. d. odpowiadają współczynniki oporu 0,057; 0,298; 0,758; 1,559; 3,095, to odpowiednio tymże masy wypływu są: 262,1; 248,4; 226,8; 200,0; 167,4 cali kubicznych.

Uwaga 2. Aby uregulować wypływ przez dany otwór *D*, fig. 601, można zastosować przewal *B*, ażeby takowym odpływał nadmiar

Fig. 601.

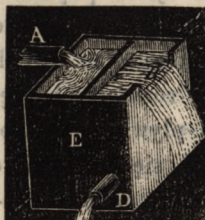
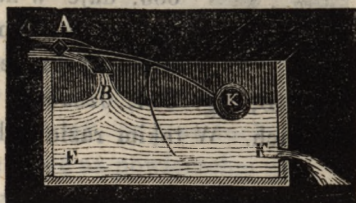


Fig. 602.



wody przybywający rurą *A* i ciągle jednakowe ciśnienie w rezerwarze mogło być utrzymanem. Ażeby nie ponosić żadnej straty w wodzie, można zastosować klapę lub kurek *A*, fig. 602, który reguluje się za pośrednictwem pływaka *K* i drąga, tak że przez *B* zawsze tyle wody przepływa ile przez *F* odpływa.

§ 413. Masa wody w rzekach, strumieniach i kanałach może się tylko oznaczyć za pomocą narzędzi znajdujących prędkość, Hydrometrów. Z pomiędzy tych narzędzi najprostsze są pływaki (Schwimmer, поплавокъ, flotteurs). Można do tego użyć każde pływające ciało, lecz pewniej jest wybierać ciała średniej wielkości i które są mało gęstokowo lżejsze od wody. Ciała mające około  $\frac{1}{10}$  stopy kub. objętości są wystarczające. Bardzo wielkie ciała nie nabywają z łatwością prędkości wody, bardzo małe znowu, mianowicie gdy wystają znacznie z wody, doznają łatwo przeszkód w swoim ruchu, od przyczyn zewnętrznych, czasami nawet od powietrza nad powierzchnią wody. Często używa się prostych kawałków drzewa, dobrze jest jednak, gdy takowe są powleczone jasną farbą olejną, a jeszcze lepszymi są pływaki w środku próżne, jak fiaszki szklanne, kule blaszane i t. d. gdyż te podług upodobania możemy napełnić wodą. Najczęściej używa się kul pływających, robionych zwykle z mosiężnej blachy, mających 4 do 12 cali średnicy, dla łatwiejszego rozróżnienia powlekanych jasną

Pływaki.

Pływaki

farbą olejną, którym dodaje się jeszcze otwór opatrzony szyjką, ażeby można takowe wypełnić wodą i zatkać. Taka kula pływająca *A*, fig. 603, daje w każdym razie tylko prędkość na powierzchni i często tylko na nurcie wody; można jednak przez połączenie dwóch kul *A* i *B*, fig. 604, oznaczyć prędkości w rozmaitych głębokościach. W takim razie kula, która ma pływać pod wodą wypełnia się całkowicie wodą, kula zaś mająca pływać po powierzchni, wypełnia się o tyle wodą, ażeby nie wiele z wody wystawała; obie kule łączą się z sobą nitką, cienkim drutem, albo też łańcuszkiem z drutu.



Fig. 603.

Najprzód oznacza się pojedynczą kulą prędkość wody na powierzchni  $c_0$ , a następnie połączonymi kulami wynajduje się średnią prędkość tychże  $c$ , oznaczysz prędkość zanurzonej drugiej kuli przez  $c_1$ , możemy położyć  $c = \frac{c_0 + c_1}{2}$ , a ztąd  $c_1 = 2c - c_0$ . Łącząc takie dwie kule coraz dłuższymi drutami, można oznaczać w ten sposób prędkości w coraz większych głębokościach. Zresztą można także znaleźć średnią prędkość na jednej pionowej, zanurzając tak drugą kulę, ażeby blisko dna pływała, i kładąc  $c = \frac{c_0 + c_1}{2}$ ; dokładniej zaś biorąc średnią ze wszystkich prędkości, zauważanych na jednej pionowej.

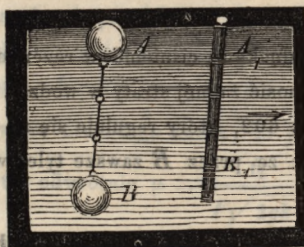


Fig. 604.

Ażeby podać średnią prędkość na jednej pionowej, używa się także często łaski pływającej (*Schwimmstab*) *A, B*, wyobrażonej na fig. 604, szczególnie dogodną jest ona przy mierzeniu prędkości wody w kanałach i rowach, mianowicie gdy z krótkich kawałków jest złożoną. Łaska pływają-

ca używa się także często łaski pływającej (*Schwimmstab*) *A, B*, wyobrażonej na fig. 604, szczególnie dogodną jest ona przy mierzeniu prędkości wody w kanałach i rowach, mianowicie gdy z krótkich kawałków jest złożoną. Łaska pływają-

ca jakiej używał autor, składała się z 15 wydrążonych w środku części, mających po jednym decymetrze długości. Ażeby pionowo pływała, wypełnia się dolny koniec téjże o tyle szrutem, ażeby tylko wierzch téjże przy pływaniu z wody wystawał. Rozumie się samo przez się, że liczba części jakie się razem ześrubują, zależy od głębokości kanału.

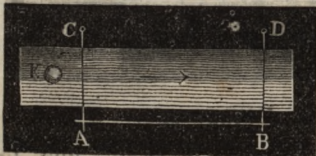
Z pływającój laski, jako téż kul pływających połączonych między sobą, możemy się przekonać, że przy ruchu bez przeszkód wody w korytach, prędkość na powierzchni jest większą jak na dnie, ponieważ wierzch laski, spód téjże, a wierzchnia kula spodnią zawsze wyprzedza. Tylko przy podniesieniach wody sprawionych przez zwężenia, np. przez filary mostowe, ma miejsce przeciwny przypadek.

*Uwaga.* W ogólności, mianowicie przy wielkich pływających ciałach, jak np. okrętach i t. p. prędkość ciała pływającego jest cokolwiek większą niż wody; mniej z téj przyczyny, że te ciała przy płynieniu posuwają się po równi pochylonej utworzonej przez powierzchnię wody, jak z téj, że nie biorą lub téż w części tylko przyjmują udział w nieregularnym wewnętrznym ruchu wody. Zboczenie to jednak przy małych ciałach pływających jest tak małym, że je można pominąć.

§ 414. Prędkość kuli pływającój znajdujemy, uważając na dobrym sekundowym zegarku albo téż przy pomocy wahadła bijącego półsekundy (§ 263) czas  $t$ , jakiego ta pływac po wodzie potrzebuje do przebycia wytkniętój na brzegu i wymierzonej przestrzeni  $AB = s$ , fig. 605. Natenczas szukana prędkość kuli jest  $v = \frac{s}{t}$ . Ażeby znaleźć czas  $t$  dokładnie odpowiadający wymierzonej na brzegu drodze  $s$ , potrzeba za pomocą węglownicy lub innego

narzędzia wyznaczyć na drugim brzegu tyki  $C$  i  $D$  nakierunku linii pionowych  $AC$  i  $BD$  do linii  $AB$ . Stając za tyką  $A$ , można zauważać czas w którym cokolwiek wyżej

Fig. 605.



Pływaki.

puszczony pływak  $K$  przejdzie przez linię  $AB$ ; udawszy się następnie do punktu  $B$ , można podobnie zauważać na zegarku, kiedy pływak dojdzie do linii  $BD$ ; odjawszy od siebie tak oznaczone czasy, znajdziemy szukany i do przebycia drogi  $s$  potrzebny czas  $t$ . Do oznaczenia masy wody  $Q = Fc$ , prócz prędkości wody  $c$ , potrzebną jest powierzchnia  $F$  profilu poprzecznego. Ażeby znaleźć taką, trzeba mieć wiadomą szerokość i średnią głębokość wody. Głębokość wymierza się sondą zaopatrzoną podziałami  $AB$ , fig. 606, mającą przecięcie poprzeczne czworokątne, i na końcu której umieszczona jest deszczulka  $B$ ; przy większych głębokościach można użyć do sondowania łańcucha, na końcu którego zawieszoną jest plata żelazna, która przy zanurzeniu opiera się o dno wody. Szerokości i odpowiednie wymierzonym głębokościom odcięte czyli odległości od brzegu, otrzymują się w kanałach i wążkach strumieniach  $EFG$ , fig. 607, wyciągając łańcuch mierniczy  $AB$ , albo kładąc tyki i t. p. wpoprzek

Fig. 606.

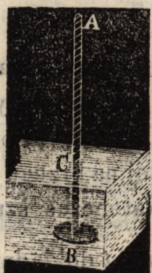
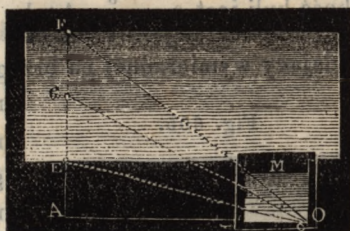


Fig. 607.



Fig. 608.



przez płynącą wodę. Dla szerokich rzek oznacza się szerokość za pomocą stolika mierniczego  $M$ , fig. 608, który

ustawia się w stosownej odległości od mającego wymierzyć się profilu poprzecznego. Jeżeli  $ao$  na stoliku wyobraża stosunkową odległość stanowisk  $A$  i  $O$ , to zgodziwszy  $ao$  z linią  $AO$  na gruncie, będzie wniesiony poprzednio na stolik kierunku linii szerokości  $af$  równoległym od wytkniętej na gruncie linii  $AF$ , każda więc linia wycelowana do punktów  $E, F, G$  i t. d. odcina na stoliku odpowiednie punkta  $e, f, g$  i odległość  $aa, af, ag$  i t. d. są odległościami  $AE, AF, AG$  i t. d. wyrażonemi na przyjętej podziałce, przy zagłębianiu więc sondy i mierzeniu głębokości, nie potrzeba już odmierzać odległości odpowiednich punktów od brzegu, tylko stojący przy stoliku Inżynier winien uważać, ażeby zanurzana na linii  $AF$  sonda przypadała za każdym razem na kierunkach linii celowniczych.

Pływak.

Jeżeli szerokość  $EF$ , fig. 607, profilu poprzecznego składa się z części  $b_1, b_2, b_3$  i t. d. a średnie głębokości w tychże częściach są  $a_1, a_2, a_3$  i t. d., i średnie prędkości  $c_1, c_2, c_3$  i t. d., to mamy powierzchnię profilu:

$$F = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots,$$

masę wody  $Q = a_1 b_1 c_1 + a_2 b_2 c_2 + a_3 b_3 c_3 \dots$ , i nakoniec

$$\text{średnią prędkość } c = \frac{Q}{F} = \frac{a_1 b_1 c_1 + a_2 b_2 c_2 + \dots}{a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots}$$

*Przykład.* W dość równej i niezminiającej się części rzeki, w środkowych punktach podziałów

szerokości . . . . 5 stóp, 12 stóp, 20 stóp, 15 stóp, 7 stóp

mamy głębokości: 3 " 6 " 11 " 8 " 4 "

średnie prędkości 1,9 " 2,3 " 2,8 " 2,4 " 2,1 "

można przeto położyć:

powierzchnię profilu  $F = 5 \cdot 3 + 12 \cdot 6 + 20 \cdot 11 + 15 \cdot 8 + 7 \cdot 4 = 455$  st.  $\square$

masę wody  $Q = 15 \cdot 1,9 + 72 \cdot 2,3 + 220 \cdot 2,8 + 120 \cdot 2,4 + 28 \cdot 2,1 =$

$1156,9$  stóp kub. a średnią prędkość  $c = \frac{1156,9}{455} = 2,54$  stóp.

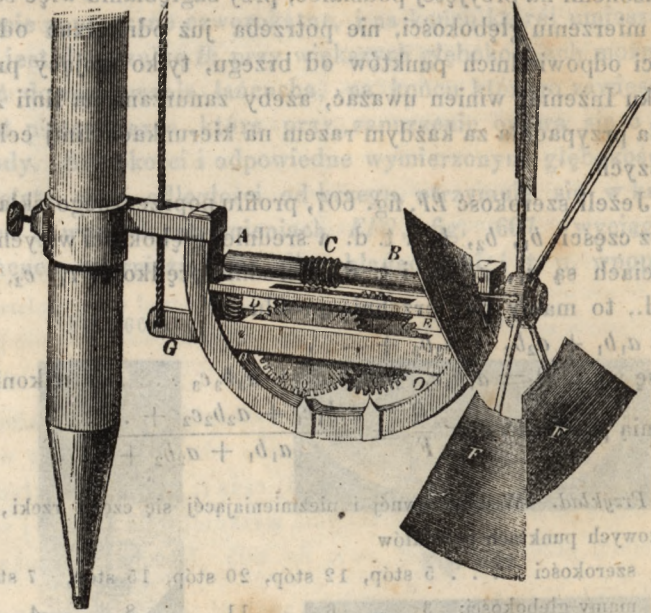
§ 415. Najlepszym hydrometrem jest młynek Woltmanna (hydrometrischer Flügel von Woltmann, Волтманова мельница, Moulinet de Woltmann), fig. 609. Składa się

Młynek hydrometryczny.

Młynek  
hydrometryczny.

on z wału poziomego *AB* z dwoma lub pięcioma ukośnie względem osi położonemi skrzydłami *F*, i zanurzony pod wodę i trzymany w kiernku przeciwnym biegowi téjże, daje prędkość płynącej wody, przez liczbę swoich obrotów. Ażeby można było liczbę obrotów oznaczyć, wał opatrzony jest kilku skrętami szrubowemi *C*, które chwytają koło zębate *D*, na którym z boku umieszczone są cyfry oznaczają-

Fig. 609.



ce na stałej skazówce liczbę obrotów wału ze skrzydłami. Dla oznaczenia większej liczby obrotów na wale koła zębatego, osadzone jest drugie kółko trybowe, które zazębia się z inném kołem zębatém *E*, na którym można znowu odczytać kilkorakie obroty młynka np. każde pięć, każde 10 i t. d. Jeżeli np. oba koła zębate mają po 50 zębów, a kółko trybowe 10 zębów, to drugie kółko obraca się o jeden ząb gdy pierwsze posuwa się o pięć zębów, czyli gdy młynek pięć obrotów robi. Gdy skazówka na pierwszym kole stoi



na  $27 = 25 + 2$  a na drugim na  $32$ , to podług tego liczba obrotów młynka będzie  $32 \cdot 5 + 2 = 162$ . Całe narzędzie przysrubowuje się za pomocą panewki blaszanej do laski, ażeby z łatwością mogło być zanurzonem w wodzie i utrzymanem przeciw biegowi téjże. Ażeby koła zębate obracały się tylko w czasie doświadczenia, osie ich osadzone są w panewkach umocowanych w drągu *GO* przyciskanym sprężyną, tak że zęby pierwszego koła tylko wtenczas chwytają skręty szruby, gdy drąg za pomocą sznura pociągniemy do góry.

Młynek  
hydrometryczny.

Liczba obrotów młynka w pewnym czasie np. w jednej sekundzie nie jest zupełnie proporcjonalną do prędkości wody, nie można więc położyć  $v = \alpha \cdot u$ , gdzie  $u$  liczbą obrotów,  $v$  prędkość, a  $\alpha$  liczbę z doświadczenia oznacza, należy raczej uczynić  $v = \alpha u + \sqrt{v_0^2 + \beta u^2}$ , gdzie  $v_0$  oznacza taką prędkość, przy jakiej woda nie jest w stanie młynka poruszyć, a zaś  $\alpha$  i  $\beta$  wyrażają współczynniki doświadczenia. Ilości stałe  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $v_0$  należy dla każdego narzędzia oddzielnie wynaleść. Za pomocą tychże stałych otrzymanych z jednego doświadczenia można oznaczyć prędkość, lepiej jednak jest zrobić dwa lub więcej doświadczeń i wyprowadzić wartość średnią jako pewniejszą.

*Przykład.* Jeżeli w młynku  $v_0 = 0,110$  stóp,  $\alpha = 0,480$  i  $\beta = 0$ , a zatem  $v = 0,11 + 0,48u$ , i przy doświadczeniu z tém narzędziem znaleziono w 80 sekundach liczbę obrotów 210, to odpowiednia prędkość wody

$$v = 0,11 + 0,48 \cdot \frac{210}{80} = 0,11 + 1,26 = 1,37 \text{ stóp.}$$

*Uwaga 1.* Ilości stałe  $\alpha$   $\beta$  i  $v_0$  zależą głównie od kąta jaki płaszczyny skrzydeł czynią z kierunkiem ruchu wody, a tém samym z kierunkiem osi młynka. Ażeby można robić z dostateczną dokładnością obserwacje i przy małych prędkościach, dobrze jest dawać ten kąt znacznym, to jest około  $70^\circ$ . Także dobrze jest mieć młynki mające

Młynek  
hydrometryczny.

Fig. 610.



rozmaite kąty nachyleń i rozmaitej wielkości, ażeby podług tego, jak głębokość wody jest większą lub mniejszą, używać jednego lub drugiego.

*Uwaga 2.* Ażeby oznaczyć prędkość wody na powierzchni, używa się także małego kółka blaszanego, jak na fig. 610 przedstawiono którego tylko dolną część zanurza się w wodzie. Liczbę obrotów tego narzędzia można za pomocą kół zębatach oznaczyć zupełnie w ten sam sposób jak w młynku Woltmanna.

§ 416. Dla oznaczenia stałych, czyli współczynników dla młynka hydrometrycznego, należy go zanurzyć w wodzie płynącej, której prędkości są wiadome i uważać odpowiednie liczby obrotów, chociaż właściwie potrzeba by było tylko tyle obserwacyj ile jest niewiadomych, to jednak najlepiej jest zrobić tyle obserwacyj ile tylko można, i mianowicie przy rozmaitych prędkościach, gdyż natenczas możemy zastosować metodę najmniejszych kwadratów, przez co unika się wpływu wypadkowych błędów popełnionych w doświadczeniach. Zresztą można znaleźć prędkość wody albo za pomocą kuli pływającej, albo też wpuszczając wodę do naczynia i tak wymierzoną masę wody dzieląc przez powierzchnię profilu poprzecznego. Przy użyciu kuli pływającej potrzeba spokojnego powietrza i równo i jednostajnie płynącej wody. Młynek należy zatrzymywać w wielu miejscach na przebieżonej przez kulę przestrzeni, i dokładność wymaga ażeby kula pływająca była prawie tej samej średnicy jak koło młynka.

Wiele korzyści przedstawia drugi sposób oznaczenia, gdy wodę, w której młynek jest zanurzany łąpiemy w naczynie. W tym celu i dla sprawdzenia Hydrometru w ogólności jest bardzo dobrze, jeśli Hydraulik może używać przyrządu złożonego z naczynia wypływu, rezerwoaru przyjmującego wodę i znajdującej się między nimi rynny. Przy takim bowiem urządzeniu można z łatwością nadać wodzie prędkość we-

dług upodobania, ponieważ nie tylko wejście do rynny, lecz i ruch w téjże przez deszczulki dodatkowe możemy regulować stosownie do woli. Przy doświadczeniach należy młynek trzymać w różnych miejscach przecięcia poprzecznego rynny, wymierzyć głębokości tegoż przecięcia za pomocą podziałki do wysokości wody i nakoniec wymierzyć w dolnym rezerwoarze wodę, która w danym czasie przepłynęła (§ 408). Powierzchnię  $F$  profilu poprzecznego otrzymujemy mnożąc średnią głębokość wody przez średnią szerokość, masę zaś wody  $Q$  z średniego przecięcia naczynia  $G$  i wysokości  $s$  wody przybyłej do tegoż w ciągu czasu  $t$ , z wzoru  $Q = \frac{Gs}{t}$

z  $Q$  i  $F$  wypada nakoniec średnia prędkość wody  $v = \frac{Q}{F} = \frac{Gs}{Ft}$ .

Odpowiednia liczba obrotów  $u$  młynka jest średnią ze wszystkich obrotów jakie otrzymuje się trzymając narzędzie w różnych punktach i głębokościach wymierzonego przecięcia poprzecznego. Jeżeli w szeregu doświadczeń znaleziono prędkości  $v_1, v_2, v_3$  i t. d. i odpowiednie tymże liczby obrotów, to przez podstawienie tychże we wzór  $v = v_0 + au$ , albo w dokładniejszy  $v = au + \sqrt{v_0^2 + \beta u^2}$ , wypada tyle równań dla ilości stałych  $v_0, \alpha$  i  $\beta$ , wiele zrobiono doświadczeń, i można z nich otrzymać ilości stałe, używając sposobu wskazanego w Inżynierze §. 16, albo téż dzieląc równania te na tyle oddziałów ile jest nieznanych ilości stałych, a tę przez dodawanie łącząc z sobą w tyle równań ile jest potrzebnych do oznaczenia  $v_0, \alpha$ , a według potrzeby i  $\beta$ .

*Uwaga 1.* Biorąc za zasadę najprostszy wzór o dwóch stałych, możemy podług metody najmniejszych kwadratów położyć:

$$v_0 = \frac{\sum(y^2)\sum(x) - \sum(xy)\sum(y)}{\sum(x^2)\sum(y^2) - [\sum(xy)]^2} \text{ i } \alpha = \frac{\sum(x^2)\sum(y) - \sum(xy)\sum(x)}{\sum(x^4)\sum(y^2) - [\sum(xy)]^2}, \text{ gdzie}$$

$x = \frac{1}{v}$  a  $y = \frac{u}{v}$  znak zaś  $\sum$  sumę wszystkich po sobie idących wartości tychże zmiennych oznacza np.

Młynek  
hydrometryczny.

$$\Sigma(x) = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \dots$$

$$\Sigma(xy) = \frac{1}{v_1} \cdot \frac{u_1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \cdot \frac{u_2}{v_2} + \frac{1}{v_3} \cdot \frac{u_3}{v_3} + \dots$$

*Przykład.* Znaleziono za pośrednictwem małego młynka hydrometrycznego przy prędkościach: 0,163, 0,205, 0,298, 0,366 i 0,610 metrów liczby obrotów na sekundę: 0,600, 0,835, 0,467, 0,805 i 3,142, mamy teraz oznaczyć z tych danych, ilości stałe dla tegoż młynka. Za pomocą wzoru podanego w ostatniej uwadze wypada, ponieważ:

$$\Sigma(x) = \frac{1}{0,163} + \frac{1}{0,205} + \dots = 18,740,$$

$$\Sigma(y) = \frac{0,600}{0,163} + \frac{0,835}{0,205} + \dots = 22,759,$$

$$\Sigma(x^2) = \left(\frac{1}{0,163}\right)^2 + \left(\frac{1}{0,205}\right)^2 + \dots = 82,846,$$

$$\Sigma(y^2) = 105,223 \text{ i } \Sigma(xy) = \frac{0,600}{(0,163)^2} + \frac{0,835}{(0,205)^2} + \dots = 80,961,$$

$$v_0 = \frac{105,223 \cdot 18,740 - 80,961 \cdot 22,759}{82,846 \cdot 105,223 - (80,961)^2} = \frac{129,5}{2162} = 0,060 \text{ i}$$

$$\alpha = \frac{368,3}{2162} = 0,1703. \text{ Dla danego więc narzędzia służy wzór}$$

$$v = 0,060 + 0,1703 u.$$

Kładąc  $u = 0,6$  otrzymujemy  $v = 0,060 + 0,102 = 0,162$

następnie  $u = 0,835$  daje  $v = 0,060 + 0,142 = 0,202$ ;

$u = 1,467$  „ „  $v = 0,060 + 0,249 = 0,309$ ;

$u = 1,805$  „ „  $v = 0,060 + 0,307 = 0,367$ ;

$u = 3,142$  „ „  $v = 0,060 + 0,535 = 0,595$ ;

ma więc miejsce bardzo wielka zgodność pomiędzy znalezionymi przez rachunek wartościami i wypadkami doświadczeń.

*Uwaga 2.* Podług Lapointe można młynek hydrauliczny osadzać w rurze walcowej, i przy pomocy tego oznaczać prędkość przepływającej wody. Przyrząd podający liczbę obrotów może być natenczas umieszczony na zewnątrz wody i stojącym wałem z młynkiem połączony. Lapointe nazywa takie narzędzia *une tube jaugeur* (patrz Comptes rendus tom 25 i Politechn. Centralblatt r. 1847). We Francji dopiero przed niedawnym czasem zwrócono należną uwagę na

młynek hydrauliczny. Znajdujemy dokładny traktat o tém narzędziu w *Annales des ponts et chaussées* tom XIV, r. 1847 przez Baumgartena i wyciąg z tegoż w *Politechn. Centralblatt* r. 1849. Baumgarten zaleca szczególnie młynek opatrzony szrubą i dodaje do tego wiele uwag, które zupełnie zgadzają się z doświadczeniami robionemi przez autora.

§ 417. Inne Hydrometry nie są tak dokładne jak młynek hydrauliczny, dają bowiem albo wypadki mniej dokładne albo też w doświadczeniach są niedogodne. Najprostszém narzędziem tego rodzaju jest rura Pitota (Pitot'sche Röhre, Пиротова труба, la tube de Pitot). Przy najprostszym swoim składzie złożoną jest ona z zgiętej szklanej rury *ABC*,

Rura Pitota.

Fig. 611.

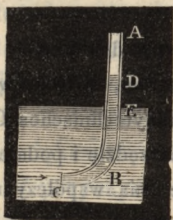


fig. 611, która trzyma się w wodzie tak, że część jej spodnia jest poziomą i zwróconą przeciw biegowi wody. Przez uderzenie wody zatrzymuje się w téj rurze słup cieczy, który wychodzi nad zewnętrzny poziom, i wysokość tego słupa wypada tém większą im większem jest uderzenie, czyli rodzająca go prędkość wody; z téj przyczyny, wyniesienie to czyli różnica poziomów może służyć za miarę prędkości wody. Uczyniw-

szy wyniesienie *DE* nad zewnętrzny poziom wody = *h*, a prędkość wody = *v*, możemy położyć

$h = \frac{v^2}{2g\mu^2}$ , gdzie  $\mu$  jest ilością wypadłą z doświadczenia, ztąd

odwrotnie mamy  $v = \mu\sqrt{2gh}$ , czyli prościej  $v = \varphi\sqrt{h}$ . Ażeby ilość stałą  $\varphi$  oznaczyć, trzyma się narzędzie w wodzie w takim miejscu, gdzie prędkość  $v_1$  jest znana; jeżeli więc o-

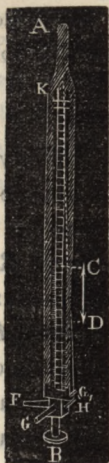
każe się tu, że wyniesienie =  $h_1$ , to mamy stałą  $\varphi = \frac{v_1}{\sqrt{h_1}}$ ,

którą należy używać w innych miejscach, gdy za pomocą tego narzędzia mamy szukać prędkości.

Rura Pitota.

Dla ułatwienia odczytania wysokości  $h$ , składa się zwykle to narzędzie z dwóch rur, i jak fig. 612 wskazuje, z jednej wychodzi rurka  $F$  w kierunku przeciwnym do biegu wody, a z drugiej dwie rurki  $G$  i  $G_1$  prostopadłe do kierunku biegu wody, przez obie zaś rury przechodzi jeden kurek  $H$ , którym kolumny wody w obu rurach można zamknąć. Wyjawszy narzędzie z wody, można dogodnie na podziałce umieszczonej pomiędzy obiema rurami odczytać różnicę  $CD = h$  obu słupów wody. Ażeby woda w rurze nie ulegała kołysaniu, należy rurkom, któremi woda wchodzi, dawać wąskie otwory, ażeby zarazem i zamknięcie rury można było prędko i dokładnie dopełnić, dodaje się do kurka ramie, do którego przytwierdzonym jest drut  $HK$ , kończący się u wierzchu zaraz przy rękojęści narzędzia.

Fig. 612.



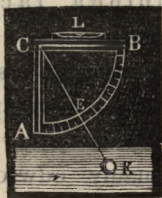
*Uwaga 1.* Chociaż rura Pitota nie daje tak dokładnych wypadków jak młynek hydrauliczny, jednak zaleca się tém, że jest w użyciu bardzo prostym narzędziem. Autor w dziele Polytechnisches Centralblatt, 1847, opisuje bardziej szczegółowo to narzędzie i podaje zarazem szereg doświadczeń i oparte na tychże oznaczenia współczynnika  $\varphi$ . Przy jego narzędziu należy dla prędkości pomiędzy 0,32 i 1,24 metrów, brać  $v = 3,545\sqrt{h}$  metrów.

*Uwaga 2.* Duchemin zaleca rurę Pitota z pływakiem, a ponieważ taka musi mieć dość znaczną szerokość, to daje także dość znaczne wzniesienie, z tego więc powodu w wąskich kanałach nie może być używana. Patrz Duchemin: Recherche expérimentale sur les lois de la résistance de fluides. Boileau używał prostę u spodu zwężonej rury do oznaczenia prędkości wody przy przewalach. Patrz cztery wykłady przez tegoż w dziele Comptes rendus, albo téż wyciągi z tychże w dziele Polytechnisches Centralblatt.

§ 418. Wahadło hydrometryczne (Stromkwadrant, hydrometrischer Pendel; водяной маятникъ; pendule

hydrométrique) używaném było do oznaczenia prędkości wodopłynącej, szczególnie przez Ximenesa, Michelottego, Gerstnera i Eytelweina. Narzędzie to składa się z ćwiartki koła,  $AB$  podzielonej na równe małe cząstki, fig. 613,

Fig. 613.



i kuli metalowej lub z słoniowej kości mającej 2 do 3 cali średnicy, zawieszonę na nitce w środku  $C$ ; daje zaś prędkość wody za pośrednictwem kąta  $ACE$ , o jaki natężona przez kulkę nitka zbacza od pionowej, gdy płaszczyznę narzędzia ustawimy w kierunku biegu wody. Ponieważ kąt ten nie łatwo dochodzi 40 lub więcej stopni, to często narzędzie otrzymuje tylko kształt trójkąta prostokątnego i podziały stopniowe wnoszą się na ramie poziome kąta prostego. Dla ustawienia pionowo linii wskazującej podział zero, używa się zwykle osadzonej na narzędziu libelli wodnej, także posłużyć może do tego sama kula, jeżeli ją zawiesimy nad wodą i dopóty obracać będziemy narzędzie, aż nitka na której jest zawieszoną przypadnie na podział zero. Przy prędkościach do czterech stóp można używać kuli z kości słoniowej, przy większych zaś należy mieć kulę metalową w środku próżną. Z przyczyny ciągłych kołysań się kuli w kierunku biegu wody i w kierunku do tegoż prostopadłym, odczytanie odpowiedniego podziału jest trudnym i połączone z niepewnością, z tego powodu w ścislejszych poszukiwaniach nie należy używać tego narzędzia.

Związek zachodzący pomiędzy kątem zбочenia i prędkością wody, można przy nie bardzo zanurzonej kuli oznaczyć następującym sposobem. Z ciężaru  $G$  kuli, i z uderzenia wody  $P = \mu Fv^2$  powiększającego się w stosunku przecięcia poprzecznego kuli i kwadratu z prędkości  $v$ , wypada siła wypadkowa  $R$ , której kierunek przybiera nitka, i oznacza kąt zбочenia  $\beta$ , mamy więc  $\text{sty } \beta = \frac{P}{G} = \frac{\mu Fv^2}{G}$ ; i odwrotnie  $v^2 = \frac{G \text{sty } \beta}{\mu F}$

Reometr.

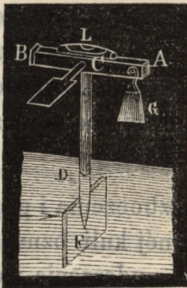
$a v = \sqrt{\frac{G}{\mu F}} \cdot \sqrt{sty} \beta$  t. j.  $v = \varphi \sqrt{sty} \beta$ , gdy  $\varphi$  oznacza współczynnik z doświadczenia, który przed użyciem narzędzia należy oznaczyć podanym wyżej sposobem.

§ 419. Inne Hydrometry, jak: Lorgna drąg wodny, Ximenesa chorągiewka wodna. Michelottego hydrauliczna sznelwaga, Brüninga tachometr, Poletta reometr są w użytku niedogodne i dają wypadki niepewne. Zasada wszystkich tych narzędzi jest jednakowa, składają się one zawsze z powierzchni uderzanéj i wagi służącéj do oznaczenia uderzenia  $P$  wody na tę powierzchnię; ponieważ uderzenie  $P = \mu F v^2$ , to mamy odwrotnie

$v = \sqrt{\frac{P}{\mu F}} = \varphi \sqrt{P}$ , gdzie  $\varphi$  oznacza współczynnik z doświadczenia zależący od wielkości powierzchni uderzanéj  $F$ .

Reometr, który w nowszych czasach podanym został przez Polettego i rzeczywiście nie różni się prawie od Michelottego Sznelwagi, składa się z drąga  $AB$ , fig. 614 obracającego się około osi stałéj  $C$  i z drugiego ramienia  $CD$ ,

Fig. 614.



do którego przymocowywa się płaszczyna, lub według Polettego laska odbierająca uderzenie. Ażeby zrównoważyć uderzenie wody na tę powierzchnię, wkładają się w wiszącą na końcu  $B$  drąga puszkę blaszaną ciężary, albo też ziarna śrutu, dla utrzymania zaś próżnéj wagi w stojącój wodzie w równowadze, umieszczony jest w punkcie  $B$  ciężar, który koniec ramienia  $CB$  wypełnia.

Z włożonego ciężaru  $G$  wypada siła uderzenia  $P$ , używając ramion drągów  $CA = a$  i  $CF = b$ , z wzoru  $Pb = aG$ , z kąd znowu  $P = \frac{a}{b} G$  a  $v = \sqrt{\frac{P}{\mu F}} = \sqrt{\frac{a}{\mu b F}} = \varphi \sqrt{G}$ , gdzie  $\varphi$  oznacza liczbę z doświadczenia.



*Uwaga 1.* O ostatnich hydrometrach mówi obszerniej Eytelwein's Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik, następnie Gerstner's Handbuch der Mechanik tom 2, Brünning's Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, i Venturoli's Elementi di Meccanica e d'Idraulica tom 2. Co do Reometru Polettego patrz Dinglera polytechnisches Journal, tom 20 r. 1826. Stevenson'a hydrometr jest młynkiem Woltmanna patrz Dinglers Journal, tom 65 r. 1842.

*Uwaga 2.* Szczegółowem i do praktycznego użycia zalecającem się dziełem jest: die Hydrometrie oder praktische Anleitung zum Wassermessen Bornemann'a. Freiberg. 1849.

## ROZDZIAŁ IX.

### o sile i oporze płynów.

§ 420. Całkowite ciśnienie wody stojącej w naczyniu, sprowadza się podług § 305. do siły pionowej równej ciężarowi masy wody; gdy jednak naczynie *HRF*, fig. 615, ma otwór *F*, przez który woda może wypływać, to siła ta ulega zmianie, nie tylko dla tego że w punkcie *F* brakuje części

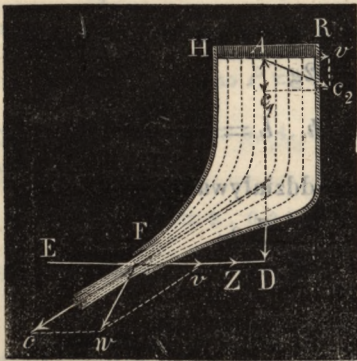


Fig. 615.

ściany naczynia, ale i dla tego że woda przyplływająca do otworu, jak każde inne ciało zmieniając swój ruch oddziaływa swoją bezwładnością. Zmiana ruchu jakiego ciała może zależeć tak od zmiany prędkości jako też od zmiany kierunku ruchu, ztąd też i oddziaływanie (Reaction, противодѣйствие

Opór wody.

réaction), wody wypływającej powstaje tak z przyspieszenia ruchu jak i też z ciągłej zmiany kierunku wody przyptywającej do otworu.

Do poznania zupełnego oddziaływania wody w naczyniu wypływu przychodzimy następującym sposobem:

Niech będzie  $c$  prędkością wody wypływającej z otworu  $F$ ,  $c_1$  względną prędkością wody na powierzchni  $HR = G$ , i  $h$  wysokością ciśnienia  $AD$  w wylocie. Mamy natenczas  $\frac{c^2}{2g} = h + \frac{c_1^2}{2g}$  i masę wypływu  $Q = Fc = Gc_1$ .

Wystawiwszy sobie, że naczynie  $HRF$ , fig. 615, porusza się poziomo z prędkością  $v$ , to należy położyć bezwzględną prędkość  $c_2$  przyptywającej wody  $c_2^2 = c_1^2 + v^2$ , i przy kącie nachylenia  $Efc = \alpha$  osi żyły wodnej względem poziomu, bezwzględną prędkość żyły wypływającej

$$w^2 = c^2 + v^2 - 2cv \cos. \alpha.$$

Jest więc praca wody przed wypływem

$$L_1 = \left( \frac{c_2^2}{2g} + h \right) Q\gamma = \left( \frac{c_1^2 + v^2}{2g} + h \right) Q\gamma.$$

praca zaś téjże po wypływie

$$L_2 = \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left( \frac{c^2 + v^2 - 2cv \cos. \alpha}{2g} \right) Q\gamma.$$

złąd wypada ilość pracy jaką woda traci i która przenosi się na naczynie

$$L = L_1 - L_2 = \left( \frac{c_1^2 - c^2 + 2cv \cos. \alpha}{2g} + h \right) Q\gamma,$$

$$\text{czyli ponieważ } \frac{c^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} = h, \quad L = \frac{cv \cos. \alpha}{g} Q\gamma,$$

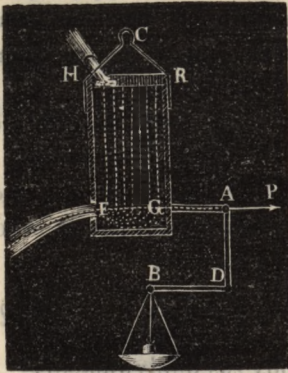
a z tego siła składowa pozioma oddziaływania wody

$$Z = \frac{L}{v} = \frac{c \cos. \alpha}{g} Q\gamma.$$

ponieważ  $Q = Fc$ , mamy także

$$Z = \frac{c^2}{g} F\gamma \cos. \alpha = 2 \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma \cos. \alpha = 2h F\gamma \cos. \alpha$$

Fig. 616.



dla żyły więc wody skierowanej poziomo jak na fig. 616,

$$Z = 2hF\gamma.$$

Oddziaływanie więc żyły poziomej równa się ciężarowi słupa wody, mającego za podstawę przecięcie poprzeczne żyły, a za wysokość podwójną wysokość prędkości ( $2h$ ).

Opór wody.

*Uwaga.* Anglik Piotr Ewart próbował w najnowszych czasach okazać przez doświadczenia gruntowność tego prawa (patrz *Memoirs of the Manchester Philosophical Society*, tom II, lub *der Ingenieur. Zeitschrift für das gesammte Ingenieurwesen*, tom I). Do tego użył on naczynia *HRF*, fig. 616, zawieszono na osi poziomej *C* i mierzył oddziaływanie wagą z drążkiem złamanym, na którą naczynie działało za pośrednictwem pręta *AG* osadzonego w naczyniu naprzeciw otworu. Przy wypływie przez otwór w cienkiej ścianie wypadło  $P = 1,14 \cdot \frac{v^2}{2g} F\gamma$ . Kładąc przecięcie poprzeczne żyły  $F_1 = 0,64F$  i istotną prędkość wypływu  $v_1 = 0,96v$  (patrz § 344), otrzymujemy podług teoretycznego wzoru:  $P = 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} F_1\gamma = 2 \cdot 0,96^2 \cdot 0,64 \frac{v^2}{2g} F\gamma = 1,18 \frac{v^2}{2g} F\gamma$ , a zatem prawie to samo co dały doświadczenia. Przy otworze mającym kształt żyły ściśnionej znaleziono  $P = 1,73 \frac{v^2}{2g} F\gamma$ , współczynnik zaś wypływu czyli prędkości = 0,94. Ponieważ tu  $F_1 = F$  i  $v_1 = 0,94v$  to podług teorii mamy

$$P = 2 \cdot 0,94 \frac{v^2}{2g} F\gamma = 1,77 \frac{v^2}{2g} F\gamma,$$

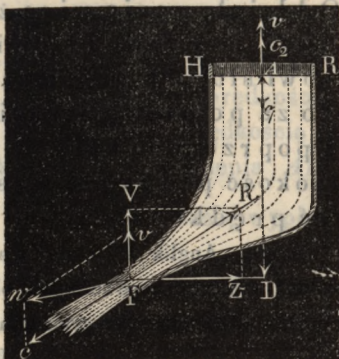
czyli mamy znowu dobrą zgodność.

§ 421. Wyobraziwszy sobie, że naczynie wypływu *HRF*, fig. 617, porusza się pionowo z dołu do góry z prędkością  $v$ ,

Opór wody.

mamy na bezwzględna prędkość przybywającej wody  $c_2 = v - c_1$ 

Ffg. 617.



dla wody zaś wypływającej zatrzymując te same oznaczenia jak w poprzedzającym paragrafie:

$$w^2 = c^2 + v^2 + 2cv \cos(90^\circ + \alpha) \\ = c^2 + v^2 - 2cv \operatorname{wst.} \alpha.$$

Podług tego więc cała praca przybywającej masy wody  $Q$  na sekundę:

$$L_1 = \left( \frac{(v - c_1)^2}{2g} + h \right) Q \gamma,$$

wody zaś odpływającej:

$$L_2 = (c^2 + v^2 - 2cv \operatorname{wst.} \alpha) Q \gamma,$$

zład praca mechaniczna jaką udziela woda naczyniowi:

$$L = L_1 - L_2 = \left( \frac{2v c_1 + c_1^2 - c^2 + 2cv \operatorname{wst.} \alpha}{2g} + h \right) Q \gamma,$$

$$\text{czyli ponieważ } h = \frac{c^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g}, \text{ to } L = \left( \frac{c \operatorname{wst.} \alpha - c_1}{g} v \right) Q \gamma,$$

i odpowiednia siła pionowa:

$$V = \frac{L}{v} = \left( \frac{c \operatorname{wst.} \alpha - c_1}{g} \right) Q \gamma = \frac{c}{g} \left( \operatorname{wst.} \alpha - \frac{F}{G} \right) Q \gamma \\ = \frac{c^2}{g} \left( \operatorname{wst.} \alpha - \frac{F}{G} \right) F \gamma = \left( \operatorname{wst.} \alpha - \frac{F}{G} \right) \cdot 2h F \gamma.$$

Jeżeli otwór wypływu jest stosunkowo bardzo małym względem powierzchni  $G$ , to mamy  $\frac{F}{G} = 0$ , a zład pionową składowę oddziaływania:

$$V = 2h F \gamma \operatorname{wst.} \alpha.$$

Z poprzedniego zaś paragrafu mamy poziomą siłę składową tego oddziaływania

$$Z = 2h F \gamma \operatorname{dos.} \alpha,$$

zład całkowita siła oddziaływania

$$R = \sqrt{V^2 + Z^2} = 2h F \gamma,$$

i kierunek téjże jest wprost przeciwny kierunkowi wypływającej wody.

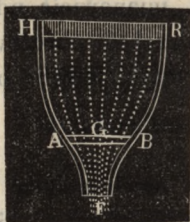
Jeżeli  $F = G$ , jeżeli np. woda przepływa przez wszędzie równo szeroką rurę, to mamy  $\frac{F}{G} = 1$ , a ztąd

Opór wody.

$V = (\text{wst. } \alpha - 1) \cdot 2h F\gamma = -(1 - \text{wst. } \alpha) 2h F\gamma$ .  
w takim więc razie  $V$  nie działa do góry lecz na dół i całkowite oddziaływanie

$$R = \sqrt{V^2 + Z^2} = \sqrt{\text{dos. } \alpha^2 + (-\text{wst. } \alpha)^2} \cdot 2h F\gamma \\ = \sqrt{2(1 - \text{wst. } \alpha)} \cdot 2h F\gamma = 4h F\gamma \text{wst. } \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Fig. 718.



Dla  $\alpha = -90^\circ$  t.j. gdy rura tworzy półokrag: jest  $R = 4h F\gamma$ .

Gdy  $\alpha = +90^\circ$ , mamy do czynienia z wypływem jak na fig. 618, i jest  $Z = 0$  a

$$V = \frac{(e - e_1)}{g} Q\gamma = \left(1 - \frac{F}{G}\right) \cdot 2h F\gamma,$$

gdy więc  $\frac{F}{G} = 0$ ,  $V = R = 2h F\gamma$ .

Ma się rozumieć że do  $V$  przybywa w każdym razie cały ciężar wody znajdującej się w przyrządzie wypływu.

§ 422. Woda albo inne płyny wywierają na ciała stałe uderzenie (Stoss), gdy się z nimi stykają, skutkiem czego ich stan ruchu ulega zmianie. Od uderzenia nie różni się istotnie opór (Widerstand, сопротивление, résistance), jaki woda stawia ruchowi. Szukanie obudwu stanowi trzecią część Hydrauliki. Rozróżniamy: 1) uderzenie osobnionych promieni wody (Stoss isolirter Wasserstrahlen, ударъ единичныхъ струй choc d'une veine, de fluide); 2) uderzenie wody ograniczonej czyli w rynnice (Stoss im begrenzten Wasser oder Gerinne, ударъ ограниченной, choc d'un fluide défini); 3) uderzenie wody nieograniczonej (Stoss im unbegrenzten Wasser, ударъ неограниченной воды; choc d'un fluide indéfini). Uderzenie pierwszego rodzaju ma miejsce gdy wypływająca z naczynia żyła wody napotyka na jakie ciało, np. działa na łopatkę koła

Opór wody.

nasiebiernego; uderzenie drugiego rodzaju jest, gdy woda w kanale lub pogrudce działa na ciało zajmujące całe przecięcie poprzeczne téjże, np. na łopatkę koła podsiebiernego; trzeci zaś rodzaj uderzenia zachodzi, gdy woda płynąca napotyka na ciało zanurzone w niej, którego przecięcie poprzeczne jest tylko bardzo małą częścią przecięcia całej rzeki, jak np., gdy działa na łopatki młyna pływaka.

W końcu należy jeszcze rozróżnić uderzenie wody o ciała zostające w spoczynku, uderzenie o ciała w ruchu, uderzenie o powierzchnie krzywe i płaskie, a w tém ostatniem znowu uderzenie pionowe i ukośne.

Rozbierzemy zaraz przypadek ogólny, mianowicie uderzenie oddzielnego promienia wody o powierzchnię obrotową, która się porusza około swój osi, przypadającej w jednym położeniu z kierunkiem ruchu żyły.

§ 423. Niech  $BAC$ , fig. 619, będzie powierzchnią obrotową  $AX$  jej osią i  $AF$  żyłą wodną przypadającą w kierunku téj osi;

Fig. 619.

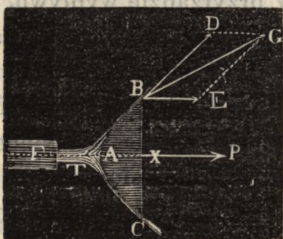


Fig. 619. będzie powierzchnią obrotową  $AX$  jej osią i  $AF$  żyłą wodną przypadającą w kierunku téj osi; czyniąc prędkość wody  $= c$ , powierzchni zaś  $= v$  i kąt  $BTX$ , jaki styczna  $DT$  poprowadzona w końcu linii rodzącej  $B$ , czyli każdy promień  $BD$ , wody opuszczającej powierzchnię czyni z osią  $BE$ ,  $= \alpha$ , przyjmując na koniec, że woda przy przejściu po powierzchni nie ponosi straty w sile żywej skutkiem tarcia, to woda spotyka tu powierzchnię ze względną prędkością  $c - v$ , i przechodzi z taką po powierzchni, a zatem i z taką się oddala z powierzchni w kierunkach stycznych  $TB$  i  $TC$  i t. d. Z prędkości stycznej  $BD = c - v$  i prędkości osiowej  $BE = v$  wypada prędkość bezwzględna  $BG = c_1$ , wody po spotkaniu się z powierzchnią podług znanego wzoru

$$c_1 = \sqrt{(c - v)^2 + 2(c - v)v \cos. \alpha + v^2}$$

Ze zaś masa wody  $Q$ , może wydać skutkiem swój siły żywój Opór wody.

pracę mechaniczną  $= \frac{c^2}{2g} Q\gamma$ , gdy jej prędkość  $c$  jest zupełnie

użyta, to praca w wodzie pozostająca  $= \frac{c_1^2}{2g} Q\gamma$ , a na po-

wierzchnię przeniesiona wynosi  $Pv = \frac{c^2}{2g} Q\gamma - \frac{c_1^2}{2g} Q\gamma$

$= \frac{c^2 - c_1^2}{2g} \cdot Q\gamma = \frac{[c^2 - (c-v)^2 - 2(c-v)v \operatorname{dos.} \alpha - v^2]}{2g} Q\gamma$

$= \frac{2cv - 2v^2 - 2(c-v)v \operatorname{dos.} \alpha}{2g} \cdot Q\gamma$  t. j.

$Pv = (1 - \operatorname{dos.} \alpha) \frac{(c-v)v}{g} Q\gamma$ , i siła czyli uderzenie wody

w kierunku osi  $P = (1 - \operatorname{dos.} \alpha) \frac{c-v}{g} \cdot Q\gamma$ .

Jeżeli powierzchnia idzie przeciw wodzie z prędkością  $v$ ,

to mamy  $P = (1 - \operatorname{dos.} \alpha) \frac{c+v}{g} \cdot Q\gamma$ ; jeżeli zaś powierzchnia

jest w spoczynku, czyli gdy  $v=0$ , to wypada uderzenie, czyli

hydrauliczne ciśnienie osi  $P = (1 - \operatorname{dos.} \alpha) \frac{c}{g} \cdot Q\gamma$ .

Wypada ztąd, że uderzenia jednej i téj samój  
massy wody, przy innych jednakowych okolicz-  
nościach, są proporcjonalne do względnej  
prędkości wody  $(c+v)$

Z powierzchni  $F$  przecięcia poprzecznego żyły wodnej  
wypada masa wody uderzającej:  $Q = F(c+v)$ ; ztąd

$P = (1 - \operatorname{dos.} \alpha) \frac{(c+v)^2}{g} \cdot F\gamma$ ; a dla  $v=0$ ,  $P = (1 - \operatorname{dos.} \alpha) \frac{c^2}{g} \cdot F\gamma$ .

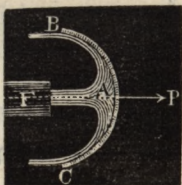
Przy równych więc przecięciach żył wo-  
dnych, uderzenie o powierzchnię zostająca  
w spoczynku wzrasta w stosunku kwadratów  
z prędkości wody.

§ 424. Uderzenie jednego i tego samego promienia wody Uderzenie  
o płaszczyznę.  
zależy szczególnie od kąta  $\alpha$ , pod którym woda po uderzeniu  
od osi oddala się. Jest ono zero, gdy ten kąt  $= 0$ , największém

Uderzenie  
o płaszczyznę.

zas mianowicie  $= 2 \frac{(c+v)}{g} \cdot Q\gamma$ , gdy ten kąt  $= 180^\circ$  a jego

Fig. 620.

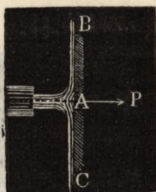


dostawa  $= -1$ , gdy więc woda jak na Fig. 620 przedstawiono, oddala się od powierzchni w kierunku przeciwnym względem kierunku w jakim ją spotyka. W ogólności uderzenie to jest większem przy powierzchniach wklęsłych, gdyż tu kąt ten jest rozwartym, dostawa więc jego wypada ujemną, i  $1 - \cos. \alpha$ . przechodzi na  $1 + \cos. \alpha$ .

Najczęściej powierzchnia uderzana jest równą, Fig. 621, a ztąd  $\alpha = 90^\circ$  więc  $\cos. \alpha = 0$  i uderzenie  $P = \frac{(c+v)}{g} Q\gamma$

$$\text{przy powierzchni w spoczynku } P = \frac{c}{g} Q\gamma = \frac{c^2}{2g} F\gamma = 2 \frac{c^2}{2g} F\gamma \\ = 2 Fh\gamma.$$

Fig. 621.



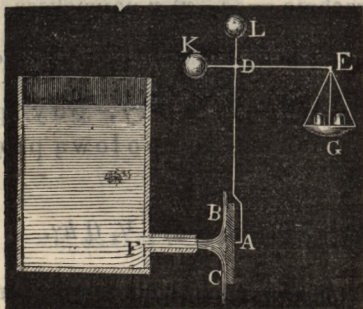
Uderzenie przeto pionowe wody na płaszczyznę jest równociężarowi słupa wody, mającego za podstawę przecięcie poprzeczne  $F$  żyły wody, a za wysokość podwójną wysokość prędkości:

$$2h = 2 \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Robione z uderzeniem tego rodzaju doświadczenia przez Michelotto, Vince, Langsdorfa, Bossuta, Morosi i Bidona doprowadziły prawie do tego samego wypadku, gdy przecięcie poprzeczne powierzchni uderzonej przynajmniej 6 razy było większem niż przecięcie żyły, i gdy odległość powierzchni uderzanej od płaszczyzny otworu wypływu, wynosiła najmniej 2 razy średnicę żyły wody. Przyrząd używany do tych doświadczeń, podobnie jak reometr Polettego, składał się z drąga który z jednej strony przyjmował uderzenie wody, a które z drugiej strony ró-



wnoważono za pomocą ciężarów. Narzędzie jakiego Bidon używał, jest na Fig. 622. 622 wyobrażeniem,  $BC$



Uderzenie  
o płaszczyznę.

jest powierzchnią uderzaną przez żyłę  $FA$ ,  $G$  szalką wagową, w którą wkładają się ciężary,  $D$  osią obrotu, a  $K$  i  $L$  przeciw-ciężarami.

*Uwaga.* Najnowsze doświadczenia z uderzeniem wody robił Bidone *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, tom XL. 1838. Były one przedsiębrane przy prędkościach wynoszących najmniej 27 stóp, z płytami mosiężnymi mającymi 2 do 9 cali średnicy. W ogólności Bidone znalazł uderzenie pionowe płaszczyzny cokolwiek większe niż  $2Fh\gamma$ , to odstępianie jednak należy przypisać przedłużeniu ramienia drąga spowodowanemu przez spadającą wodę. Patrz Duchemin: *Recherches expérim. sur les lois de la résistance des fluides* (tłomaczone na niemiecki przez Schnuse). Gdy uderzana powierzchnia była zupełnie przy otworze, to wypadło u Bidona  $P$  tylko  $1,5 Fh\gamma$ . Gdy następnie powierzchnia miała jednakowe przecięcie poprzeczne z żyłą, w którym to razie woda tylko pod ostrym kątem  $\alpha$  oddalała się, podług Du Buat i Langsdorfa  $P$  jest tylko  $= Fh\gamma$ . Nakoniec według Bidona i innych wypadło, że uderzenie w samym początku jest dwa razy większe niż w dalszym ciągu.

#### §. 425. Praca mechaniczna uderzenia

Największy  
skutek  
uderzenia.

$$Pv = (1 - \cos. \alpha) \frac{(c-v)^2}{g} \cdot Q\gamma$$

zależy szczególnie od prędkości  $v$  uderzonej powierzchni; jest ona np.  $= 0$ , nie tylko dla  $c=v$ , lecz także i wtenczas gdy  $v=0$ , musi przeto być taka prędkość, przy której praca

Największy  
skutek  
uderzenia.

uderzenia jest największą. Oczywiście ma to miejsce wten-  
czas gdy  $(c-v)v$  jest największym. Uważając  $c$  za połowę  
obwodu prostokąta, a  $v$  za podstawę tegoż, to mamy jego  
wysokość  $= c-v$ , a powierzchnię  $= (c-v)v$  największą gdy  
 $(c-v)=v$  to jest  $v = \frac{c}{2}$ , o trzymujemy więc najwięk-  
szą wartość pracy uderzenia wody, gdy po-  
wierzchnia uderzana posuwa się z połową prę-  
dkości wody, a mianowicie:

$$Pv = (1 - \cos. \alpha) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot Q\gamma = (1 - \cos. \alpha) \cdot \frac{1}{2} Q h \gamma.$$

Jeżeli teraz  $\alpha = 180^\circ$ , będzie więc ruch wody przez uderze-  
nie wprost przeciwnym, to mamy pracę  $= 2\frac{1}{2} Q h \gamma = Q h \gamma$ ; gdy  
zaś  $\alpha = 90^\circ$ , jak przy uderzeniu o płaszczyznę, to wypada ta  
praca tylko  $\frac{1}{2} Q h \gamma$ , w ostatnim więc razie z całej pracy roz-  
porządkalnej, czyli odpowiedniej sile żywej wody, zyskuje się  
i na płaszczyznę przenosi tylko połowa.

Przykłady. 1) Gdy żyła wody mająca 40 cali kwadratowych prze-  
cięcia poprzecznego dostarcza 5 stóp kubicznych wody na sekundę i u-  
derza prostopadle na płaszczyznę, która ustępuje z prędkością 12 stóp,  
to siła uderzenia

$$P = \frac{(c-v)}{g} Q\gamma = \left( \frac{5 \cdot 144}{40} - 12 \right) \cdot 0,032 \cdot 5 \cdot 66 = 6 \cdot 0,032 \cdot 330$$

$= 63,36$  funt., a przeniesiona na płaszczyznę praca mechaniczna

$Pv = 63,36 \cdot 12 = 760,32$  stopofuntów. Największe działanie jest,

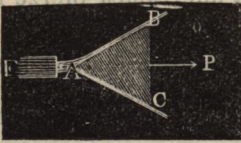
gdy  $v = \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5 \cdot 144}{40} = 9$  stóp, a mianowicie

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{2g} Q\gamma = \frac{1}{2} \cdot 18^2 \cdot 0,016 \cdot 5 \cdot 66 = 81 \cdot 0,16 \cdot 66$$

$= 855,36$  stopofuntów, odpowiednie uderzenie czyli hydrauliczne ci-

śnienie  $P = \frac{855,36}{9} = 95,04$  funt.

2) Gdy żyła  $FA$ , fig. 623, mająca 64 cale kwadr. przecięcia poprzecznego i 40 stóp prędkości, uderza o nieruchomy ostrokątek z kątem nachylenia  $BAC=100^\circ$ , to hydrauliczne ciśnienie w kierunku żyły



$$P = (1 - \cos. \alpha) \frac{c}{g} Q\gamma$$

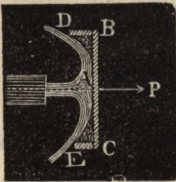
$$= (1 - \cos. 50^\circ) \cdot 40 \cdot 0,032 \cdot \frac{64}{144} \cdot 40 \cdot 66$$

$$= (1 - 0,64279) \cdot 1,28 \cdot \frac{3520}{3} = 0,35721 \cdot 1501,9 = 536,5 \text{ funt.}$$

§. 426. Jeżeli brzegi płaszczyzny uderzanej  $BE$ , Fig. 624, obłożymy listwami (Leisten бортаmu rebords) wyskakującymi na stronę w którą woda uderza, to woda podobnie jak przy powierzchni wklęsłej zbaczać będzie pod kątem rozwartym od pierwotnego swego kierunku, i przez to uderzenie wypada większe niż przy zwykłej równej płaszczyźnie. Działanie tego uderzenia zależy głównie od wysokości obłożenia i od stosunku przecięć poprzecznych żyły i obłożonej części.

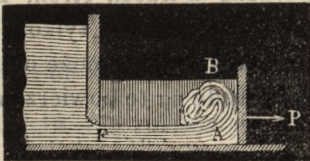
Uderzenie ograniczonej wody.

Fig. 624.



Przy doświadczeniu w którym żyła wody miała 1 cal grubości, obłożenie zaś walcowe 3 cale średnicy i  $3\frac{1}{2}$  linii wysokości, woda odpływała prawie zupełnie w przeciwnym kierunku, i uderzenie wynosiło  $3,93 \frac{c^2}{2g} F\gamma$ ;

Fig. 625.



w każdym innym razie była ta siła mniejszą. Z przyczyny tarcia wody o powierzchnię i obłożenie, nie można nigdy otrzymać największej wartości teoretycznej  $4 \frac{c^2}{2g} F\gamma$ .

Także przy uderzeniu ograniczonej wody  $FAB$ , Fig. 625,

Uderzenie  
ograniczonej  
wody.

ma miejsce obłożenie, obłożenie to jednak zajmuje tylko pewną część obwodu i rozciąga się zarazem na uderzaną powierzchnię i na żyłę wodną. Woda uderzająca bierze kierunek nieobłożonej części obwodu, więc i tu zbacza o kąt prosty, i z téj przyczyny znaleziony wyżej wzór dla oddzielnych żył  $P = \frac{(c-v)}{g} Q\gamma$  i tu służyć może; lecz także można go wyprowadzić następującym sposobem. Przyjmując, że przybywająca woda zamienia raptownie przez uderzenie o powierzchnię swoją prędkość  $c$  na prędkość  $v$  powierzchni, to można także przypuścić że tymże połączona jest strata pracy zużyta na rozdzielenie wody  $\frac{(c-v)^2}{2g} Q\gamma$  (podobnie jak w §. 372) Ponieważ zaś odpowiednia sile żywej wody przybywającej praca  $= \frac{c^2}{2g} Q\gamma$ , a wody odpływającej  $= \frac{v^2}{2g} Q\gamma$ , to wypada praca przeniesiona na powierzchnię:

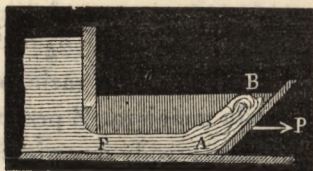
$$Pv = [c^2 - (c-v)^2 - v^2] \frac{1}{2g} Q\gamma = \frac{(c-v)v}{g} Q\gamma.$$

*Uwaga.* Wzór ten będzie używanym w dalszym ciągu w zastosowaniu przy teorii kół wodnych.

Uderzenie  
ukośne,

§. 427. Przy uderzeniu ukośnym płaszczyzny należy uważać czy woda tylko w jednym kierunku, czy też w dwóch lub we wszystkich

Fig. 626.



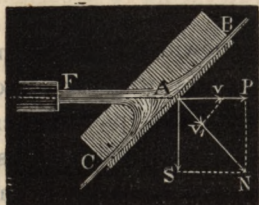
kierunkach na płaszczyźnie odpływa. Jeżeli jak przy uderzeniu ograniczonej wody powierzchnia  $AB$  jest obłożoną z trzech stron, Fig. 626, tak że woda tylko w jednym kierunku może odpływać, to mamy hydrauliczne ciśnienie wody na tę powierzchnię w kierunku żyły

$$P = (1 - \cos. \alpha) \frac{(c-v)}{g} Q\gamma. \text{ Jeżeli zaś uderzana płaszczyzna}$$

Uderzenie ukośne.

zna  $BC$  Fig. 627, jest tylko

Fig. 627.



z dwóch stron przeciwnych obłożoną, to żyła rozdziela się na dwie części nierówne, z których większa część  $Q_1$  ulega mniejszemu zбочeniu  $\alpha$ , a mniejsza większemu  $180^\circ - \alpha$ , jest więc całe uderzenie w kierunku żyły:

$$P = (1 - \text{dos. } \alpha) \cdot \frac{c-v}{g} \cdot Q_1 \gamma + (1 + \text{dos. } \alpha) \frac{c-v}{g} Q_2 \gamma$$

$$= \left( \frac{c-v}{g} \right) \gamma [(1 - \text{dos. } \alpha) Q_1 + (1 + \text{dos. } \alpha) Q_2].$$

Równowaga zaś obu części żyły wymaga, ażeby ciśnienia  $\frac{(c-v)}{g} \gamma (1 - \text{dos. } \alpha) Q_1$  i  $\frac{(c-v)}{g} \gamma (1 + \text{dos. } \alpha) Q_2$  były równe między sobą, jest więc ztąd  $(1 - \text{dos. } \alpha) Q_1 = (1 + \text{dos. } \alpha) Q_2$ , czyli ponieważ  $Q_1 + Q_2 = Q$ ,  $(1 - \text{dos. } \alpha) Q_1 = (1 + \text{dos. } \alpha) (Q - Q_1)$  czyli  $Q_1 = \left( \frac{1 + \text{dos. } \alpha}{2} \right) Q$  a  $Q_2 = \left( \frac{1 - \text{dos. } \alpha}{2} \right) Q$ , tak, że w końcu całe uderzenie w kierunku żyły wypada

$$P = \frac{(c-v)}{g} \gamma \cdot 2 (1 - \text{dos. } \alpha) \frac{(1 + \text{dos. } \alpha)}{2} Q = \frac{(c-v)}{g} \gamma (1 - \text{dos. } \alpha)^2 Q$$

to jest  $P = \frac{c-v}{g} \cdot \text{wst. } \alpha^2 \cdot Q \gamma$ .

Jeżeli działanie uderzenia  $L = Pv = \frac{(c-v)}{g} v \text{wst. } \alpha^2 Q \gamma$  podzielimy przez prędkość  $Av_1 = v_1 = v \text{wst. } \alpha^2$  z jaką płaszczyna ustępuje w kierunku pionowym, otrzymujemy uderzenie normalne

$$N = \frac{(c-v) v \text{wst. } \alpha^2}{g v \text{wst. } \alpha} \cdot Q \gamma = \frac{c-v}{g} \text{wst. } \alpha \cdot Q \gamma.$$

a to składa się prócz z poznanego wyżej poziomego uderzenia  $P = N \text{wst. } \alpha = \frac{(c-v)}{g} \text{wst. } \alpha^2 \cdot Q \gamma$ , jeszcze i z uderzenia bocznego

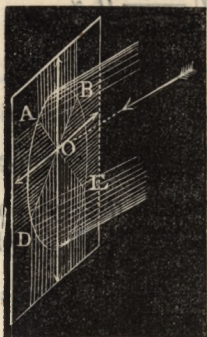
$$S = N \text{dos. } \alpha = \frac{(c-v)}{g} \text{wst. } \alpha \text{dos. } \alpha \cdot Q \gamma = \frac{(c-v)}{2g} \text{wst. } 2\alpha \cdot Q \gamma.$$

Uderzenie  
ukośne,

Uderzenie przeto normalne wzrasta w stosunku wstawy; uderzenie poziome w stosunku kwadratu z wstawy kąta wpadania; a uderzenie boczne w stosunku wstawy tegoż kąta dwa razy wziętego.

Nakoniec jeżeli ukośnie uderzana powierzchnia nie ma żadnego obłożenia, tak że woda może się we wszystkich kierunkach na niej rozszerzać, to uderzenie wypada jeszcze większym, ponieważ z pomiędzy wszystkich kątów o jakie zbaczają promienie wody, kąt  $\alpha$  jest najmniejszym, i dla tego każdy promień nie poruszający się na płaszczyźnie normalnej wywiera większe ciśnienie, niż promień na téjże płaszczyźnie. Przyjmując że część  $Q_1$  odpowiadająca wycinkom  $AOB$  i  $DOE$  Fig. 628, zbacza o kąty  $\alpha$  i  $180^\circ - \alpha$ , a druga  $Q_2$  wycinkom  $AOD$  i  $BOE$  o  $90^\circ$ , i że obie części wywierają jednakowe uderzenia równoległe

Fig. 628.



$$P = \frac{c-v}{g} Q_1 \gamma \text{ wst. } \alpha^2 + \frac{c-v}{g} Q_2 \gamma; \quad Q_1 \text{ wst. } \alpha^2 = Q_2 \text{ i } Q_1 + Q_2 = Q,$$

wypadażtąd  $Q_1 (1 + \text{wst. } \alpha^2) = Q$ , i całe uderzenie równoległe

$$P = \left( \frac{c-v}{g} \right) \frac{2 Q \gamma \text{ wst. } \alpha^2}{1 + \text{wst. } \alpha^2} = \frac{2 \text{ wst. } \alpha^2}{1 + \text{wst. } \alpha^2} \cdot \frac{c-v}{g} \cdot Q \gamma.$$

Chociaż to założenie jest dokładnym tylko w przybliżeniu, to jednak wzór ten dosyć się zgadza z najnowszemi postrzeżeniami Bid'ona.

Działania nieograniczonych płynów.

§ 428. Jeżeli jakie ciało porusza się postępowo w cieczy nieograniczonej, lub gdy pewne ciało wprowadzonym zostanie w ciecz poruszającą się, to takowe doznaje ciśnienia zależnego od wielkości i kształtu tegoż ciała, jako też od gęstości płynu i prędkości jednej lub drugiej masy, a to ciśnienie nazywamy w pierwszym razie oporem, a w drugim uderzeniem cieczy. To ciśnienie hydrauliczne

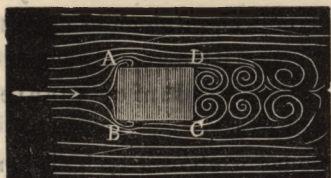
czne wynika szczególnie z bezwładności wody, której stan ruchu zmienia się w skutek napotkania ciała stałego, i tak-  
Działania nie-  
ograniczonych  
płynów.

Fig. 629.



Jeżeli ciało *AC*, Fig. 629, porusza się na stojącej wodzie, to popycha przed sobą z podniesionem ciśnieniem pewną masę wody.

Fig. 630.



Gdy ta masa wody przy dalszym posuwaniu ciała coraz bardziej wzrasta z jednej strony, to z drugiej ma miejsce ciągły odpływ, gdy tymczasem cząstki leżące blisko przy przedniej powierzchni *AB*, nabywają ruchu w kierunku tejże powierzchni. Jeżeli woda będąca w ruchu, napotyka ciało w spoczynku *AC*, Fig. 630, to rodzi się także przed témże podwyższone ciśnienia i sprawia że cząstki wody przed ciałem zbacniają ze swego pierwotnego kierunku i poruszają się po powierzchni przedniej *AB*. Gdy cząstki te osiągną granic przedniej powierzchni zwracają się i biegną po bocznych powierzchniach dotąd, aż osiągną tylną powierzchnię, gdzie znowu nie zaraz się łączą z sobą, lecz naprzód przyjmują ruch wirowy. Widzimy ztąd, że okoliczności zachodzące przy ruchu cząstek wody otaczających ciało, są przy uderzeniu wody zostającej w ruchu też same jak przy oporze, jak i stawia ciało poruszające się w wodzie; tylko w ruchach wirowych zachodzi ta różnica, że przy krótkich ciałach wi-ry w ostatnim razie zajmują mniejszą przestrzeń, niż w pierwszym. Prędkość cząstek wody w obu razach wzrasta od środka przedniej powierzchni aż do jej granic. Na początku

bocznych powierzchni, gdzie zwykle ma jeszcze miejsce ciśnienie, jest największą, następnie posuwając się przy bocznych powierzchniach coraz się zmniejsza, i jest najmniejszą gdy woda dochodzi do tylnej powierzchni i przechodzi w ruch wirowy.

Teoria uderzenia i oporu.

§. 429. Ciśnienie normalne wody jest różnym na rozmaitych punktach jednego ciała. W środku przedniej powierzchni tegoż jest największym, a na środku powierzchni tylnej i potem na początku powierzchni bocznych najmniejszym, gdyż tam więcej jest przyływu, a tu więcej odpływu wody. Jeżeli ciało, jak to w dalszym ciągu przyjmujemy, jest symetrycznym względem kierunku ruchu, to ciśnienia prostopadłe do tego kierunku znoszą się, i tylko należy uważać ciśnienia w kierunku ruchu. Ponieważ zaś ciśnienia na tylną powierzchnię ciała, są wprost przeciwne ciśnieniom na przednią powierzchnię, można więc w wypadkowe uderzenie, czyli opór wody, uczynić równym różnicy ciśnień na przednią i tylną powierzchnię.

Chociaż nie możemy z góry podać wielkości tych ciśnień, to jednak z przyczyny wielkiego podobieństwa okoliczności zachodzących przy uderzeniu oddzielnych żył wody, można przyjąć, że przynajmniej prawo uderzenia ograniczonej wody nie różni się od prawa uderzenia oddzielnych żył. Jeżeli więc  $F$  jest powierzchnią powierzchni uderzanej z prędkością  $v$  nieograniczoną cieczą, której gęstością jest  $\gamma$ , można położyć odpowiednie uderzenia czyli ciśnienie hydrauliczne  $P = \zeta \frac{v^2}{2g} F \gamma$ , gdzie  $\zeta$  oznacza liczbę z doświadczenia zależną od kształtu powierzchni. Wyrażenie to, można zastosować nie tylko do przedniej, ale i do tylnej powierzchni, lecz w tym razie, ponieważ tu cząstki wody usiłują się oddalić, jest ono odjemnym. Jeżeli więc  $Fh\gamma$  jest ciśnieniem hydrostatycznym (§. 299) na przednią i tylną powierzchnię ciała, to wypada całkowite ciśnienie na powierzchnię przednią:

$$P_1 = Fh\gamma + \zeta_1 \cdot \frac{v^2}{2g} F \gamma, \text{ a na tylną: } P_2 = Fh\gamma - \zeta_2 \cdot \frac{v^2}{2g} F \gamma, \text{ wypadko-}$$



we zaś uderzenie czyli opór wody:

$$P = P_1 - P_2 = (\zeta_1 + \zeta_2) \cdot \frac{v^2}{2g} F\gamma = \zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma, \text{ gdy uczynimy } \zeta_1 + \zeta_2 = \zeta.$$

Teorya uderzenia i oporu.

Ten ogólny wzór na uderzenie nieograniczonej masy wody, ma także zastosowanie przy uderzeniu wiatru i przy oporze powietrza. Jednak zachodzi tu prócz różnicy ciśnień aerodynamicznych na przednią i tylną powierzchnię, także i różnica ciśnień aerostatycznych, gdyż powietrze przed przednią powierzchnią, przy większej prędkości, ma także większą gęstość niż przy tylnej. Dla tego też mianowicie przy wielkich prędkościach, jak np. przy pociskach, wypadają współczynniki oporu powietrza większe jak wody.

*Uwaga.* Przy uderzaniu i oporze nieograniczonych mass powietrza i wody, właściwem zjawiskiem jest zawieszenie się na ciele pewnej masy wody lub powietrza, którego to zjawiska wpływ najlepiej ocenić można przy ruchu niejednostajnym ciał, np. przy biegu wahadła. W kuli massa zawieszającej się na poruszonym ciele wody lub powietrza wynosi 0,6 objętości kuli. W ciele graniastosłupowem poruszaniem w kierunku osi, stosunek tychże objętości  $= 0,13 + 0,705 \frac{\sqrt{F}}{l}$ , gdzie  $l$  długość, a  $F$  przecięcie poprzeczne ciała oznacza. Stosunki te jeszcze przez Du Buata oznaczone, stwierdzili najnowszemi doświadczeniami Bessel Sabine i Bailly.

§. 430. Współczynnik oporu  $\zeta$ , czyli liczba przez jaką należy mnożyć wysokość prędkości  $\frac{v^2}{2g}$ , ażeby otrzymać wysokość słupa wody, mierzącego hydrauliczne ciśnienie, jest przy ciałach rozmaitego kształtu bardzo różny, i tylko dla płat, stojących prostopadle względem kierunku ruchu, ma prawie oznaczoną wielkość. Podług doświadczeń Du Buata i Thibaulta, przy uderzeniu powietrza lub wody na zostającą w spoczynku płaszczyznę można położyć  $\zeta = 1,86$  dla oporu zaś powietrza i wody jaki stawiają poruszającą się płaszczyznę, można przyjąć, lecz z mniejszą pewnością  $\zeta = 1,25$ . W obu razach przechodzi na przednią powierzchnię, prawie

Uderzenie i opór względem powierzchni.

Uderzenie i opór  
względem po-  
wierzchni.

$\frac{2}{3}$  a na tylną  $\frac{1}{3}$  całego działania. Opór jaki powietrze stawia powierzchni obiegającej koło, podali bardzo różnie, Borda, Hutton i Thibault, można go jednak oznaczyć średnio przez  $\zeta = 1,5$ . Jeżeli powierzchnia nie jest prostopadłą do kierunku ruchu, lecz tworzy z nim kąt ostry  $\alpha$ , to można z dostateczną dokładnością, jak Duchemin podaje, zamiast  $\zeta$  położyć  $\frac{2 \zeta \text{wst. } \alpha^2}{1 + \text{wst. } \alpha^2}$

Uderzenie i opór nieograniczonych środków (wody i powietrza) zwiększają się gdy powierzchnię wydrążamy lub zaopatrzmy wystającymi brzegami, w tych jednak przypadkach nie doszło się jeszcze do ogólnych wypadków.

*Przykład.* Jeżeli wiatr z 20 stopami prędkości uderza w osadzone stale koło powietrzne, składające się z 4 skrzydeł, z których każde ma 200 stóp kw. powierzchni i pochylone jest  $75^\circ$  względem kierunku wiatru, to siła uderzenia wiatru w kierunku ruchu wiatru lub osi koła:

$$P = 1,85 \cdot \frac{2 (\text{wst. } 75^\circ)^2}{1 + (\text{wst. } 75^\circ)^2} \cdot \frac{20^2}{2g} \cdot 4 \cdot 200 \cdot 0,086$$

$$= 1,85 \cdot 0,965 \cdot 6,4 \cdot 800 \cdot 0,086 = 786 \text{ funt.}, \text{ przyjmując podług } \S 333 \text{ gęstość powietrza} = 0,086 \text{ funtów.}$$

*Uwaga.* Całkiem odmienne postrzeżenia we względzie uderzenia i oporu płynów nieograniczonych, podane zostały w powołaném wyżej dziele Duchemina. Utrzymuje on np., że uderzenie i opór wzglę-

dem przedniej powierzchni cienkiej platy wynosi  $2 \cdot \frac{v^2}{2g} F\gamma$ , a dla tylnej powierzchni nie jest odjemnym, lecz przy uderzeniu  $= 0,136 \frac{v^2}{2g} F\gamma$  a przy oporze  $= 0,746 \frac{v^2}{2g} F\gamma$ . Byłoby za obszernym wykladać tu powody dla których autor nie zgadza się we wszystkiem z postrzeżeniami Duchemina, lecz wiele w tym względzie znaleźć możemy w dziele Ponceleta, Introduction à la mécanique industrielle, drugie wydanie 1841. roku.

§. 431. Uderzenie i opór wody względem ciał graniastosłupowych, których osi przypada razem z kierunkiem ru-

Uderzenie i opór  
względem ciał.

chu zmniejsza się gdy się długość ciała powiększa. Podług doświadczeń Du Buata i Duchemina uderzenie na przednią powierzchnię jest niezmienném i zmienia się tylko działanie na tylną część ciała. Tamtemu odpowiada współczynnik  $\zeta_1 = 1,186$  dla całkowitego działania jest przy stosunkowych długościach  $\frac{l}{\sqrt{F}} = 0, 1, 2, 3,$

Uderzenie i opór  
względem ciała.

$$\zeta = 1,86; 1,47; 1,35. 133.$$

Przy jeszcze większym stosunku długości  $l$  do średniej szerokości  $\sqrt{F}$  ciała,  $\zeta$  w skutek tarcia wody znowu zaczyna wzrastać. Przy oporze wody zachodzą przeciwne okoliczności, tu podług Du Buata dla działania na przednią powierzchnię stale  $\zeta_1 = 1$ , na całkowite zaś ciśnienie, gdy

$$\frac{l}{\sqrt{F}} = 0, 1, 2, 3,$$

$\zeta = 1,25; 1,28; 1,31, 1,33$ , tak że dla graniastoslupa, którego długość jest 3 razy większą niż szerokość, uderzenie i opór wody wypadają równe między sobą.

Doświadczenia robione przez Borde, Huttona, Vince, Désaguiliers Newtona i autora, z oporem ciał kończących i okrągłych przedstawiają jeszcze wiele niepewności. Co do kul, zdaje się że współczynnik oporu tychże, przy ruchu w powietrzu i wodzie, przy miernych prędkościach, można położyć  $= 0,6$ . Przy większej prędkości i przy ruchu w powietrzu, podług Robina i Huttona; należy położyć przy prędkościach:

$v = 1, 5, 25, 100, 200, 300, 400, 500, 600$ , metrów,  
 $\zeta = 0,59; 0,63; 0,67, 0,71; 0,77; 0,88; 0,99; 1,04; 1,01$ ,  
 Duchemin i Piobert podali oddzielne wzory na wzrost tego współczynnika oporu.

Dla uderzenia wody o kulę znalazł Eytelwein  $\zeta = 0,7886$ .

*Uwaga.* Bardzo szczegółowy wykład tego podaje Poncelet w wyżej powołaném dziele: Introduction à la mécanique etc. także Duchemin i Thibault w dziele: Recherches expérimentales etc.

Uderzenie i opór  
względem ciał.

Opór przeciw ciałom płynącym, mianowicie okrętom, jako też uderzenie wiatru o koła, wyłożone zostanie w drugiej części.

*Przykład.* Jeżeli podług B o r d y opór i uderzenie pionowe względem osi walca przyjmiemy  $= \frac{1}{2}$  oporu i uderzenia przeciw graniastosłupowi, mającemu z nim jednakowe wymiary, to otrzymamy dla oporu  $\zeta = \frac{1}{2} \cdot 1,28 = 0,64$ , a dla uderzenia  $\zeta = \frac{1}{2} \cdot 1,47 = 0,735$ , stosując znalezione wartości do ciała ludzkiego, którego przecięcie poprzeczne około 7 stóp kw. wynosi, otrzymujemy opór i uderzenie powietrza na takowe

$$P = 0,64 \cdot 0,016 \cdot 7 \cdot 0,086 v^2 = 0,00616 v^2, \text{ i}$$

$P = 0,735 \cdot 0,016 \cdot 7 \cdot 0,086 v^2 = 0,00708 v^2$ . Przy prędkości przeto 5 stóp jest opór powietrza  $= 0,0616 \cdot 25 = 0,154$  funtów; i odpowiednia praca na sekundę  $= 5 \cdot 0,154 = 0,77$  stopofuntów; przy prędkości 10 stóp, jest ten opór już 4 razy, a praca 8 razy większą; a przy prędkości 15 stóp opór powiększa się 9, a praca 27 razy. Jeżeli człowiek porusza się z prędkością 5 stóp pod wiatr mający 50 stóp prędkości, to ma do przewyciężenia opór, odpowiadający względnej prędkości  $50 + 5 = 55$  stóp, to jest  $0,00708 \cdot 55^2 = 21,42$  funtów i przytém musi wykonać nadzwyczajną pracę  $21,42 \cdot 5 = 107,1$  stopofuntów.

Ruch w środkach  
stawiających opór

§. 432. Prawa ruchu ciała w środkach stawiających opór nie są bardzo proste, z przyczyny że mamy tu do czynienia z siłą zmienną, to jest z siłą wzrastającą w stosunku kwadratów z prędkości. Z siły  $P_1$  poruszającej ciało i z oporu  $P_2 = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot F_\gamma$  jaki środek stawia ruchowi, wypadła siła poruszająca  $P = P_1 - P_2 = P_1 - \zeta \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot F_\gamma$ , ponieważ zaś masa ciała  $M = \frac{G}{g}$ , to wypadła przyspieszenie tegoż:

$$p = \frac{P}{M} = \left( P_1 - \zeta \frac{v^2}{2g} \cdot F_\gamma \right) : M = \left( \frac{P_1 - \zeta \frac{v^2}{2g} \cdot F_\gamma}{G} \right) \cdot g,$$

czyli oznaczając  $\frac{F_\gamma}{2gP_1}$  przez  $\frac{1}{w^2}$ , czyli kładąc  $\sqrt{\frac{2gP_1}{F_\gamma}} = w$ ,

Ruch w środkach  
stawiających  
opor

$p = \left[ 1 - \zeta \left( \frac{v}{w} \right)^2 \right] \frac{P_1}{G} g$ . Że zaś prędkość  $v$  przy przyspieszeniu  $p$ , wzrasta w ciągu nieskończenie małej cząstki czasu  $\tau$  o  $x = p\tau$ , to można położyć:

$$x = \left[ 1 - \zeta \left( \frac{v}{w} \right)^2 \right] \frac{P_1}{G} g \tau, \text{ i odwrotnie}$$

$$\tau = \frac{G}{P_1} \cdot \frac{x}{g \left[ 1 - \zeta \left( \frac{v}{w} \right)^2 \right]}$$

Ażeby więc oznaczyć czas odpowiedni danej zmianie prędkości, podzielmy różnicę  $v_n - v_0$  pomiędzy prędkością końcową i początkową na  $n$  części i uczynmy jedną taką część to jest  $\frac{v_n - v_0}{n} = x$ , następnie obliczmy prędkości  $v_1 = v_0 + x$ ,  $v_2 = v_0 + 2x$ ,  $v_3 = v_0 + 3x$  i t. d., i wprowadźmy te wartości we wzór Simpsona. Tym sposobem otrzymamy szukany czas przyjąwszy 4 części.

$$1) t = \frac{G}{P_1} \cdot \frac{v_n - v_0}{12g} \left( \frac{1}{1 - \zeta \left( \frac{v_0}{w} \right)^2} + \frac{4}{1 - \zeta \left( \frac{v_1}{w} \right)^2} + \frac{2}{1 - \zeta \left( \frac{v_2}{w} \right)^2} + \frac{4}{1 - \zeta \left( \frac{v_3}{w} \right)^2} + \frac{1}{1 - \zeta \left( \frac{v_4}{w} \right)^2} \right)$$

Następnie cząstka drogi przebieżona w ciągu cząstki czasu

$\tau$  (§. 19)  $\sigma = v\tau$ , czyli ponieważ  $\tau = \frac{x}{p}$ ,  $\sigma = \frac{vx}{p}$ , w tym więc

przypadku  $\sigma = \frac{vx}{1 - \zeta \left( \frac{v}{w} \right)^2} \cdot \frac{G}{P_1 g}$ . Stosując więc prawo

Simpsona, znajdziemy drogę, jaka zostaje przebieżoną w ciągu czasu w którym prędkość  $v_0$  przechodzi na  $v_n$

$$2) s = \frac{G}{P_1} \cdot \frac{v_n - v_0}{12g} \left( \frac{v_0}{1 - \zeta \left( \frac{v_0}{w} \right)^2} + \frac{4v_1}{1 - \zeta \left( \frac{v_1}{w} \right)^2} + \frac{2v_2}{1 - \zeta \left( \frac{v_2}{w} \right)^2} + \frac{4v_3}{1 - \zeta \left( \frac{v_3}{w} \right)^2} + \frac{v_4}{1 - \zeta \left( \frac{v_4}{w} \right)^2} \right)$$

Ruch w środkach  
stawiających  
opór.

Rozumie się samo przez się, że dokładność będzie większą jeżeli przyjmiemy 6, 8 albo jeszcze więcej podziałów. Zrezygnując wzór ten pozwala nawet zwracać uwagę na zmienność współczynników oporu, co przy znacznych prędkościach jest potrzebnem. Przy wolnym spadaniu ciał w powietrzu lub wodzie jest  $P_1 = G$ , a przy ruchu na płaszczyźnie poziomej  $P_1 = 0$ , albo lepiej = tarcia  $fG$ . Ponieważ tarcie jest oporem, to należy go wprowadzić w rachunek jako ujemne i położyć  $P = -(P_1 + P_2)$  a  $p = - \left[ 1 + \zeta \left( \frac{v}{w} \right)^2 \right] \frac{P_1}{G} g$ . Następnie ponieważ tu już nie może być mowy o powiększaniu, ale o zmniejszaniu się prędkości, to należy we wzór podany wyżej, zamiast  $v_n - v_0$  położyć  $v_0 - v_n$ .

W przypadku, gdy ciało pewną siłą np. swoim ciężarem jest popychanem, ruch zbliża się coraz bardziej do jednostajnego, tak że w pewnym czasie może już być uważanym za takowy, chociaż rzeczywiście nim nigdy nie jest. Przyspieszenie  $p$ , wypada = 0, gdy  $\zeta \frac{v^2}{2g} F \gamma = P_1$ , gdy więc

$$v = \sqrt{\frac{2gP_1}{\zeta F \gamma}} = \frac{w}{\sqrt{\zeta}}$$
Prędkość przeto spadającego ciała przybliży się coraz bardziej do tej wielkości, nie dosięgając jej nigdy zupełnie.

*Przykład.* Piobert, Morin i Didion znaleźli dla spadochronu którego głębokość wynosiła 0,31 średnicy otworu, współczynnik oporu  $\zeta = 1,94 \cdot 1,37 = 2,66$ . Z jakiej wysokości będzie mógł spuścić się człowiek 150 funtów ważący, zaopatrzony w podobny spadochron, mający 10 funtów wagi i 60 stóp kw. przecięcia poprzecznego, nie nabywając większej prędkości nad tę, jakiejby nabył skoczywszy bez spadochronu z wysokości 10 stóp? Końcowa prędkość jest  $v = 7,906 \sqrt{10} = 25$  stóp, siła jest  $P_1 = G = 150 + 10 = 160$  funtów, powierzchnia  $F = 60$  stóp kw., gęstość  $\gamma = 0,0859$  i współczynnik oporu  $\zeta = 2,66$ , ztąd  $\frac{1}{w^2} = \frac{60 \cdot 0,0859}{62,5 \cdot 160} = 0,000515$  i

$$\zeta \frac{v^2}{w^2} = 2,66 \cdot 0,000515 \cdot 25^2 = 0,85625. \text{ Przyjawszy więc } 6 \text{ Ruch w środkach stawiających cpo.}$$

przedziałów, otrzymamy następujące wartości na

$$1 - \zeta \frac{v^2}{w^2} = 0,97621; 0,90486; 0,78593; 0,61944; 0,40537; 0,14375,$$

$$\text{i dla } \frac{v}{1 - \zeta \frac{v^2}{w^2}} = 0; 4,268; 9,210; 15,905; 26,910; 51,393 \text{ i } 173,913$$

a ztąd podług prawa Simpsona średnią wartość

$$= (1 \cdot 0 + 4 \cdot 4,268 + 2 \cdot 9,210 + 4 \cdot 15,905 + 2 \cdot 26,910 + 4 \cdot 51,393 + 2 \cdot 173,913) : (6 \cdot 3) = \frac{532,42}{18} = 29,58; \text{ i z tego szukaną prze-}$$

$$\text{strzeń spadku } s \frac{v_n - v_0}{g} \text{ mnożone przez średnią wartość } \frac{v}{1 - \zeta \frac{v^2}{w^2}}$$

$$= \frac{25 - 0}{31,25} \cdot 29,25 = 23,6 \text{ stóp. Odpowiedni czas spadania jest, po-}$$

$$\text{nieważ średnia wartość } \frac{1}{1 - \zeta \frac{v^2}{w^2}}$$

$$= (1 \cdot 0 + 4 \cdot 1,024 + 2 \cdot 1,105 + 4 \cdot 1,272 + 2 \cdot 1,614 + 4 \cdot 2,467 + 1 \cdot 6,957) : 18 = 1,747, t = \frac{25}{31,25} \cdot 1,747 = 1,4 \text{ sekund.}$$

*Uwaga.* Dla stałego współczynnika oporu wypada za pomocą wyższego rachunku

$$v = \left( \frac{e^{\mu t} - 1}{e^{\mu t} + 1} \right) \sqrt{2g \cdot \frac{P}{\zeta F \gamma}} \text{ i } s = \frac{G}{\zeta F \gamma} \text{Ln.} \left( \frac{e^{\mu t} + 1}{4e^{\mu t}} \right)$$

gdzie  $\mu = \sqrt{2g \cdot \zeta \frac{PF \gamma}{G^2}}$ ,  $e$  oznacza zasadę logarytmów naturalnych,

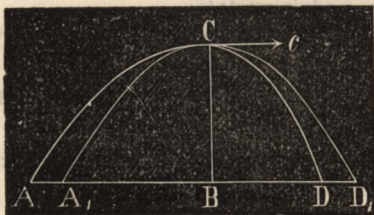
a  $\text{Ln}$  logarytm naturalny.

§. 433. Poznaliśmy już wyżej ruch ciała rzuconego Ciała rzucone, w próżni, i znaleźliśmy w §. 38. że tenże odpowiada parabolii. Teraz możemy się zastanowić bliżej nad ruchem ciała

Ciała rzucone: wyrzuconego w środku stawiającym opór, np. ciała wyrzuconego w powietrze.

W każdym razie droga  $ACD$ , fig. 631, ciała przeryniającego powietrze nie jest parabolą  $A_1CD_1$ , jak to ma miejsce w próżni, lecz krzywą niesymetryczną z ramieniem słabiej podnoszącym się do góry, a raptowniej zniżającym się na dół.

Fig. 631.

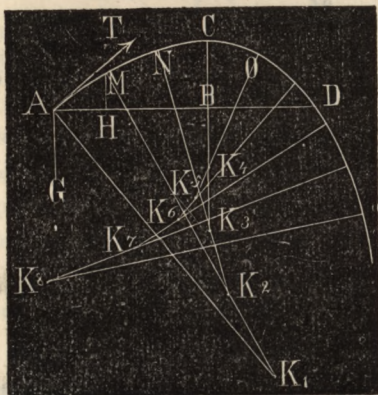


Jeżeli  $c$  jest prędkością w wierzchołku  $C$ , a  $t$  czasem potrzebnym do przebieżenia w próżni łuków paraboli  $AC$  i  $DC$ , to mamy współrzędne  $BC = x = \frac{g t^2}{g}$  i  $BA_1 = BD_1 = y = ct$ ,

czyli kładąc wartość na  $t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$  z pierwszego wzoru

w drugi  $y = c \sqrt{\frac{2x}{g}}$ .

Fig. 632.



Ponieważ skutkiem oporu powietrza zmniejsza się prędkość  $c$ , to średnia wartość poziomej prędkości ramienia  $AC$  podnoszącego się do góry jest większą, a spuszczonego się na dół mniejszą od  $c$ , a ztąd i odcięta  $BA$  pierwszego ramienia jest większą i odcięta  $BD$  drugiego ramienia

mniejszą niż odcięta  $BA_1$  i  $BD_1$  paraboli.

Wykreslenie linii rzutu czyli drogi  $ACB$  ciała wyrzu-



conego w środku stawiającym opór, jak np. w powietrzu, Ciała rzucone. można skutecznie następującym sposobem za pomocą promienia krzywości.

Z prędkości początkowej  $v$  i kąta wyniesienia  $TAB = \alpha$  wypada podług §. 40 promień krzywości  $AK_1 = MK_1$  pierwszej części łuku  $AM$ .

$$r = \frac{v^2}{g \text{ wst } TAG} = \frac{v^2}{g \text{ wst. } (90^\circ + \alpha)} = \frac{v^2}{g \text{ dos } \alpha}$$

Czyniąc kąt środkowy  $AK_1M$  pierwszej części łuku  $= \varphi_1$ , i kładąc prędkość w  $M$ ,  $= v_1$ , to mamy kąt wyniesienia w punkcie  $M$ :  $\alpha_1 = \alpha - \varphi_1$ , a ztąd promień krzywości  $MK_2 = NK_2$  dla następnej części łuku  $MN$ :

$$r_1 = \frac{v_1^2}{g \text{ dos. } \alpha_1} = \frac{v_1^2}{g \text{ dos. } (\alpha - \varphi_1)}$$

Oporowi powietrza  $\zeta \frac{v^2}{2g} F\gamma$  odpowiada opóźnienie

$$p = \zeta \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \frac{F\gamma}{G} = \zeta \cdot \frac{F\gamma}{2G} v^2 = \mu n^2, \text{ gdy } \text{położymy } \mu = \zeta \frac{F\gamma}{2G};$$

jeżeli więc  $h$  jest rzutem pionowym  $MH$  części krzywój  $AM = \varphi r_1$ , to na mocy prawa sił żywych możemy położyć

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{v^2}{2} - \mu v^2 \cdot \varphi_1 r - gh.$$

Mamy zaś w przybliżeniu  $h = \varphi_1 r \text{ wst. } \alpha$  ztąd więc  $v_1^2 = v^2 - (\mu v^2 + g \text{ wst. } \alpha) 2\varphi_1 r$ ; czyli kładąc  $v^2 = gr \text{ dos. } \alpha$   $v_1^2 = gr [\text{dos. } \alpha - 2\varphi_1 (\mu r \text{ dos. } \alpha + \text{wst. } \alpha)]$ , a ztąd

$$r_1 = r \frac{[\text{dos. } \alpha - 2\varphi_1 (\mu r \text{ dos. } \alpha + \text{wst. } \alpha)]}{\text{dos. } (\alpha - \varphi_1)}$$

Ponieważ  $\varphi_1$  jest małym w porównaniu z  $\alpha$ , to można  $\text{dos. } (\alpha - \varphi_1)$  położyć  $= \text{dos. } \alpha \text{ dos. } \varphi_1 + \text{wst. } \alpha \text{ wst. } \varphi_1$

$$= \text{dos. } \alpha + \varphi_1 \text{ wst. } \alpha \text{ i } \frac{1}{\text{dos. } (\alpha - \varphi_1)} = \frac{1}{\text{dos. } \alpha (1 + \varphi_1 \text{ sty. } \alpha)}$$

$$= \frac{1 - \varphi_1 \text{ sty. } \alpha}{\text{dos. } \alpha} \text{ ztąd w przybliżeniu otrzymamy:}$$

Ciała rzucone. 
$$r_1 = \frac{r^2}{\text{dos. } a} (1 - \varphi_1 \text{ sty. } \alpha) [\text{dos. } \alpha - 2\varphi_1 (\mu r \text{ dos. } \alpha + \text{wst. } \alpha)]$$

$$= r (1 - \varphi_1 \text{ sty. } \alpha) [1 - 2\varphi_1 (\mu r + \text{sty. } \alpha)]$$

$$= r [1 - \varphi_1 (3 \text{ sty. } \alpha + \mu r)]$$

Za pomocą tego wzoru można z jednego promienia krzywosci znaleźć następny, a tém samym z wiadomego pierwszego promienia krzywosci obrachować wszystkie po sobie idące. Jeżeli  $\varphi_2$  jest kątem środkowym  $NK_3C$  następnej części krzywój  $NC$ , a  $\alpha_2 = \alpha_1 - \varphi_2 = \alpha - (\varphi_1 + \varphi_2)$  kątem wyniesienia  $N$ , to mamy np. promień krzywosci

$$NK_3 = CK_3 = r_2 = r_1 [1 - \varphi_2 (3 \text{ sty. } \alpha_1 + \mu r_1)] \text{ i t. d.}$$

*Przykład.* Mamy oznaczyć w przybliżeniu za pomocą promieni krzywosci drogę wystrzelonej pod kątem wyniesienia  $\alpha = 25^\circ$  z prędkością  $v = 1000$  stóp pełnej kuli żelaznej, mającej 4 cale średnicy. Dla pierwszej części krzywój mamy promień krzywosci

$$r = \frac{v^2}{g \text{ dos. } \alpha} = \frac{1000^2}{31,25 \text{ dos. } 25^\circ} = \frac{32000}{\text{dos. } 25^\circ} = 35308 \text{ stóp.}$$

Ponieważ gęstość powietrza = 0,0859, a żelaza lanego 470 funtów, wynosi, to mamy  $\mu = \frac{F\gamma}{2G} \cdot \zeta = \frac{3}{4} \cdot 3 \cdot \frac{0,0859}{470} \cdot \zeta = 0,00041122 \zeta$  a ztąd dla  $v = 1000$  stóp, gdzie  $\zeta = 0,90$  jest  $\mu = 0,9 \cdot 0,00041122 = 0,0003701$ .

Biorąc więc pierwszy łuk  $\varphi_1$  tylko 1 stopień = 0,017453, otrzymujemy następny promień krzywosci

$$r_1 = r [1 - \varphi_1 (3 \text{ sty. } \alpha + \mu r)]$$

$$= 35308 [1 - 0,017453 (3 \text{ sty. } 25^\circ + 0,0003701 \cdot 35308)]$$

$$= 35308 (1 - 0,017453 \cdot 14,4664) = 35308 \cdot 0,74752 = 26393 \text{ stóp.}$$

Temu promieniowi odpowiada prawie prędkość

$$v_1 = \sqrt{gr_1 \text{ dos. } \alpha_1} = \sqrt{31,25 \cdot 26393 \text{ dos. } 24^\circ} = 870 \text{ stóp} = 273 \text{ metrów}$$

i podług tego jest  $\zeta = 0,85$ , więc należy wziąć

$\mu = 0,00041122 \cdot 0,85 = 0,00034954$ . Zakreśliwszy tym promieniem łuk  $\varphi_2$  o  $2^\circ = 0,034907$  otrzymujemy następny promień krzywosci

$$r_2 = r_1 [1 - \varphi_2 (3 \text{ sty. } \alpha_1 + \mu r_1)]$$

$$= 26393 [1 - 0,034907 (3 \text{ sty. } 24^\circ + 0,00034954 \cdot 26393)]$$

$= 26393 (1 - 0,034907 \cdot 10,5613) = 26393 \cdot 0,63162 = 16670$  stóp. Ciała rzucone.

Temu promieniowi odpowiada prędkość

$$v_2 = \sqrt{gr_2 \text{ dos } \alpha_2} = \sqrt{31,25 \cdot 16670 \text{ dos. } 22^\circ} = 700 \text{ stóp} = 220$$

met., podług tego więc  $\zeta = 0,79$  a  $\mu = 0,79 \cdot 0,00041122$

$= 0,00032486$ . Biorąc kąt środkowy  $\varphi_3 = 4^\circ = 0,069813$  otrzymamy następną promień krzywości

$$r_3 = 16670 [1 - 0,069813 (\text{sty. } 22^\circ + 0,00032486 \cdot 16670)] \\ = 16670 (1 - 0,069813 \cdot 6,6276) = 16670 \cdot 0,537307 = 8957 \text{ stóp.}$$

Odpowiednia prędkość jest prawie

$$v_3 = \sqrt{31,25 \cdot 8957 \cdot \text{dos. } 18^\circ} = 500 \text{ stóp} = 157 \text{ metrów, ztąd}$$

wypada  $\zeta = 0,74$  a  $\mu = 0,74 \cdot 0,00041122 = 0,00030430$ . Bio-

racząc teraz  $\varphi_4 = 7^\circ = 0,12217$  otrzymujemy następnie

$$r_4 = 8957 [1 - 0,12217 (3 \text{ sty. } 18^\circ + 0,0003043 \cdot 8957)] \\ = 8957 (1 - 0,12217 \cdot 3,7004) = 8957 \cdot 0,54792 = 4908 \text{ stóp.}$$

Dla tego promienia jest prędkość

$$v_4 = \sqrt{31,25 \cdot 4908 \cdot \text{dos. } 11^\circ} = 390 \text{ stóp} = 120 \text{ metrów, ztąd}$$

$\zeta = 0,72$  a  $\mu = 0,72 \cdot 0,00041122 = 0,00029608$ . Biorąc nastę-

pnie  $\varphi_5 = 11^\circ = 0,19199$  otrzymujemy promień krzywości

$$r_5 = 4908 [1 - 0,19199 (3 \text{ sty. } 11^\circ + 0,00029608 \cdot 4908)] \\ = 4908 (1 - 0,19199 \cdot 2,0362) = 2989 \text{ stóp.}$$

Dla tego promienia jest następnie prędkość

$$v_5 = \sqrt{31,25 \cdot 2989 \text{ dos. } 0^\circ} = 300 \text{ stóp} = 95 \text{ metrów, ztąd}$$

$\zeta = 0,71$  a  $\mu = 0,00041122 \cdot 0,71 = 0,00029197$ . Biorąc te-

raz znowu  $\varphi_6 = 11^\circ = 0,19199$  otrzymujemy promień krzywości

pierwszej części łuku opuszczającego się na dół

$$r_6 = 2989 [1 - 0,19199 \cdot (3 \text{ sty. } 0^\circ + 0,00029197 \cdot 2989)] \\ = 2989 (1 - 0,19199 \cdot 0,00029197 \cdot 2989) = 2488,3 \text{ stóp.}$$

Temu promieniowi odpowiada przybliżona prędkość

$$v_6 = \sqrt{31,25 \cdot 2488,3 \text{ dos. } 11^\circ} = 280 \text{ stóp} = 90 \text{ metrów, ztąd jest}$$

$\zeta = 0,70$  a  $\mu = 0,00041122 \cdot 0,7 = 0,00028885$ . Czyniąc jeszcze

raz  $\varphi_6 = 11^\circ =$  wypada

$$r_7 = 2488,3 [1 - 0,19199 (-3 \text{ sty. } 11^\circ + 0,00028885 \cdot 2488,3)] \\ = 2488,3 (1 - 0,19199 \cdot 0,13561) = 2423,5 \text{ stóp.}$$

Przyjmując  $\zeta = 0,70$ , więc  $\mu = 0,00028885$  i  $\varphi_7 = 11^\circ$  otrzymujemy znowu

Ciała rzucone.  $r_8 = 2423,5 [1 + 0,19199 (3 \text{ sty. } 22^0 - 0,00028885 \cdot 2423,5)]$   
 $= 2423,5 (1 + 0,19199 \cdot 0,51203) = 2662 \text{ stóp.}$

Biorąc jeszcze raz  $\zeta = 0,70$ ,  $\mu = 0,00028885$  i  $\varphi_8 = 11^0$  wypada  
 $r_9 = 2662 [1 + 0,19199 (3 \text{ sty. } 33^0 - 0,00028885 \cdot 2662)]$

$$= 2662 (1 + 0,19199 \cdot 1,17937) = 2662 \cdot 1,22642 = 3474 \text{ stóp.}$$

Jeżeli spadającemu ciału nie staje nic na przeszkodzie, to promień krzywości zaczyna coraz bardziej wzrastać, droga zbliża się coraz więcej do linii pionowej, a prędkość do wartości

$$v = \sqrt{\frac{2gG}{\zeta F \gamma}} = \sqrt{\frac{62,5}{0,00082244 \zeta}} = \sqrt{\frac{6,25}{0,00058394}} = 327 \text{ stóp.}$$



## SPIS PRZEDMIOTÓW.

Wiadomości pomocnicze z Analizy .....	Stron 1
---------------------------------------	------------

### NAUKI OGÓLNE MECHANIKI.

#### DZIAŁ I. CZYSTO MATEMATYCZNA NAUKA O RUCHU.

ROZDZIAŁ I. Ruch pojedynczy .....	55
„ II. Ruch złożony .....	74

#### DZIAŁ II. MECHANIKA, ALBO FIZYCZNA NAUKA O RUCHU W OGÓLNOŚCI.

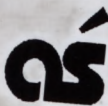
ROZDZIAŁ I. Pojęcie i prawa zasadnicze mechaniki .....	93
„ II. Mechanika punktu materialnego .....	106

#### DZIAŁ III. STATYKA CIAŁ STAŁYCH.

ROZDZIAŁ I. Nauki ogólne ciał stałych .....	133
„ II. O środku ciężkości .....	150
„ III. Równowaga ciał umocowanych i podpartyh .....	188
„ IV. O równowadze w machinach sznurowych .....	214
„ V. Opory z tarcia i sztywności .....	243
„ VI. Sprężystość i moc .....	293

#### DZIAŁ IV. DYNAMIKA CIAŁ STAŁYCH.

ROZDZIAŁ I. O momentach bezwładności .....	385
„ II. O sile odśrodkowej .....	416
„ III. O działaniu siły ciężkości przy ruchu, na oznaczonych drogach .....	435
„ IV. Nauka o uderzaniu się ciał .....	463



DZIAŁ V. STATYKA CIAŁ PŁYNNYCH.

ROZDZIAŁ I.	Równowaga i ciśnienie wody w naczyniach.	511
„	II. O równowadze wody z innymi ciałami.....	537
„	III. O molekularném działaniu wody.....	556
„	IV. Równowaga i ciśnienie powietrza.....	570

DZIAŁ VI. DYNAMIKA CIAŁ PŁYNNYCH.

ROZDZIAŁ I.	Nauki ogólne o wypływie wody z naczyń ...	587
„	II. O ściśnieniu żył wodnych przy wypływie z otworów w cienkiej ścianie .....	606
„	III. O ruchu wody w rurach .....	635
„	IV. O przeszkodach jakich doznaje woda przy przejściu przez zwężenia .....	665
„	V. O wypływie wody pod zmiennem ciśnieniem.	689
„	VI. O wypływie powietrza z naczyń i rur.....	711
„	VII. O ruchu wody w rzekach i kanałach.....	725
„	VIII. Hydrometria czyli nauka o mierzeniu wody.	748
„	IX. O sile i oporze płynów.....	771